Эрик Темпл Белл
Магия чисел. Математическая мысль от Пифагора до наших дней

«Магия чисел. Математическая мысль от Пифагора до наших дней / Пер. с англ. О.В. Стиховой.»: Центрполиграф; Москва; 2014
ISBN 978-5-9524-5138-4

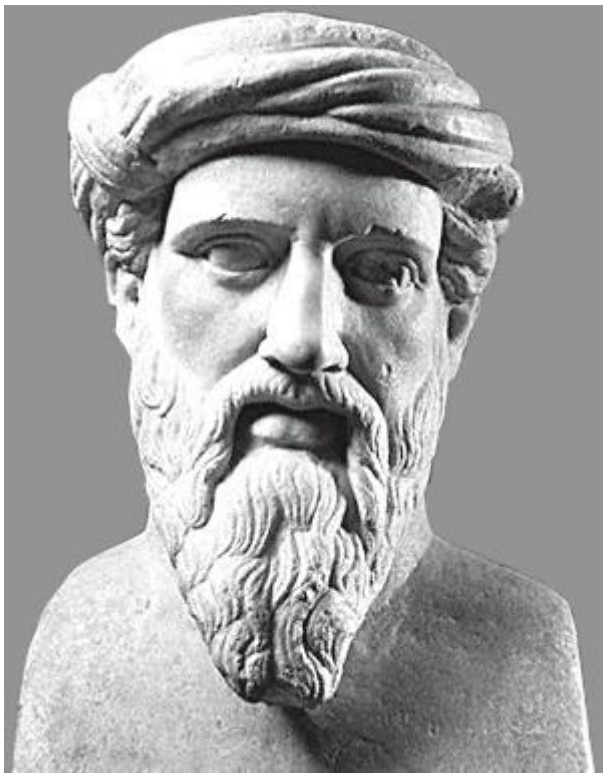
Аннотация

Американский математик, исследователь в области теории чисел Эрик Т. Белл посвятил свою книгу истории происхождения математической мысли и разработки численной теории с момента ее зарождения в древности до современной эпохи. Обоснованно и убедительно автор демонстрирует влияние, которое оказала «магия чисел» на развитие религии, философии, науки и математики. Э.Т. Белл рассматривает процесс превращения числа из инструмента счета в объект культуры, сформировавшийся в VI веке до н. э. в школе древнегреческого философа, мистика, физика-экспериментатора и математика Пифагора – главного героя его исследования. Основополагающим моментом учения великого ученого древности стала доктрина о том, что «все сущее есть число». Доктор Белл изучил развитие этой доктрины: ее упадок в XVII веке и блистательное возрождение в современной физике. Автор также представил и проанализировал труды таких гигантов математики, как Галилей, Джордано Бруно, Ньютон.

Эрик Т. Белл
Магия чисел. Математическая мысль от Пифагора до наших дней

Eric Temple Bell

The Magic of Numbers , Whittlesey House, 1946



Глава 1

Прошлое возвращается

Пифагор – объект нашего повествования. Рожденный за пятьсот лет до начала эры христианства, этот гигантский ум наложил отпечаток на пути развития западной цивилизации. В определенном смысле, его идеи сейчас не менее актуальны, чем в то время, когда он жил и когда дал импульс и определил направление развития донаучной истории к построению современной, неведомой ему, научной и технологической культуры.

Мистик, философ, физик-экспериментатор и, прежде всего, математик, Пифагор оказал значительное влияние на идеи современников и предвосхитил научный мистицизм нашего времени. Его гений оказался столь многогранен, что в Средние века даже слепые предрассудки и наиболее бескомпромиссный рационализм вынуждены были отступать перед ним. «Он так сказал». Основополагающим моментом его учения стала мистическая доктрина о том, что «все сущее есть число». В конце XVI века, в связи с возрожденными Галилеем экспериментальными методами в физике, методами, пионером которых за двадцать два века до этого был Пифагор, мистицизм чисел в науке был изжит.

XVII век ознаменовался созданием новой математики Ньютона и Лейбница, призванной упорядочить постоянно меняющийся поток познания, подчинив его строгим рассуждениям. Соединив математику с точным наблюдением и целенаправленными экспериментами, Ньютон с его последователями в XVII и XVIII веках создали современный научный метод для изучения астрономии и физических наук, который в неизменном виде просуществовал до третьего десятилетия XX века. Двуединая цель этого метода – суммировать наблюдаемые явления развития планеты с тем, чтобы определить главные закономерности, называемые их первооткрывателями «законами природы». Практически всегда наблюдения и опыты остаются первым и последним аргументом в исследовании. Каким бы разумным и каким бы верным ни казалось умозаключение математиков или иных строго дедуктивных, чисто умозрительных оценок, их нельзя принимать без результатов наблюдений или опытов.

Успехи такого подхода с лихвой перевешивали его поражения на протяжении всего XIX века и победно шагнули в век XX. Менее чем за два века применение научных технологий в промышленном производстве продиктовало существенное преобразование западной цивилизации, имевшее большее значение, чем все войны и революции предыдущих тысяч лет.

Попутно с этой эпохальной революцией в материальном мире столь же разрушительные изменения время от времени опрокидывали устоявшееся мировоззрение, из поколения в поколение владевшее умами людей. Вселенная как объект познания науки не всегда была откровением и традицией веры, и даже не всегда тем, что в соответствии с логикой, по общему мнению не ведающей ошибок, считалось фактом. И в этом случае все без исключения абсолютные истины за последние более чем две тысячи лет были тщательно пересмотрены и изучены. Все, что оказалось лишенным позитивного смысла, было безжалостно отвергнуто. Рассуждения, не подкрепленные опытом, больше не считались инструментом познания при освоении материальной части мироздания. Даже в традиционной сфере его

применения стерильность умозрительного подхода вызывала сомнения. Какую ценность для человечества представляют истины, оградившие себя от объективного исследования? Утверждения, что истины, отличные от научных, которые существовали в сфере вечного бытия и были недоступны для науки, имеющей ограниченные возможности, «подавили» лозунгом: «Опыт – критерий истины». Потом, около 1920 года, у прогрессивных ученых начали появляться сомнения.

К середине 1930-х годов несколько выдающихся и уважаемых физиков и астрофизиков поменяли свои взгляды на диаметрально противоположные. Безбоязненно взглянув в прошлое, они без сомнений большими шагами устремились назад в VI век до Рождества Христова, дабы воссоединиться со своим учителем. Хотя адресованные ему приветствия

звучали куда более замысловато, чем любые слова, которыми мог бы пользоваться Пифагор, но говорили они на одном с ним языке. Смысл, сокрытый в рафинированной системе обозначений и замысловатых метафорах, не изменился за двадцать пять веков: «Все сущее есть число». Он понял их.

Возврат от опыта к умозаключениям, восторженно принятый отдельными философами и учеными, другие встретили с сожалением. Но главенство факта в новом подходе даже не обсуждалось. Либо это новые лидеры вернулись назад к Пифагору, чтобы подтвердить его правоту на протяжении прошедших веков, либо он сам перескочил через время, чтобы подвигнуть их к осознанию того, что современный научный подход Галилея и Ньютона лишь простое заблуждение.

Для начала исследовательское паломничество в прошлое бесстрашных ультрамодернистов задержалось в тени Платона. Быстро осознав, что во всем, что имело отношение к мистике чисел, Платон сам являлся лишь учеником, они отправились на поиски учителя. За два века до рождения Платона Пифагор поверил сам и учил других, что чистый разум, не подкрепленный опытом, в состоянии проникнуть в суть любых явлений, при этом наблюдение и опыт могут стать лишь ловушкой для излишне доверчивого ума. А из всех языков, в которых постоянные знания противостоят изменчивым точкам зрения, только язык чисел и есть та единственная опора, на которую можно смело полагаться чистому разуму.

«Он так сказал», – и ныне, спустя двадцать пять веков после смерти, он продолжает жить в языке нарождающейся науки. Ярый сторонник теории реинкарнации и переселения душ, Пифагор мог бы в конце концов найти подходящую обитель среди абсолютных абстракций теоретической физики XX века. «За свое вероотступничество от единственно верной истины, – признавался бы он сегодня, – я был обречен проживать жизнь за жизнью в ужасных догмах ложных философов и еще более ужасающих грезах вульгарных нумерологов. Но теперь я свободен от пут Колеса рождений. Когда, чтобы понять закономерности музыкальных пауз, я экспериментировал, полагаясь на руки и слух, я согрешил против божественного духа истины, осквернив душу чувственным восприятием. Затем передо мной предстали числа, и я понял, что все время до того, как я осознал мир чисел, я предавал лучшую часть самого себя. Провозглашая истину, что все сущее и есть число, я стремился очистить душу и освободиться от Колеса рождений. Но этого оказалось недостаточно. Мало кто уверовал, а большинство и вовсе не поняли. Дабы искупить свой грех, я прошел сквозь чистилище ошибок и ложных утверждений, когда имя мое восхваляли глупцы и фигляры. Теперь же я вижу конец своих мучений в лучах нового просвещения, которое существовало задолго до моего появления как Пифагора. Обман чувств больше не будет вводить человечество в заблуждение. Наблюдение и эксперимент, лживые пособники чувственного опыта, исчезнут из человеческой памяти, и останется один только чистый разум. Все сущее есть число».

Пророчество гения стало менее абстрактным и более совместимым с научными достижениями XX века. Говоря языком физиков-математиков и астрофизиков, он углубился в детали. «Я уверен… что все законы природы, которые принято относить к фундаментальным, могут быть выведены исключительно путем эпистемологического анализа». Слегка отвлекшись, он напоминает нам, что эпистемология есть раздел метафизики, который занимается теорией человеческого познания. Дабы избежать возможного недопонимания применяемых им терминов, он детально излагает собственное еретическое кредо. «Разум, незнакомый с устройством мира, но которому ведом механизм познания, с помощью которого человеческий ум истолковывает содержание чувственного опыта, сумеет постичь все знания в области физики, которые мы приобрели опытным путем. Он не станет копаться в конкретных событиях или объектах нашего опыта, но он докопается до сути обобщающих тенденций, которые мы основываем на них. Например, он предположит факт существования и характеристики натрия, хотя не сумеет определить размер Земли».

Если Пифагор (говоря это в 1935 году через чревовещателей, в частности сэра Артура

Эддингтона, лидера обратного хода в прошлое) оказался прав, ученые-экспериментаторы, начиная с Галилея и Ньютона, напрасно столь много потрудились, дабы познать очевидное и провозгласить давно известное. Если утверждение, что опыт может дать ответ на любые вопросы, ложно, тогда справедливо утверждение, как заявляли отдельные древние ученые, что разум может дать ответы на все вопросы или, как считали последователи Пифагора, почти на все. Поскольку, как нас только что предостерегли, разум человеческий может оказаться бессилен в определении диаметра Земли только на основе всей заложенной в него информации. Но этот недостаток практически пренебрежимо малый в сравнении со способностью предвидеть существование и характеристики химического элемента «исключительно путем эпистемологического анализа».

Правильно настроив ход своих мыслей, сидя в пустой комнате и не вставая со стула, эпистемолог может заново открыть для самого себя все, что за три века со времен

Галилея и Ньютона ученые-естествоиспытатели установили с помощью наблюдения и опыта в области «фундаментальных законов» механики, теплообмена, света, звука, электричества и магнетизма, электроники, строения вещества, химических реакций, движения небесных тел и распределения галактик в космическом пространстве. И в результате таких же чисто умозрительных рассуждений мыслитель-эпистемолог сумеет постичь проверяемую гипотезу об уникальном явлении, которое до сих пор остается малоизвестным для естествознания, например о внутреннем движении спиралевидных туманностей.

Если хоть часть из этих впечатляющих утверждений подтвердится, возврат к пифагореизму в XX веке запомнится на десятки тысяч лет, как рассвет наступающей эпохи постоянного просвещения и конец долгой ночи ошибок, которая спустилась на западную цивилизацию в XVII веке. Дорогостоящая аппаратура наших лабораторий и обсерваторий будет разрушаться и ржаветь, за исключением, может быть, нескольких реликвий, внушающих ужас, помещенных в качестве экспонатов во Всемирном музее ошибок человечества. А над входом борцы за здоровую психику и здравомыслие начертали бы прописные истины, которые раскрепостили человечество: «Опыт ничего не дает. Только разум отвечает на все вопросы». Чтобы как-то уравновесить сказанное, те же блюстители расписали бы фронтон Храма знаний и мудрости универсальной формулой и суровым предупреждением: «Все сущее есть число. И да не переступит порог мой всякий, кто несведущ в арифметике».

Но все это пока так и остается в спокойной безмятежности грядущего золотого века, пока мы, к своему несчастью, должны продолжать высекать искры из огнива и плодить ошибки современности. Дабы облегчить свою участь, мы можем вернуться в прошлое на часок-другой, чтобы прочитать там об убеждении в спокойствии нашего настоящего и надежде на наше будущее.

О чем мы спросим прошлое? Многочисленные интересные вопросы напрашиваются сами собой. Как такие же люди, как мы с вами, вообще пришли к такой глупости, как вера в нумерологию? И что заставило уважаемых ученых XX века от Рождества Христова черпать свою философию познания из VI века до Рождества Христова? Правы ли нумерологи, поборники магии чисел, правы все эти века, а большинство думающего человечества заблуждалось?

Что касается истории вопроса, то все началось веков двадцать шесть тому назад с простейшей арифметики и геометрии уровня начальной школы. Ничего такого, что не смог бы понять нормальный ребенок двенадцати лет от роду. Что же касается вопроса, кто прав, а кто ошибается, то физик или инженер более склонен к математическим доводам, чем математик или логик. Единицы среди инженеров или физиков рискнут посвятить свой блестящий ум небольшому, но обличающему трактату о ненадежности принципов логики. Математик же способен на это. Логика в своем наиболее надежном проявлении и есть математика. И хотя математическое мышление, как и любое другое, имеет жесткие пределы, оно остается наиболее мощным. Но поскольку впечатление о том, будто математика создает

что-то из ничего, в то время как это совсем не так, ей приписывают сверхъестественные силы даже сами математики и логики.

Когда сложное математическое доказательство заканчивается захватывающим пророчеством, впоследствии подтверждаемым наблюдением и опытом, физику вполне простительно ощущение соучастия в сотворении чуда. Когда же маститый математик понимает, что совершил открытие, к которому совсем не стремился, он вполне может на какой-то момент уверовать в то, во что Пифагор верил всю свою жизнь, и может даже повторить вслед за именитым английским математиком Годфри Харолдом Харди, признавшимся в своей вере: «Верю, что математическая реальность существует вне нас, а наше предназначение состоит в том, чтобы открывать и описывать ее, что теоремы, которые мы доказываем и которые высокопарно именуем своими «достижениями», просто есть наши записи своих наблюдений. И этой точки зрения придерживались в той или иной форме многие очень известные философы начиная с Платона…»

Оправившись от изумления от своей собственной гениальности, среднестатистический математик XX века мог начать сомневаться, по крайней мере, в практичности верования Платона, особенно если случайно узнал об имевших место открытиях в философии математики с конца XIX века. Обуреваемый сомнениями может даже согласиться с известным американским геометром Эдвардом Казнером в том, что «реальность Платона» в математике была давным-давно ниспровергнута математиками, лишенными мистического подхода, и сильно удивиться, что рационально мыслящие индивиды вообще могли когда-либо этим увлечься. Вот как он сформулировал свою мысль: «Мы перешагнули через мнение, будто математические истины существуют независимо и вне нашего сознания. Даже странно, что такое мнение когда-либо существовало. Но именно в это верил Пифагор… и Декарт, наряду с сотней других великих математиков до наступления XIX века. Ныне математика свободна, она сбросила свои цепи. Каким бы ни было ее существование, мы признаем его свободным, как мышление, цепким, как воображение».

Не нам судить о двух школах познания. Отметим только, что каждый из процитированных ученых опубликовал свое мнение в 1940 году. Даже в суде было бы трудно столкнуться с более острыми разногласиями между компетентными экспертами. Подобное неразрешимое противоречие во взглядах отделяет современных последователей пифагорейской школы от представителей старой школы, продолжающих упорствовать в том, что достоверное знание материального мира не может быть признано без наблюдения и опыта.

Моей единственной целью в последующих главах является попытка отследить, как эти различия во взглядах уживаются в науке. И хотя сама тема есть число, не потребуется более серьезных знаний, чем простая арифметика, для понимания сюжетной линии. Случайное упоминание некоторых очевидных положений о свойствах прямых линий, наподобие тех, которые изучают школьники младших классов, никого не должно пугать своим названием – геометрия. Важны не эти банальные истины из курса начальной школы. Важно, какие причудливо сверхъестественные выводы из этих банальностей делают люди не менее образованные, чем мы. Дабы исключить превращение нашего путешествия в прошлое в поездку через долину древних скелетов, нам необходимо, насколько это возможно, познакомиться с великими людьми, которые ответственны за наши современные крайне разнообразные и противоречивые точки зрения. Почти все, о ком пойдет речь, хорошо известны, а их вклад в развитие цивилизации общепризнан. Их работы знают меньше, но они-то нам и интересны, поскольку представляли значительно больший интерес, чем те постулаты, из-за которых многие и вошли в историю. Некоторые имена кому-то покажутся новыми. Их всего около десятка из сотен, оставивших след в магии чисел и во всем, что повлияло на наши попытки мыслить правильно.

Если у кого-то так и не возникло повода установить для самих себя, к чему привели и продолжают вести (через методы, рожденные ими) древние знания о числах, можно просто немного побродить вокруг главных святынь, где находила приют магия чисел по пути из

Древнего мира в современный. Время и постоянные изменения в терминологии искривили исторические знания до такой степени, что ядро арифметических истин в центре древних артефактов не всегда заметно случайному наблюдателю. По большей части влияние таких очевидно тривиальных выкладок, как «три плюс семь равно десяти», на философское, религиозное и научное мышление подернуто налетом символизма устаревших попыток создания полноценной картины материального мира. Сколь амбициозны и вдохновляющи ни были бы эти попытки, но они весьма далеки (по крайней мере в плане амбиций) от более ранней борьбы в попытках объяснить место человека языком чисел. У античных пифагорейцев, обладавших весьма развитым воображением, добродетель определялась одним числом, зло – другим. А трудно детерминируемые эфемерные понятия Истины, Красоты, Добра были сублимированы в «идеальные числа» не кем иным, как метафизиком Платоном. И хотя кажется странным, как Пифагору удавалось верить, будто любовь и брак предопределены числами, мы имеем возможность наблюдать подобные верования и сегодня.

Сквозь века древняя магия чисел прокладывала свой путь шаг в шаг с лишенной мистицизма наукой. Если неутомимое исследование чисел поддерживало развитие науки и этим способствовало освобождению от предрассудков и суеверий, оно же и увековечивало старые верования, которые никто, кроме горстки толерантных исследователей, не назовет просвещением. Некогда выделившись из научных исследований, эти упрямые верования давным-давно потеряли свою значимость для ученых. Но вера в то, что числа являются исходным ответом на все загадки физического мира, хотя и трудноуловимым, до сих пор прослеживается в рафинированном варианте математического мистицизма современных пифагорейцев. Наша основная задача будет заключаться в том, чтобы проследить главные этапы продвижения данного неодолимого утверждения в сегодняшнюю действительность из глубокой древности, столь глубокой, что только легенды о ее существовании достигли нашего времени.

Слегка предвосхищая события, отметим, что три категории мыслителей увлеклись сложными теориями жизнеустройства и мироздания, основанными на обманчивой гармонии чисел. Вопреки бытующему мнению математики оказались далеко не первыми, а скорее последними воспринявшими игру чисел всерьез, возможно излишне серьезно. Ближе к истокам нумерологии стоят не математики, а ученые, а еще ближе – священники. Ученым может оказаться примитивный астролог, прочитавший в движении планет значительно больше, чем любой современный астроном сумеет разглядеть. И все же он проявлял себя ученым в том, как пытался привести свои примитивные наблюдения за материальным миром в какую-нибудь рациональную систему.

Что же касается священника, выглядывающего из-за спины ученого, то неугомонные, вездесущие и плодовитые числа напоминают ему легкоузнаваемые россказни. Он и ему подобные веками ведали, что наибольший потенциал магических сил сокрыт в числах. Но только когда большинство человечества восприняло числа в качестве наиболее универсального средства в астрологии, торговле, сельском хозяйстве, астрономии и азах инженерии, появились те, кого ныне величают математиками, кто начал изучать числа ради самих чисел. Их вклад в накопление справедливых познаний сподвиг людей, одаренных большим воображением, на неустанные поиски чудесных взаимозависимостей между числами и их трактовку согласно собственным желаниям. В результате наступил золотой век греческой философии.

К тому времени, когда наиболее многогранные толкователи чисел выработали собственные теории истины и материального мира, плебейские прародители блестящих доктрин конкретных философов-аристократов были уже преданы забвению. Некогда пользовавшаяся заслуженным уважением арифметика стала достоянием математиков и ученых. Одновременно старая магия чисел попала в руки искренних, но впавших в заблуждение фанатиков, чьи помыслы были, без сомнения, праведны, но чьи жреческие подтасовки обычной арифметики едва ли сильно отличались от простого шарлатанства.

В XVII веке, ознаменовавшем прорыв науки, опирающейся на опыт, древняя магия

чисел существенно утратила былую популярность. Позднее нумерология практически совсем исчезла из философии, хотя Кант в конце XVIII века частично вернулся к ней, а спустя полвека крайне прогрессивный Комт почти потерялся в превратностях нумерологии. То, что от нее осталось, буйно расцвело на ниве предсказаний удачи. Более странное применение едва ли можно было придумать. Но нумерология не

пропала окончательно. Совсем неожиданно в третьем десятилетии XX века заблиставшая и набравшая уважение в ослепительной символике новой физики, древняя нумерология вновь вернулась к полноценной жизни. Число «взяло в свои руки бразды правления» в изучении бескрайнего и обширного космоса, превосходящего ограниченные рамки небес, которые Пифагор и Платон могли вообразить. Выполнив резкий разворот, современные последователи Пифагора устремились назад, дабы поприветствовать своего учителя и воздать ему должное.

Глава 2
Жезл фараона

Пока для большинства людей стояла задача поиска пропитания, одежды и крова, только наиболее стойкие находили время задуматься о роли человека в этом мире. Вот почему совсем неудивительно обнаружить доминирование прагматического подхода в большинстве ранних работ в области чисел среди существующих письменных свидетельств. Например, египетский земледелец, живший пять или шесть тысяч лет тому назад, должен был знать, когда следует ожидать ежегодного разлива в долине Нила, и для этого ему требовался заслуживающий доверия календарь.

Даже самый примитивный календарь предполагает знакомство с числами, более глубокое, чем демонстрируют самые лучшие из обыкновенных людей. Искусство счета сформировалось не за один день, а многие из полуцивилизованных сообществ так и остановились на цифре десять в попытках пересчитать свои пожитки. Для этих людей все числа свыше полудюжины или около того сливались в единое целое и таяли в бесчисленном множестве. Такие количества имели не большее практическое значение для бездомного кочевника, чем понятие бесконечности – для бухгалтера с Уолл-стрит.

Вместо современного математического понятия «бесконечность» мудрец из небольшого сообщества ограничивался при подсчете расплывчатым определением «много». Этого было вполне достаточно для его магических предсказаний: различие между нищетой и изобилием вполне покрывалось разницей между шестью и десятью, а значимое неизвестное лежало в области между десятью и пятнадцатью. Скорее на глаз, чем путем рассуждений, предсказатель, мало чем отличавшийся от скотовода, определял, имеет ли сообщество достаточно или обладает лишним.

Маловероятно, что мы в один прекрасный день узнаем, когда, где или как человечество научилось не задумываясь считать с легкостью цивилизованного семилетнего ребенка. Едва ли сумеем установить, какие народы первыми освоили искусство счета в полном объеме.

Опираясь только на достоверные факты, можно определенно утверждать, что к 3500 году до н. э. египтяне значительно переросли примитивную неспособность уверенно оперировать большими числами. На жезле фараона тех лет зафиксировано пленение 120 000 человек, захват 400 000 волов и 1 422 000 коз. Эти очень впечатляющие округленные числа предполагают одно из двух. Либо победивший фараон имел богатое воображение и раздутое эго, либо египетские счетоводы были обучены подсчету больших множеств.

Но даже это замечательное умение, как и другие, не менее значимые, не свидетельствует о том, что египтяне за 3500 лет до н. э. знали – последовательность чисел 1, 2, 3, 4, 5… действительно бесконечна. Они вполне могли без должной уверенности полагать, что всегда найдется число, которое будет на единицу больше любого представляемого числа, но они не оставили о том никаких письменных свидетельств. Наоборот, все наши знания о египтянах говорят о том, что египтяне могли полагать, что числа 1, 2, 3… где-то, когда-то

достигают своего конца. Должен был случиться рывок мысли более существенный, чтобы концепция бесконечности счета была признана в математике и философии.

Так или иначе, данная запись о 120 000 пленных, 400 000 волов и 1 422 000 коз на жезле фараона действительно раскрыла факт непреходящего значения в эволюции чисел. Мы, которые учимся бойко считать еще до того, как начинаем читать, не придаем значения единственному важнейшему свойству чисел. Потребовалась бы почти сверхчеловеческая проницательность, чтобы понять, когда же впервые это заметили, и, скорее всего, можно предположить, что очень немногие даже из числа самых внимательных исследователей способны заметить это в хвастливом перечислении победителем собственных трофеев. Так случалось со многими фундаментальными открытиями в математике и других науках, проблема данного открытия состоит в его удивительной простоте… когда оно уже сделано.

Проглядывая перечень трофеев, что мог сказать победитель о каждой из трех групп, что было бы справедливо для всех? Он, видимо, мог заметить, что все три состоят из живых существ. Возможно, так оно и было, но тогда он не придал этому особого значения, не отразив этот факт в списке. Как ни странно, он записал и обратил внимание на то, что все три группы живых трофеев (пленные, волы и козы) сопоставимы одним-единственным процессом. Все они могут быть посчитаны.

Если такой подход кажется слишком упрощенным, попробуем воспользоваться иными характеристиками, отличными от чисел, присущими каждой из групп, которые окажутся столь же важными и потенциально полезными. Требуемые характерные черты должны быть полностью независимыми от происхождения единиц учета, объединяемых в несколько групп. Возможно, задача представляется слишком легкой: описать проблему в полном объеме. Подумаешь, несколько множеств материальных предметов, имеющих что-то общее? Каждое множество может быть посчитано. Более того, и победитель об этом, скорее всего, знал; для конечного итога нет разницы, в каком порядке трофеи оказались подсчитаны, не важно, велся ли подсчет одного за другим, семерками, десятками, в любом случае результат был бы одинаков. Маги победителя сумели бы даже убедить своего господина, что один жезл легко превратить в два. Но им никак не удалось показать 1 422 001 козу, если по подсчетам их было только 1 422 000.

Кажущаяся простота подсчета скрывает суть вещей, что делает ее полезной и по-философски гипнотической. Если всему дать имена, то можно говорить об универсальности и неизменности чисел, порожденных счетом. Универсальность всегда права и всегда значима, она давно стала желанной для многих философских течений. Неизменность или отсутствие изменений посреди перемен отвечает запросам не одной религии и даже в наш век позволяет кодифицировать законы в области физических наук. Для примера из повседневной жизни: скажем, встретились пять человек, а потом расстались. Что бы они ни делали, как бы их ни разбросало по земле, сколь ни различны оказались бы их судьбы, число пять (результат подсчета) остается без изменений. Оно не зависит ни от космических катаклизмов, ни от времени. Более того, все то же число пять будет обозначать любые единицы учета в любом множестве из пяти предметов, какими бы они ни были.

Обыденные для нас универсальность и неизменность чисел оставались на протяжении многих веков за пределами воображения управляющих, пересчитывающих трофеи. Числа были полезны им, и это, пожалуй, все, что им требовалось знать для собственного выживания и процветания. Корни счета уходили далеко назад в прежние времена, а их собственная цивилизация так продвинулась вперед, что, по-видимому, им никогда не приходило в голову поинтересоваться, что есть число, или поразмышлять, как человечеству выпал случай изобрести числа. Все эти метания человеческой души продлятся многие тысячи лет. Даже любознательные греки не уточняли, что есть числа, хотя Пифагор и его последователи время от времени говорили о них как о живых существах.

Другой вопрос, кто придумал числа, возможно, неправильно сформулирован. Представляется, что числа никогда не были сознательно изобретены одним человеком или группой людей, они скорее эволюционировали в течение нескольких непримечательных

этапов, наподобие того, как (полагают некоторые) возник язык, который появился из нечленораздельных криков. Где-то, как-то люди могли приобрести привычку использования чисел, не придавая этому особого значения. Тем не менее числа 1, 2, 3… демонстрируют некоторые признаки внезапного озарения и осознанного изобретения. И наиболее существенные из них снова связаны с универсальностью и неизменностью чисел. Пусть никто не знает, было ли так на самом деле, но заманчиво предположить, что некий безвестный гений абсолютно неожиданно для себя осознал, что мужчина и женщина, камень и рогатка, сон и закат и практически любая пара любых предметов, живых существ или явлений одинаковы в одном, и только в одном. В своей «парности». От этого откровения до постижения непосредственно числа «два» гигантский шаг, но какой-то человек сделал этот шаг за много веков до фараона, пересчитавшего трофеи.

Как бы ни казалось это слишком легко, примем число «два» как общеизвестный факт, каковым он, по-видимому, и является, и зададим вопрос, чем число два, рассматриваемое в качестве числа вне зависимости от его употребления, «действительно является». Короче, нам предстоит дать числу два определение, приемлемое по меньшей мере для некоторых (но не всех) математиков XX века. Такое же определение следует дать любому натуральному числу.

Это не так просто. Между подсчетом 1 422 000 коз и разумным и достаточным определением числа два имеет место разрыв примерно в 5500 лет, в течение которых ни математики, ни логики не в состоянии убедить, что по существу есть число два. Руководствуясь принципом, что конечность – последнее, чего жаждут математики получить от математики, просто ограничимся дефиницией. Число два является классом тех вещей, которые отличаются парностью, то есть которые можно составить в пару (один и один) с другими составляющими пару. Понятие «класс» следует воспринимать интуитивно как аксиому, не требующую доказательств. Видимое зацикливание понятий «два» и «пара» чисто случайное и может не рассматриваться. Следовательно, натуральное число «два» есть класс, и подобным образом любое натуральное число является классом.

Не предпринимая попыток провести анализ этой достаточно сложной для понимания дефиниции, заметим, что (когда она изучена и понята) в ней нашло отражение то, что ускользнуло от первого человека, установившего, что все эти множества – муж и жена, исток и смерть, птица и гроза – имеют в общем только собственную двойственность. Это наблюдение, кто бы ни оказался его автором, заложило основы арифметики. Оно же стало секретным источником всех видов магии чисел, проникшей в античную философию, средневековый мистицизм чисел и современную науку.

Мы рассмотрели один из возможных источников происхождения чисел. Предположив, что числа были изобретены, мы совершили большое, но не преднамеренное насилие в отношении более чем одной уважаемой теории чисел, включая теорию Платона, и подорвали верования многих выдающихся математиков XIX и XX веков. Исторически наиболее широкое распространение получила другая альтернатива. Если числа не были изобретены человеком, они могли быть (не обязательно «должны быть») открыты. Здесь проходит граница, где заканчиваются знания и начинаются предположения.

Отдельные математики уверены, что числа были изобретены людьми. Иные, не менее компетентные, уверены, что числа независимы и существуют сами по себе, а отдельные смертные, достаточно образованные, просто следуют этим представлениям.

Различие между двумя теориями далеко не тривиально. Обе, возможно, не имеют смысла. Однако вполне вероятно, что неправильно сформулирован сам вопрос: «Были ли числа изобретены или открыты?» И нашим потомкам он покажется столь же лишенным смысла, как вопрос: «Честность голубого цвета или треугольная?» Но в настоящее время (пока еще не вмешались психологи) вопрос о числах кажется нам вполне логичным, как и ряд других вопросов, ответ на которые может быть однозначен. Например: «Америка была открыта в 1492 году или тогда ее изобрели?» Или: «Уатт изобрел паровой двигатель или открыл его?»

Даже поверхностно эти четыре выбранных для примера вопроса абсолютно разноплановые. Хотя тот, что о честности, с точки зрения грамматики производит впечатление разумного, а на практике является просто набором лишенных смысла слов. На вопрос об Америке можно ответить быстро, если только он не обсуждается в метафизическом обществе с применением признанных методов оценки исторической очевидности. Вопрос об Уатте и паровом двигателе мог бы быть урегулирован тем же способом. Но какой-нибудь глубокомысленный философ заметил бы, что неизменная структура физического мира и строение человеческого разума лишь требовали создания парового двигателя раньше или позже согласно исторической предопределенности постепенного открытия.

Не утруждая себя формированием позиции, признаем, что в этом случае Уатт может выступить в роли отчасти изобретателя и отчасти открывателя. Вполне допустимо даже найти какой-то смысл в утверждении, что сам паровой двигатель ожидал своего открытия за много лет до того, как возникла Солнечная система. Уатт в этом случае оказался бы только наблюдателем уже существующего.

Вопрос о числах – были ли они открыты или придуманы – нельзя представить способом, приемлемым в случае с вопросом об Америке. Какой ответ мы предпочтем, по большей части определяется на уровне наших эмоций. Ясно, что на вопрос нельзя дать ответ никаким объективным или документарным исследованием, но все-таки он явно не лишен смысла. В этом плане он напоминает несколько других коренных вопросов, касающихся отношения человека к вселенной, над которыми бьются многие века философы, теологи и ученые. Те, кто заявит, что числа были открыты, может согласиться, что человек – лучшее творение Бога. А те, кто склоняется к мнению о человеческом участии в происхождении чисел, скорее склонен категорично утверждать, что человек, без всякого сомнения, сам создал своих богов в собственном воображении.

Нет необходимости занимать ту или иную сторону в этой веками длящейся борьбе мнений. В данной книге постараемся рассмотреть только фазы этой борьбы, уходящей в глубь веков, и уяснить, насколько глубоко вера людей в реальность чисел по Платону (утверждавшему, что числа существуют в качестве сверхчеловеческих «структур» вне человеческой доступности) оказала влияние на взгляды ученых в других областях знания, очень далеких от математики, а возможно, и более важных для человечества. Есть или нет ответ на вопрос: «Были числа изобретены или они были открыты?», есть ли смысл в вопросе, или он неправильно сформулирован, самое существование данного вопроса на развитие рационального мышления имеет большее значение, чем если бы однажды на него дали ответ. Эмоциональные и рациональные попытки дать ответ продолжают порождать как минимум противостояние, если нет ничего более путного. Вопрос остается старейшим и наиболее простым из всех вопросов, касающихся природы математических истин. История так и не дает универсального и приемлемого ответа на него. Остается надежда на науку.

Вместо попыток выяснить происхождение чисел посредством гипотетических реконструкций истории нашей расы, психологи отправились к той же цели через реконструкцию поведения индивидуума на ранней стадии развития. Счетом будущий арифметик начинает заниматься, когда, будучи маленьким ребенком, впервые вылезает из колыбели и плюхается на стульчик. Впервые в своей жизни он тогда осознает «не-я». «Я» и «не-я» – это уже матрица любого множества. Окажется не так уж и странно разглядеть в этом сокрушительном узнавании враждебного «не-я» подсознательное начало бедствия, связанного с числом два, всеми, кто владел знанием о мистике чисел от древних пифагорейцев до теологов-нумерологов Средних веков. Два, «диада», «не-1» неизменно являют собой нестабильность и что-то плохое, реально вводящее в заблуждение, подобно двухдолларовой банкноте. Живший в XIII веке знаток чисел Данте, например, доказывал необходимость «объЕДИНения» империи, поскольку «пребывание в единице» является дорогой к «пребыванию в благости», а «пребывание во множестве» – дорогой к «пребыванию в несчастье». Именно по этой причине Пифагор ставил «один» на сторону

добра, а «много» – на сторону зла. Данте следовало бы добавить, что Платон продолжал Пифагора в этом вопросе и что каждый из них, скорее всего, испытывал давление неосознанных воспоминаний раннего детства. Если только будущий мистик чисел не окажется от рождения солипсистом, он достаточно рано познает, что не является всемогущей и всезнающей Единицей, или Божественной Монадой. Дальнейшие примеры – со столами вместо стульев – могли бы породить ощущение «не-стула». Любящие родители маленького ребенка и не слишком любящая его домашняя кошка внушают дальнейшие различия в отношениях этому неопытному и легкоранимому сознанию. Но если ребенку не суждено стать великим философом математики, он вряд ли интуитивно почувствует, что его родители и кошка делят между собой нечто универсальное, состоящее из трех неодушевленных предметов, таких как два стула и стол. В действительности он, возможно, никогда не откроет (или изобретет) «3, 4, 5…» самостоятельно, но тогда его научат этому родители. От кого его родители узнали числа? От своих родителей. И так далее, назад к дикарям.

В этой точке психоанализ чисел утрачивает былую уверенность в себе. У кого учился дикарь? Его родители остановились на «шести». Неужели гений из племени изобрел семь, которым пользовался, чтобы сосчитать стрелы отца, неспособного пересчитать их самостоятельно? Или семь ожидало, когда же его вытянут из царства вечного бытия? И останется ли это число тогда, когда человеческая раса исчезнет, всегда готовое быть открытым какими-то будущими представителями разумного мира? Сколько чисел созданы человеческим разумом или поведением и сколько существовали самостоятельно и были открыты? Практичному человеку будет мало толку, если он заявит, что только метафизик может задавать подобные вопросы. Историческая правда гласит, что бесчисленные множества непрактичных людей не только задавали эти вопросы, но и бились веками над ответами на них, и только благодаря их победам и поражениям практичный человек имеет очень много в своей повседневной жизни, несмотря на явную непочтительность ко всем метафизикам.

И, как обычно при подобных вопросах, желанным ответом становится неокончательный компромисс. Опыт учил дикаря, что числу можно доверять, если надо различить объекты, нравится это тебе или нет. Когда он осознал разницу между одной вещью и множеством, дикарь был вынужден (кем или чем?) пойти дальше от «трех» вещей к «четырем», и так далее до тех пор, пока не отпала надобность. Только на более поздней стадии, когда образование стало системой, появились действительно надежные общие теории чисел. На какой-то промежуточной стадии такие арифметические правила, как 4 = 2 + 2, 4 = 1 + 1 + 1 + 1, получили признание, пусть даже и на уровне интуиции. Любая теория чисел, противоречащая этим постулатам арифметики, как известно, будет отвергнута, как непригодная к употреблению.

Хотя основные вопросы оставлены без ответа, этот компромисс преследует двойное преимущество сохранения обеих дверей открытыми: одна – в натурализм, другая – в супернатурализм. После первого шага колебания больше неуместны. Множества мистиков, философов и математиков, избравших вторую дверь, придерживаются теории чисел как продукта творца. Отдельные представители наделяют числа силой, перед которой склоняются даже боги. Те же, кто предпочел путь натурализма, не находят в них ничего сверхчеловеческого. Но их негативные высказывания были широко проигнорированы, а сами они не достигли высот популярности. Несколько независимых ученых, отказавшихся войти в какую-либо дверь и продолжавших думать самостоятельно, остались практически без поддержки.

Следующий значительный исторический эпизод после жезла фараона в 3500 году до н. э. имел место в Вавилоне, пятнадцать веков спустя.

Глава 3
Во благо их самих

Древних египтян числа интересовали только с точки зрения практического применения как в различные периоды, так и на закате их цивилизации. Поэтому арифметика в Древнем Египте практически не развивалась, приобретая около 1700 года до н. э. странную неуклюжую форму. Примерно в это же время завершилось возведение Стонхенджа. В этом нет ничего странного. Любознательность в отношении чисел как таковых и проявление интереса к темам, не приносящим сиюминутного результата, были необходимы для развития математики, а затем астрономии и физики, а с ними – и технологии.

Даже в античные времена параллельно с прогрессом так называемой чистой математики невероятно возросла и значимость расчетов. Практические проблемы, которые египтяне за 1700 лет до н. э. решали в первом грубом приближении, спустя четырнадцать веков были почти полностью урегулированы на любом требуемом уровне точности греческими методами. Например, количество зерна, которое могло бы попасть на хранение в египетское зернохранилище, узкое как современная силосная яма, подсчитывалось по затратному неточному варианту, основанному на методе проб и ошибок. Греческий подход, базировавшийся на чистой геометрии, позволял определить количество до пригоршни.

Общепризнано, что греки намного опередили свое время и им отдавали пальму первенства в развитии науки о числах и будущих прикладных направлений. В результате детального прочтения дюжин вавилонских глиняных табличек стало очевидно, что у греков были предшественники в гонке за бесполезным на тот момент знанием. Для целей данного исследования важно только одно положение из всех замечательных открытий, сделанных арифметиками из долины Евфрата, пока греческие племена странствовали по Малой Азии как полуцивилизованные кочевники. Но будет интересно бросить хоть мимолетный взгляд на вклад вавилонян в создание (или открытие?) математики.

Возможно, наиболее примечательным является полное забвение лучших из их достижений, которые оказались стертыми из памяти человечества не меньше чем на тридцать пять веков. Безусловно, греки явно упустили из виду достижения вавилонян в арифметике и алгебре, в противном случае их собственная рудиментарная алгебра, замаскированная под элементарную чистую геометрию, оказалась бы менее неуклюжей. За исключением нумерологии, ранние греки не преуспели ни в теории, ни в практике чисел.

Толчок к первоначальному развитию арифметики у вавилонян дали шумеры. Шумеры – высокоодаренный не-семитского происхождения народ, проживавший на плодородных землях в северной части Персидского залива. К числу других выдающихся вкладов в развитие цивилизации следует отнести шумерское силлабо-идеографическое письмо, которое впоследствии трансформировалось в клинообразное письмо вавилонян. Нечто похожее имело место и в плане сохранения и передачи арифметики. Около 2500 лет до н. э. шумерские купцы уже были знакомы с применением арифметики при взвешивании и измерении, начислении процентов по займам и оформлении документов на то, что сейчас мы бы назвали краткосрочными коммерческими кредитами. Эффективное использование ими чисел позволяет предположить длительную предысторию развития, возможно тысячелетнюю. Около 2000 лет до н. э. шумеры были ассимилированы семитами-вавилонянами, и наступила золотая эра вавилонской математики. Она продолжалась целых восемь веков.

Счет вавилонян базировался на шестидесятеричной системе исчисления (шестью десятками) с легкой примесью десятичного счета (десятками). Базовые 60 выжили в нашем отсчете времени, как и в наших градусах, минутах и секундах при измерении углов. Как целые числа, так и шестидесятеричные дроби были представлены в клинописном виде в системе исчисления по разрядам (на базе 60), в значительной степени, как записываются наши собственные числа и десятичные дроби (на базе 10) простыми символами 0, 1, 2… 9. В один прекрасный момент, неизвестно когда, но, скорее всего, в конце наивысшей стадии расцвета цивилизации, появился символ, соответствующий нашему нулю. Уже одно это стало прорывом первостепенной важности.

И хотя это представляет куда больший интерес для истории математики, чем для более

узких целей данного исследования, мы можем бегло отметить, что развитие арифметики вполне естественно вело к открытию правил квадратных, кубических и биквадратных уравнений. Пусть вавилонские специалисты по алгебре не умели полностью и свободно решать произвольные уравнения, как это делают сегодня в алгебре для высшей школы, но они достигли значимого успеха. Отдельные историки математики ставят вавилонскую алгебру 2000–1200 годов до н. э. выше всего, созданного до XVI века н. э. Достижения в области геометрии и измерений просто поражают. Хотя результаты по большей части отличаются корректностью, следов доказательств не обнаружено. Отсутствие доказательств вызывает интерес с позиций исторического развития интеллекта и философии.

Одна, внешне незначительная, но в историческом плане очень важная деталь в арифметике вавилонян всплывает при приближении к временам Платона. Большие числа, и в частности одно число, видимо, привлекали их внимание. Число, о котором идет речь, – это 12 960 000, или четвертая степень числа 60 (60 × 60 × 60 × 60). В шестидесятеричной системе это число соответствовало бы десяти тысячам (четвертой степени базового числа), наши десять тысяч есть 10 000 (10 × 10 × 10 × 10). Их число могло использоваться, как греки использовали по случаю наше, дабы подчеркнуть невероятно огромное число. Но использование Платоном вавилонских «десяти тысяч», как будет продемонстрировано позднее, было несравненно более окрашено богатым воображением.

Одним из источников всего таинственного, что шло от этого числа для магов и им подобных, являлось количество его делителей. Включая 1 и само число, вавилонские «десять тысяч» (12 960 000) имеют 225 делителей, наши же десять тысяч (10 000) насчитывают жалкие 25. Если для метафизиков этого намека на вечно воскресающую вселенную недостаточно, стоит всего лишь обратить внимание, что 225 (общее число делителей 60 в четвертой степени) есть 9 × 25, а 9 – это 3 раза по вездесущей и святой во все времена 3. Если и этого недостаточно, заметим, что четвертая степень от 6 (6 × 6 × 6 × 6, или 1296) имеет то же самое число делителей (25), как и четвертая степень 10. При этом четвертая степень от 10 есть десять тысяч у греков и у нас с вами, в то время как 12 960 000 есть «десять тысяч» у вавилонян, что составляет четвертую степень от 6, умноженную на четвертую степень от 10. Разве не должна ощутимая космическая истина скрываться в подобной таинственной гармонии чисел? Скрывается она или нет, но пространные философские рассуждения о человеке и вселенной выводились из перетасовки чисел совсем не столь плодовитых, сколь приведенные выше. Будет забавно теперь внимательнее посмотреть на всю их абсолютно бесполезную чепуху.

Во времена колонизации Америки да и еще какое-то время в XIX веке школьники выпускных классов по арифметике бились над следующей головоломкой. «Земельное владение общей площадью 1000 квадратных футов состоит из двух участков. Две трети длины стороны одного квадратного участка больше в 10 раз длины стороны другого квадратного участка. Рассчитайте стороны участков». Алгебра дает два ответа: стороны участков равны 10 и 30 футам, или – 270/13 и – 310/13 фута. Арифметика разумно останавливается только на первом варианте.

Неоправданно забытая американская классика «счета в уме» впадала в ярость от этих ужасов. Отважные парни, кому удалось решить данные задачи в уме (они могли получить только первый вариант ответа, второй – просто бессмысленный вздор), видимо, проходили школу более сурового воспитания, чем мертвенно-бледные неженки, которые позднее изводили уйму карандашей и бумаги и переворачивали учебники алгебры в поисках обоих ответов. Существовали более несносные задачи, чем приведенный пример, вроде задачки о сбежавшем военнопленном, имевшем с собой запас еды и питья только на два дня, которому предстояло пересечь безводную пустыню шириною сто миль бросками по десять миль в день. Но какими бы разными ни казались задачи, все они имели четыре общие черты. Они могли быть решены простыми арифметическими действиями любым, кто довольно прилично разбирался в школьной арифметике. Много легче они решались теми, кто обладал лишь весьма скромными знаниями в элементарной алгебре, и они были замысловато надуманны и

лишены всякого практического смысла, и они нравились ученикам выше среднего уровня.

Две последние группы представляют для нас интерес. В современной прогрессивной школе арифметические задачи переведены в разумно практическую плоскость, часто представляя собой (причем с картинками) интересные и важные события из жизни совета местной школы, центрального вокзала Нью-Йорка, деятельности отцов города. Их легко решить в уме практически всем. К некоторому недоумению отдельных преподавателей, около 10 процентов среднестатистического класса не любят эти специальные практические задачи и даже от случая к случаю шумно выражают протесты, требуя других задач, которые заставляют нормального мальчика или девочку задумываться. Опыт древних вавилонян, кажется, свидетельствует о том же.

К 2000 году до н. э., а возможно, даже ранее 2500 года до н. э. вавилоняне довели уровень арифметических знаний до состояния вполне достаточного, чтобы осуществлять контроль за деятельностью в торговле, земледелии, строительстве, рытье каналов, астрологии и астрономии. Затем они ушли в чистую математику, выдвигая и решая бесчисленные задачи, которые даже самый беспечный историк экономики с трудом решится определить их значение. Задача об участке земли – лишь умеренный пример того, чем они занимались в указанном направлении. Она взята из математических табличек примерно 2000 года до н. э. Любого землемера даже на миг не сможет обмануть ее мнимая практичность. Если бы кому-то понадобилось узнать длину сторон участка, он не стал бы делать тех измерений, которые описаны в задаче, если он не сумасшедший и не сверхъестественно глуп. Задача столь же искусственна, как анаграмма, и единственно возможная ее цель состоит в том, чтобы получить удовлетворение от тренировки мозгов.

Математик из Вавилона, сформулировавший и решивший эту задачу, позволил себе использовать алгебру. Практически до последнего шага он следовал точно тому методу, что и большинство учеников начального курса алгебры в наши дни. Поскольку отрицательные числа еще не были полностью изучены, он пропустил второй ответ и дал только первый. Второй ответ сильно озадачил бы математика, будь он хоть на шаг впереди своего времени. Как выглядит отрицательная длина? Многие из тех, кто приступал к изучению алгебры, задавали этот вопрос только затем, чтобы убедиться, что, поскольку числа не могут лгать, они всегда имеют смысл, если с ними правильно обращаться. По этой причине отрицательная длина должна быть отвергнута.

Только после того, как непредубежденные люди перестали отметать неудобное и предприняли попытку понять, что же они делают с числами (или что числа делают с ними?), арифметика начала свободно и в полном объеме развиваться. Но это не происходило в течение многих веков после исчезновения вавилонян в тысячах тонн рассыпавшихся кирпичей и «сиянье Греции святой», пока не пришла пора ее математике дозреть, чтобы оказаться вновь открытой пробудившимися европейцами. Даже после этого потребовались века, прежде чем с отрицательными числами научились работать с должной уверенностью, ведь полное понимание пришло лишь в XIX веке. Но главный вопрос философии продолжал оставаться без ответа: «Были негативные числа изобретены или на них просто наткнулись?»

Хотя специалист по алгебре в Древнем Вавилоне нашел разумный ответ на свою же задачу, он продемонстрировал всем, имеющим зрение, куда надо смотреть, чтобы увидеть нечто важное (что могло бы оказаться безмерно важнее пропавшего ответа) для будущего науки, математики и философии. Своей задачей он показал, что числа прекрасны сами по себе и вознаграждают тех, кто изучает их ради них самих. Любознательность может «устать», если путь слишком длинен, но без нее мало что достигается в практическом плане. В этом суть учения древнегреческих математиков и ученых. Честь научить этому мир им следует разделить с вавилонянами.

Глава 4
Век глобальных решений

XVII век эры христианства имел много оснований для получения титула «великого века» современной науки и математики. В это время Галилей (1564–1642) и Ньютон (1642–1727) впервые в полном объеме продемонстрировали современный научный метод, объединяющий в себе математику с наблюдениями и экспериментами. Никто не верил (чем грешат отдельные теоретики-естествоиспытатели в XX веке), будто чистый разум – математика способна явить миру все фундаментальные законы развития физической вселенной.

Не верящим в магию чисел кажется невероятным, чтобы без использования метода Галилея – Ньютона в познании материального мира вообще могла совершиться промышленная революция конца XVIII – начала XIX века. История перестройки жизни людей, вызванной применением научных достижений в практической жизни, слишком хорошо известна, чтобы нуждаться в очередном пересказе. Упоминание о ней необходимо, чтобы адекватно сравнить революционный прогресс в развитии цивилизации в ином великом веке – VI веке до н. э.

В том веке два грека – Фалес и Пифагор – первые в плеяде бессмертных в области точных наук определенно встали на путь развития науки и математики, что позднее сделало возможным появление работ Галилея и Ньютона. Этот век также стал знаменательным тем, что заложил основы западной цивилизации. Если поворотные моменты в истории больше чем плод изобретательности историков, то VI век до н. э. из их числа. В VI веке до н. э. научная, математическая и религиозная мысли избрали новое направление, взяв курс в сторону от авторитета многовековых традиций к прямому изучению природы и человеческих стремлений. После Фалеса и Пифагора уже не было обязательным беспокоить богов через посредничество священников. Разумная мысль о материальном мире и месте человека в нем пробивала себе дорогу бок о бок с примитивными суевериями, возможно как никогда ранее. Но даже у самых отважных не получалось за свою короткую жизнь полностью отбросить груз прошлого. Самый бесстрашный из них, Пифагор оставил в наследство грядущим поколениям вечное смятение разума, передав им магию чисел Востока вместе со своим эпохальным вкладом в научный эксперимент и математику.

Прежде чем приступить к рассмотрению влияния чисел на образ мысли Пифагора и его последователей от прошлого к настоящему, было бы интересно узнать об интеллектуальном климате, в котором процветали он и его ближайший предшественник Фалес. Они не были одиноки, когда меняли направление человеческой мысли.

Где-то за три века до рождения Фалеса (624?—546 до н. э.) и Пифагора (569?—500?) Гомер (около IX века до н. э.) показал простым грекам их бессмертных богов во всех отношениях похожими на людей, и эти образы обрели славу, признание на тысячи лет. Помимо двух неувядающих шедевров мировой эпической поэзии, он не оставил незаурядным людям ничего. Вмешивающиеся не в свои дела боги и богини Гомера оказались настолько нелепы в то время, когда Фалес доказывал первые теоремы в геометрии, насколько сражающиеся ангелы Милтона, когда Ньютон применил дифференциальные уравнения к механике небесных тел.

Ко времени появления Фалеса для тех, кто несколько утомился от мифологии, уже существовало нечто более значительное, чем гомеровский идеал отца богов и всего человечества в виде похотливого старого деспота. Иранский проповедник Заратустра провозгласил более цивилизованную концепцию религии, в которой этические нормы возвеличивались до уровня сверхъестественного. Скорее всего, и Пифагор тоже испытал на себе влияние этого течения религиозной мысли, поскольку его собственные наставления, за исключением тех, что появились под прямым воздействием восточных фантазий или числового абсурда, были свободны от суеверий.

Длительная война между многобожием и единобожием была в самом разгаре, когда Фалес заложил основы своей геометрии. За век до его рождения знаменитая четверка еврейских пророков – Амос, Осия, Миха, Исайя, – чьи слова запечатлены в Ветхом Завете, настаивали, чтобы израильтяне и другие народы отказались от многобожия в пользу

единобожия. Пятикнижие к тому времени, вероятно, тоже было завершено. Оно снабдило израильтян священной историей и строгими моральными заповедями, которые веками почитали и которым следовали ортодоксы. Эти заповеди и по сей день оказывают влияние на жизнь верующих христиан.

Традиционно Фалеса представляют неутомимым путешественником. Нас же интересуют знаменитые события, имевшие место без его участия и о которых он, возможно, знал только по слухам. В то время как он пропадал по своим делам в Египте, Вавилонии или где-то еще, триада израильских пророков решительно и тщательно продвигала бережно оберегаемое царство Иеговы на земле. Софония возвращал в строй Иуду различными предостережениями и угрозами. Наум объявил, что недавняя гибель Ниневии была делом рук Иеговы, в то время как Аввакум продолжал духовный спор с Иеговой по поводу притеснения верующих. Далеко не все из перечисленных вопросов столь же актуальны сегодня, как это было в период путешествия Фалеса по Малой Азии, когда он собирал семена, которым почти через два с половиной века предстоит расцвести как минимум в трансцендентальной арифметике Платона с его идеальными числами. Но все же эти события значительно повлияли на развитие религии, которой в конечном счете отдали предпочтение европейцы. Соответственно математические, научные, философские и религиозные идеи, управлявшие западной цивилизацией, изначально были сформулированы в VI веке до н. э.

Частично и азиатская культура тоже выросла на фундаменте, заложенном в тот изумительный век. Конфуций открыл китайцам одну философию жизни, а Лао-цзы – другую, которая дошла до наших дней под названием даосизм. Индийцами были приняты буддизм и джайнизм в учениях Гаутамы и Махавиры.

Ни китайцы, ни индийцы к тому времени не внесли сколь-либо значимого вклада в науку о числах. Одна причуда индийского числа лор тем не менее действительно привлекла метафизические искания ранних греков. Индийцы нашли пользу в больших числах, особенно в пантеонах и своей мистической хронологии. Подобно египтянам, они перешагнули недостаток примитивных чисел, чтобы считать по-крупному. Еще бы приложить усилия, и они могли бы познать бесконечно великое.

Дабы завершить перечисление известных имен, еще трое современников Фалеса могли привнести атмосферу того времени поближе к нашим дням. В то время как Фалес осваивал азы дедуктивного метода в чисто математическом его понимании, триада израильских проповедников – Эзекиль, Аггей и Захария – увещевали Израиль прекратить предаваться пороку, а иначе вера будет сметена гневом Иеговы, и призывали завершить строительство храма Соломона в Иерусалиме. Они также предсказывали пришествие Христа, который избавит мир от войн и прочих напастей.

Возможно, это только безосновательная фантазия, но, если вглядываться в прошлое, начинает казаться, что наша цивилизация где-то точно проскочила поворот на Восток вместо Запада в тот критичный VI век до н. э. Поскольку, когда умер Фалес, Будде Гаутаме, «одному из просвещенных», было около пятнадцати лет. Частично совпав по срокам с Пифагором, Гаутама пережил Фалеса на шестьдесят пять лет.

Фалес и Будда никогда не встречались. Но между тем традиционно утверждают, и, возможно, без всяких на то реальных оснований, что Пифагор в своих легендарных странствиях встречался с Буддой. Если они все-таки встретились, то какими мыслями обменялись эти два человека, по всему миру признанные наиболее влиятельными учителями всех времен?

Был ли будда, со своим настойчивым призывом к правильному мышлению как первому шагу на пути из восьми ступеней к благости, удовлетворен попыткой греков четко определить, что можно считать одной из разновидностей правильного мышления? Но нет явных свидетельств, что Будда вообще слышал о математике, которую открывал миру Пифагор с присущим ему рвением первооткрывателя, изучающего вновь найденный континент. Пифагор же, со своей стороны, должен был узнать много больше, чем знал до этого, о переселении душ и таинствах успешных реинкарнаций.

Где бы он ни получил эти расслабляющие восточные верования, которые сегодня владеют миллионами неприкасаемых в своей добровольной деградации, Пифагор держал их так крепко, словно какой-нибудь индийский факир. Они и его страстное увлечение числами вскормили фантастическое явление – метафизику, которая мигрировала из мировоззрения в мировоззрение, пока, очищенная наконец-то от всех разумных пятен, она не погрузилась в собственную нирвану в свободной от примесей магии чисел физики XX века.

Если бы Пифагор и Будда встретились, вполне вероятно, что мир обошелся бы без трех веков экспериментальной науки, что последовали за Галилеем и Ньютоном. Вполне реально, что это ускорение в понимании законов развития физической материи могло бы начаться сразу же после их встречи, и Платон, а не Ньютон объявил бы о законе всемирного тяготения. А еще на половину поколения позже Эйнштейн вселился бы в тело Аристотеля.

К сожалению для этой консумации познания и здравого смысла, сам Пифагор погряз в научных опытах и потерял свое могучее эго в бесконечном эксперименте. Наука, математика и философия нерешительно повернулись на Запад, а не на Восток.

Преданный сторонник современной магии чисел будет вынужден признать, что поворот на Запад задержал промышленную революцию до конца XVIII века. Поворот лицом к Востоку вверг бы мир в нее еще в III веке до н. э., и Вторая мировая война могла бы случиться на первом году нашей эры. А в каком состоянии был бы наш мир сегодня, не сможет ответить даже самый квалифицированный нумеролог.

Глава 5
Различия во мнениях

Когда благодарные сограждане поинтересовались у Фалеса, какую награду хотел бы он получить за свои деяния для них и города, в ответ прозвучало: «Веры в мои открытия». Если судить по дошедшим до нас письменным свидетельствам, Фалес был первым, кто предположил, что созданные разумом нематериальные, неосязаемые ценности способны пережить материальные.

Это предположение оказалось проницательным. Богатый царь Крез был помешан на золоте. Его сравнительно небогатый друг, хитроумный Фалес, увлекался идеями. Он нацелился на бессмертие. Если Крез, общеизвестный как самый богатый человек Античности, и внес в развитие цивилизации что-нибудь, кроме поговорки «богат как Крез», это уже давным-давно забыто. И хотя Крез, просто как имя, возможно, и более известен, чем Фалес, но именно последний остается вечно живым. Уже одно из его достижений обеспечило ему бессмертие, которого он желал. Дедуктивный метод исследования, используемый в геометрии, традиционно приписывается Фалесу. Он только мельком затронул то, что Пифагор и его последователи развили в заслуживающие доверия основы математики, как они воспринимаются в наше время, и все же он был первым, о ком упоминает история, кто предвидел ее возможности.

Как станет известно позднее, есть основания считать, что древние египтяне тоже применяли метод дедуктивных умозаключений в геометрии. Но, кроме неоднозначного утверждения одного человека, никаких свидетельств на этот счет обнаружено не было. Согласно греческим преданиям и истории, первым был Фалес в VI веке до н. э.

Связь дедуктивного метода со всей математикой и наукой столь важна своими последствиями, что следует немного остановиться на этом методе, прежде чем перейти к личности самого Фалеса. Самая суть вопроса состоит в том, что без дедуктивных умозаключений математики в том виде, в котором она понимается профессиональными математиками, просто не существует. Данное категоричное заявление обычно приводит в ярость тех романтиков, кто находит упоение в выискивании поразительных образчиков математического гения во всем, от учетных записей мумифицированного египетского управляющего до зигзагообразных молний на горшках индейцев племени зуни. Никто не станет отрицать, что подобные вещи могли предшествовать появлению арифметики и

геометрии или что они могли бы натолкнуть людей, способных мыслить размеренно, позитивно и абстрактно, на проявление математических начал. Но путать их с математиками – все равно что смешать все мышление с розовым туманом, где мифология дикарей не может быть отличима от всемирного тяготения Ньютона и пространства-времени Эйнштейна. Нежелание провести границы между тем, что математики называют математикой и полуэмпиризмом, что предшествует этой математике, но иногда по ошибке принимается за математику, вводит в заблуждение многочисленных философов от античных греков до Канта в XVIII веке. К этому еще вернемся в соответствующем разделе.

«Дедуктивные рассуждения» можно заменить в данной работе более коротким, но не менее емким термином – «доказательство». Достаточно двух деталей. Доказательство в математике происходит от четко выраженных допущений, ясно обоснованных. Допущения могут в разное время именоваться постулатами и чуть реже аксиомами. В античные времена преобладала уверенность, что постулаты математики являются очевидными истинами, присущими «природе вещей», не требующими доказательств и являющимися непреложными для любой последовательной (не противоречащей самой себе) оценки «чисел» и «пространства». Эта вера в жизненную необходимость постулатов, скажем в элементарной геометрии и арифметике, просуществовала до XIX века. Затем мало-помалу приходило осознание, что постулаты, ставшие основой математики, вовсе не обязательные истины в описанном смысле, но некое договорное условие, на которое согласны все математики. В частности, постулаты геометрии явно человеческого происхождения. Они не были навязаны человечеству «природой вещей» или каким-либо еще экстрачеловеческим посредничеством. Этот очень неадекватный итог диспута длиной в два тысячелетия вполне достаточен на данный момент, позднее он будет досконально рассмотрен.

Вторая деталь, которую следует постоянно учитывать, касается процесса, посредством которого математические выводы появляются на базе постулатов. Он и именуется дедукцией. Постулаты принимаются на веру без дальнейших доказательств. Любое утверждение, подразумеваемое постулатами, считается справедливым просто по определению. В задачи математики входит поиск утверждений, вытекающих из постулатов.

Здесь вполне уместно отметить, что пользоваться можно только системой умозаключений, согласованной между математиками. Эта система именуется формальной логикой. Со времени своего появления в Древней Греции и до настоящего времени она получила широкое распространение, классическая же логика Аристотеля является лишь разделом формальной или математической логики, традиционно используемой. Подобно постулатам, на которые она опирается, логика стала предметом всеобщего соглашения между математиками. Она не была навязана им судьбой или непреложной необходимостью. Данный вопрос также нуждается в дополнительном освещении, но не в данный момент.

Мы не затрагиваем вопрос, по какой причине математики отдают предпочтение той или иной системе постулатов в различных случаях, что легко себе представить, или почему они используют один метод рассуждений вместо другого. Так уж исторически сложилось, что геометры из глубочайшей древности перешли к определенным продуктивным методам размышлений, подсказанным им их практическим опытом. Прежде чем они осознали, что делают, они уже размышляли дедуктивно. Их умозаключения всегда оказывались последовательными.

Исходя из этого отдельные философы-математики вывели наивеличайшее и нисколько не логичное утверждение: логика есть необходимость, неминуемая судьба, навязанная человеческому разуму из ниоткуда. Логика не была изобретением человека, а только лишенным временной привязки даром человечеству от бессмертных богов. В той или иной форме эта вера просуществовала ни много ни мало более двух тысяч лет. Сомнения в ее полезности появились только совсем недавно.

Дальнейшие взаимозачеты могут слишком усилить претензии одной школы философии по указанным базовым вопросам за счет ее конкурентов. Действительно ли Фалес (или любой другой человек) изобрел дедуктивный метод, или он просто наткнулся на него? Такой

же вопрос мы поднимали в отношении чисел: кто-то изобрел числа или их просто нашли? Нет необходимости повторять дедуктивные рассуждения, которые уже прозвучали о числах. Каждый вправе выбрать ответ, который ему по нраву. Великие умы не приходили к согласию. Что касается нас, нам хватит и того, чтобы продолжить узнавать, как возникло это непримиримое разногласие во мнениях.

Что станет с египетскими и вавилонскими изысканиями в области чисел и всего остального в рамках суженной математической концепции, описанной выше? Поскольку ни те ни другие никогда ничего не доказывали (насколько это известно на настоящий момент), их вклад не имел ничего общего с математикой. Никого не заставляют принять столь сбивающий с толку и столь оскорбительный вывод, да мало кто и примет его. В обыкновенных исторических записках, возможно, нет ни необходимости, ни смысла проводить четкую границу между тем, что следует именовать математикой, и тем, что не заслуживает носить этот громкий титул. Настоятельное требование доказательств как критерий – это современный подход. Если пользоваться только им, то придется отвергнуть слишком многое из того, что наши предки именовали математикой, и сильно посягнуть на наши собственные достижения.

Компромиссом было бы признать все, что большинством компетентных математиков конкретной эпохи было принято как доказанное, не важно, выдержало ли это критику позднейших поколений математиков или было признано ошибочным или неполным. Но тогда потребовался бы тест на признание, что есть по сути доказательство. Те, кто пытался подтвердить свои выводы, могут считаться математиками, а остальные – эмпирики.

Разграничение достаточно известно редакторам математической периодики, которым положено решать, является ли представленная им на публикацию работа математической или какой-либо еще. Воспользуемся примером из арифметики. Прилежный расчетчик осознает после сорока лет нещадных трудов, что 8 и 9 – единственные числа меньше миллиарда миллиардов, отличные друг от друга только на 1, для которых характерно следующее: оба числа являются точными степенями, основания и показатели которых также отличаются на единицу ($8 = 2^3$, $9 = 3^2$). Истрепав несколько калькуляторов и немного собственной нервной системы, потенциальный математик считает дело законченным и принимает решение обнародовать свое исследование. Итак, он пишет редактору любимого математического журнала о своей гипотезе: «Единственными точными степенями, отличными на 1, являются 8 и 9». – «Возможно, вы правы, – отвечает редактор, – но как вы это докажете? С надеждой на известие от вас в ближайшем будущем возвращаю вам вашу рукопись». С тех пор все ждет ответа.

Глава 6
Мудрость как профессия

На примере жизни Фалеса хорошо видны признаки нового праздного класса и зарождение новейшего культа профессионально мудрого человека. Как-то слабо верится, что, если бы философы и математики Древней Греции не были освобождены от физического труда, они способны были бы внести серьезный вклад как в философию, так и в математику.

Незаурядный человек, не выполняющий никаких обязанностей, которые в сознании обычного человека именуются работой, не был редкостью в VI веке до н. э. Действительно, задолго до этого несколько тысяч подобных людей одновременно проживали только в одном Египте. Эти облагодетельствованные смертные толпились как трутни, около замков и стола короля, добывая себе пропитание передачей указаний богов королю и простолюдинам.

Фалес и его последователи по профессии не притворялись, будто дают обществу что-либо стоящее, как поступают священники. Мудрецы новой формации крепко стояли на своих ногах, не опираясь на богов, и едва ли позволяли себе расточительность тратить хотя бы мысль на рабов, обеспечивавших им пищу телесную. Некоторые из этих несгибаемых мыслителей были сами хорошо обеспечены, другие же находились на содержании у богатых

покровителей.

Наиболее заметным аспектом такого альянса между материальным благополучием и чистой мыслью являлось отсутствие мотива обогащения. Священники обещали королям награды на небесах, а некоторые даже намекали, будто и рабы получат щедрое вознаграждение после своей смерти. Мыслители никому ничего не обещали. Возможно, они отличались излишней честностью, чтобы брать на себя обязательства, которые не в состоянии выполнить. И они никогда не помышляли, что спустя века после окончания их земного пути их бесполезный труд вдруг поможет освободить рабов от тяжелой работы, а королей – от раболепного идолопоклонничества.

Будучи первым, кто увидел проблеск сегодняшнего восприятия математики, Фалес оказался первым мирянином, превратившим мудрость в профессию. Когда его почитатели вопрошали, как им следует обращаться к нему, он выбрал титул «sophos» (мудрейший). А он был мудр, иногда на самом деле слишком мудр, и все на благо своих соседей. Он не являлся идеальным образцом профессионального мудреца для тех, кто очень скоро пришел ему на смену, поскольку зарабатывал на жизнь тем, что в те дни считалось честной работой.

Будучи греком по отцу, Фалес родился в городе Милет в Ионии в VII веке до н. э. Год его рождения – 640 или 624, последний наиболее вероятен, и в 548 году до н. э. он был еще жив. Отца его звали Экзамий, а мать – Клеобулина. Вот и все, что о них известно, не считая легенды, что Клеобулина имела финикийские корни. Возможно, какие-то факты и подтверждали это, но имя Клеобулина, как принято считать, вполне греческое. Одна или две капли финикийской крови в жилах оказали сильное влияние на карьеру Фалеса. Поскольку существовало древнее предание, до сих пор сохранившееся среди тех, кто не очень-то жалует греков, согласно которому финикияне, лучшие торговцы в истории, научили греков торговать чем ни попадя: от фальшивых монет до троянских коней. Одна из лучших проделок Фалеса в этой области могла бы быть перенесена без изменений из XX века.

Среди прочих занятий Фалес оказался и предпринимателем. Предвидя в одну из весен небывалый урожай олив в Милете и на Хиосе, Фалес скрытно и, как бы сейчас сказали, со спекулятивными целями скупил все масляные прессы. Когда к концу лета оливы начали созревать и падать, фермеры вынуждены были платить Фалесу любую названную им цену, которая, кстати, не была чрезмерной, за аренду и использование прессов. Урожай был спасен. Таким образом, вполне допустимо, Фалес финансировал свое затянувшееся образование в храмах и на рыночных площадях Египта и Вавилонии. Жители Милета и Хиоса также кое-чему научились в результате сделки. Фалес не возвращался в ту часть света долгие годы.

Оливковое масло по этой причине хоть и косвенно, но в ответе за некоторые постулаты философии Фалеса. Конечно, будущий философ мог бы добраться в Вавилонию и Фивы и без оливкового бартера, но его продвижение было бы менее беззаботным. Немало любопытных греков профинансировала торговля маслом и солью во время их путешествий по восточным землям, говорят, даже Платон торговал в розлив маслом в Египте.

Высокое мастерство финансиста, проявленное Фалесом в подходе к реализации оливкового масла, намного важнее для истории математики и философии, чем просто сентиментальный факт его биографии. Это был прекрасный пример дедуктивного мышления в действии.

«Я хочу приобрести знания в Вавилонии и Фивах» – так звучал первый постулат Фалеса. «У меня нет достаточно средств, чтобы добраться до любого из этих мест, если только я не пойду туда пешком и не стану просить подаяние» – был его второй постулат. «Я не хочу ни того ни другого» – таков его третий постулат. Далее следовала лемма: «Если я смогу убедить кого-нибудь дать мне солидную сумму денег или ее эквивалент, я смогу путешествовать по востоку как господин и изучать то, что мне будет интересно, в нормальных условиях».

Рассматривая данную лемму как слишком явно не требующую никаких доказательств, Фалес перешел к утверждению: «Оливковое масло есть эквивалент деньгам». Это яркий

пример того, что философ Кант когда-то назовет истинно синтетическим высказыванием. Таков итог наблюдения, который может быть проверен обращением к существующей практике в реальном мире. Всякая заслуживающая уважения научная теория включает в себя подобное высказывание, в противном случае она полностью оторвана от реальности.

Добавив не допускающую возражений зависимость, чтобы увязать свое умозаключение с конкретным миром, Фалес вернулся к абстрактному и быстро перешел к своей неуязвимой цепи выкладок. Суммарного обзора его основных выводов и главных теорем здесь будет достаточно. «Оливковое масло есть эквивалент денег. Масло получают из зрелых олив, пропуская их через прессы, принадлежащие фермерам. Беспомощные фермеры нуждались в деньгах в ту весну, как они всегда нуждаются в них между двумя урожаями. По этой причине они расстались бы со своими прессами за один процент от их стоимости. Чтобы оставить фермеров без капли масла (которое есть эквивалент денег), на следующую осень необходимо овладеть всеми прессами. Чтобы уложиться в сумму, которая у меня есть, при покупке прессов необходимо навязать каждому продавцу условие секретности, убедив его в том, что он умнее своих соседей, чьи прессы он сможет арендовать за просто так. Если не считать их взаимовыручки при пользовании прессами, фермеры – устойчивые индивидуалисты не имели представления о благополучии других. Поэтому я буду путешествовать как король, учиться или не учиться в свое удовольствие, чему пожелаю и где того пожелаю». История и предания утверждают, что Фалес провел несколько лет в Египте и Месопотамии, изучая арифметику, геометрию и философию. Ни египтяне, ни вавилоняне не смогли научить его чему-либо в области финансов.

Не следует забывать, что этот пионер математики и философии известен нам только из легенд и ссылок на его учения более поздними математиками и философами. Не сохранилось ни современных ему свидетельств о его жизни, ни записей его высказываний, и вполне вероятно, что мы имеем абсурдно ложное представление о Фалесе как человеке. Но любой человек в науке или математике, который читал (или писал) некролог о новопреставленном коллеге, знает, что официальная история жизни известного человека нередко более грешит лестью и искажает представление о судьбе и характере, чем объемное изображение личности из анекдота, пусть даже далеко не всегда и во всем правдивого. Преданный или сатирически настроенный ученик известной личности одной-единственной фразой может порой увековечить великого человека и представить его грядущим поколениям таким, каков он есть, словно жука в янтаре. Так могло случиться и с Фалесом, и с Пифагором, ни один из которых не мог похвастаться биографией, которая устроила бы как доктринера, так и придирчивого грамотея. Эти непроверенные легенды, забальзамировавшие учителей Античности, по меньшей мере демонстрируют нам, что современники думали о них. А это нисколько не менее важно для понимания, чем знание о том, как, где и о чем эти великие люди читали свои лекции, на основе любых документальных свидетельств.

Другая классическая легенда о Фалесе также представляет интерес для повествования, поскольку она демонстрирует, что дедуктивное умозаключение не является исключительной прерогативой человечества. В течение нескольких лет Фалес вел крайне прибыльную торговлю солью, перевозимой караванами мулов. Так вот мулы, как утверждают люди, имевшие счастье общаться с ними, относятся к числу наиболее разумных животных, когда-либо созданных дьяволом. Одного из мулов Фалеса легко отнести к числу гениев. Однажды, преодолевая вброд ручей, этот супермул поскользнулся на камне и упал в воду, к несчастью погрузив в воду весь тюк с солью. При следующей переправе он нарочно улегся в воду и повалялся в ней. Он явно сообразил, что груз после первого падения полегчал. Эта уловка повторялась до тех пор, пока вся соль не растворилась. Затем мул, рассуждавший в высшей степени логично, перестал опускаться в воду. Фалес нашел способ прекратить эти слишком умные проделки, заменив тюк соли сухим тряпьем и пыльными губками. После этого мул опять опустился в воду, но только один раз.

Очевидно, эта история демонстрирует все базисные элементы как индукции (умозаключение и обобщение на основе повторяющегося опыта), так и дедукции. Человек,

который сумел придумать способ обхитрить сообразительного мула, вполне мог бы стать прикладным ученым, готовым для изобретения дедуктивного метода и закладки основ математики. Что бы изобрел мул, если бы он был наделен разумной речью, осталось за пределами человеческого воображения.

Все более ранние опыты Фалеса в плане умозаключений тесно переплетены с трезвым практическим расчетом. Они также имеют в своей основе нечто более полезное для математика: способность исследовать очевидное со всех сторон и разглядеть все, что не столь явственно при обычном осмотре. Качество его размышлений отличало его от современников. Так должно быть, иначе он не побеждал бы их, когда они по глупости вступали с ним в схватку умов. Так, к примеру, случилось и при встрече с Солоном (639?—569 до н. э.), в которой Фалес проявил себя более квалифицированным юристом, чем официальный законодатель всей Греции.

По воле судьбы и искушенной логики Фалес всю жизнь оставался холостяком. Имеющий обыкновение вмешиваться не в свои дела, Солон внушил себе, что гражданский долг велит ему публично упрекнуть Фалеса за холостую жизнь и невнесение своей доли вклада в защиту государства в виде сына-солдата. Фалес смиренно принял упрек и пообещал подумать над этим. И подумал. Спустя несколько дней Солону передали в присутствии Фалеса, что его сын убит. Это подстроил сам Фалес. Правитель позабыл о государственных делах. Этого было вполне достаточно, и Фалес покаялся, что ложь была стратегической. «Теперь вы видите, – указал он, – что сами вы не в состоянии смириться с подобной потерей, а от меня хотите, чтобы я прошел через это. Где последовательность?»

Две из бессчетного количества историй, которые его обожатели любили пересказывать о Фалесе, имеют прямое отношение к нашим хаотичным временам. В те времена имели место шумные перебранки между соперничающими гангстерами и их вооруженными бойцами (если позаимствовать популярную речь президента Рузвельта в 1940 году). Центром неподчинения стал город-государство на североафриканском побережье – политическое образование, заметное, а иногда и прославляемое в греческой истории. Пять ионических городов-государств неожиданно прекратили междоусобицу сразу после того, как Фалес заметил им, что федерация была бы для них безопаснее в случае внешней агрессии.

Второй случай свидетельствует о Фалесе как думающем инженере в дополнение к прочим его профессиям. Наиболее впечатляющие знания в технической области он, скорее всего, приобрел в Месопотамии или Египте, что не вызывает сомнений. Царь Крез, почитатель, а одно время и покровитель Фалеса, пожелал, чтобы его армия переправилась через реку Алис. В то время понтонные мосты еще не были изобретены, а времени строить постоянный мост не было. Крез вызвал Фалеса на военный совет. Будущий философ и математик вмиг решил проблему. Под его руководством был вырыт канал, направивший воды реки по временному руслу. Когда же армия переправилась по сухому руслу, чтобы продолжить преследование врага, Фалес вернул воды обратно в естественное русло, чтобы не побеспокоить речных богов, которых очень уважал Крез.

Спустя несколько лет Фалес развлекал старых друзей сдержанным пересказом чудес, увиденных им на Востоке. Какой-то скептик из числа слушателей наконец исчерпал веру в повествование.

– Было ли хоть что-нибудь, что случайно вы так и не увидели в своих путешествиях? – насмешливо поинтересовался он.

Фалес задумался над вопросом.

– Да, – признался он, – одного я так и не увидел.

– И что же это было? – фыркнул скептик.

– Тирана в годах, – ответил Фалес.

Возможно, Фалес вспомнил времена, когда он помогал Крезу, преследовавшему противника, переправиться через реку Алис.

Когда Кир, царь персов, наголову разбил в сражении Креза, царя Лидии, он заковал того в кандалы. Неизвестно, где и как Крез закончил свой путь и сколько ему было лет, когда

Кир покончил с ним.

Успех, заставивший греческих современников Фалеса возвести его в ранг мудрейших во всем мире, следовало бы приписать вавилонянам или, вполне возможно, египтянам куда в большей степени, чем самому Фалесу. Согласно одной из версий, 28 мая 585 года до н. э. произошло полное солнечное затмение. Мидяне и лидийцы к тому времени шестой год упорно сражались друг с другом. Как рассказывает Геродот, они неожиданно оказались в состоянии «ночной войны». Напуганные до потери рассудка предзнаменованием свыше, непримиримые противники внезапно прекратили убивать друг друга. Потрясенные и подавленные до самой глубины своих непросвещенных душ, они незамедлительно заключили мир, позднее подтвержденный двумя брачными союзами между царскими семьями. Мидяне и лидийцы исчезли с лица земли много веков назад, и никому особо не интересно, сколько из них пали на полях сражений или сколько из них оставили свои доспехи за порогом дома в последний раз и умерли в своей постели. Что действительно важно в «ночной войне» для истории мудрости, так это тот факт, что Фалес предсказал затмение. Само же предсказание вдохновило более склонных к размышлениям греков уверовать в предначертанность событийного ряда в природе и подготовило их к откровениям Пифагора, что числа правят миром.

Предсказание затмения на уровне точности наших современных приборов, с указанием времени до секунды и определением конкретного места, откуда оно будет видно, в VI веке до н. э. даже не обсуждалось. Возможно, самое лучшее, что мог совершить Фалес, – так это предсказать год и менее точно – место, откуда затмение будет видно; скажем, 585 год до н. э. и определил конкретный район Малой Азии. Но этого было достаточно, чтобы за ним утвердилась репутация мудреца. Он точно в определенных пределах предсказал затмение, и, когда оно свершилось, прекратив битву, его пораженные земляки уверовали в него намного больше, чем он мог бы рассчитывать. Они с радостью нарекли его, как он того и хотел, мудрецом. Они вряд ли поверили его утверждениям, что в научном плане взаимозависимость между затмением и сражением – случайное совпадение.

Значительный исторический интерес представляет вопрос, где Фалес научился предсказывать солнечные затмения. Явно он не сумел бы в один присест и даже за одну свою жизнь в одиночку теоретически разработать всю методику расчетов. Века спокойного наблюдения дали астрологам и астрономам Месопотамии необходимое понимание фактов, и практически нет сомнений в том, что Фалес постиг их знания либо напрямую, либо через египтян. Еще в VIII веке до н. э. их древние ученые знали о цикличности затмений как солнца, так и луны. Наша современная точность в этих вопросах возможна благодаря теории всемирного тяготения Ньютона (1687), давшей обоснование замечательно точной небесной механике. Около двадцати трех веков разделяют Фалеса и Ньютона. Если бы не существовало Фалеса или равного ему где-то в этом интервале, Ньютон так и умер бы обыкновенным фермером.

Наиболее длительный эффект того затмения сказался на умах древних греков. Фалес был первым из мудрейших людей Греции, его критик Солон был еще одним из семи бессмертных. «Мудрость» для наследников дела Фалеса включала в себя тогдашние науку, инженерию, технологию, арифметику, геометрию и философию, причем последнюю в том смысле, в котором мы и сейчас воспринимаем ее. «Философия» для греческих философов никогда не замыкалась на высокие мысли о низменной жизни, но относилась ко всем знаниям, которыми философ был в состоянии овладеть.

Разделение между философией и наукой произошло значительно позже, когда научный метод Галилея и Ньютона столь существенно поднял планку проверяемых знаний, что «натуральная философия», физическая наука и математическая астрономия, покинула своих досточтимых прародителей и в течение трех веков развивалась самостоятельно. Привлекаемая древней магией чисел, натуральная философия в XX веке, как показалось, была готова вернуться к родным пенатам VI века до н. э. Призрачная фигура Пифагора замаячила сквозь завесу времен, готовая приветствовать блудную дочь с прощающей

улыбкой.

Рассмотрим «философию» Фалеса с позиций современного научного метода, прежде чем осмысливать его имеющий непреходящее значение вклад в развитие математики. Довольно странно для столь практичного ума, но Фалес попытался охватить мироздание обобщающей теорией. «Всё есть вода», – объявил он своим насмерть перепуганным согражданам. Более того, он уточнил сказанное: швырните все, что вам нравится, как можно дальше, и вы увидите, что у вас ничего не осталось, кроме воды на ладонях.

Это была первая из всеобъемлющих обобщающих теорий, предложенных греческими и иными философами ошеломленному и не знавшему, чему верить, человечеству в качестве окончательного суммирования всего, что нашлось в космосе, времени и вечности. Почитателям Фалеса остается только верить, что сам он не воспринимал собственную теорию так же серьезно, как его греческие потомки, которые посчитали, что необходимо доказать ложность его теории в деталях.

Очевидно, что корни метафизической воды Фалеса уходят в Вавилонию. Мысль о мокрой структуре «всего» не могла казаться слишком нелепой людям, преуспевшим в строительстве своих городов из зажаренной на солнце глины на равнине плоской, как пол, и зажатой между двумя полноводными реками, которые каждые два года выходили из берегов. «Всё есть вода», – звучит больше похоже на раздраженное выражение неудовольствия какой-нибудь вавилонянки-домохозяйки, нежели на разумный вклад философа в копилку знаний всего человечества. Фразу тиражировали с небольшими расхождениями в акцентах на протяжении двадцати шести веков. В XIX веке н. э., когда паровоз своими гудками затмил все остальное, «всё» стало материей и энергией, или энергетическим эфиром. В самом начале XX века легкий шум динамо-машин и стук телеграфных ключей сделал «всё» электричеством. В более разумные 1930-е годы, когда относительность рассеяла материю, энергию, эфир и электричество на уравнения пространства-времени, «всё» стало математикой.

Прежде чем сказать Фалесу-человеку слова прощания и перейти к величайшей из его работ, вспомним одну из самых человечных историй о нем, которая пережила столетия. Как-то ночью, поглощенный созерцанием звезд,

Фалес величаво шагнул в колодец. Услышав плеск воды и последовавший, возможно, почти в ту же секунду испуганный крик «Всё есть вода!», слуга-фракиец вытащил философа из колодца, слегка поддразнивая, что тому не следовало бы засматриваться на происходящее в небе, если не замечает, что находится у его ног.

В других пересказах колодец превращается в простую канаву, а непочтительный слуга – в старую женщину. Но вверимся лучше авторитету Платона, у которого прислуга была молода и красива. Поверим, что это была она и что Фалес, когда она выловила мудреца, вознаградил ее должным образом. Из всех неизвестных нам женщин, живших в VI веке до н. э., я хотел бы узнать имя той фракийской служанки.

Глава 7
Не много, но достаточно

Небольшой по количеству, но насыщенный бесчисленными возможностями вклад Фалеса в математику оказался достаточен, чтобы зародилась наука о числах, просуществовавшая с VI века до н. э. до наших дней. Внедрение дедуктивного метода в элементарную геометрию уже было упомянуто, и некоторое время спустя мы рассмотрим метод в деталях.

Другим имевшим решающее значение нововведением стало намеренное абстрагирование или идеализация информации, полученной в результате наблюдений, для установления чистой идеи. Это, до некоторой степени пугающее описание очень простого процесса, базового для математики, науки и философии, будет рассмотрено прежде всего. Это необходимо для более полного осознания того, что принято называть знаниями или

мудростью как в древности, так и теперь.

Абстрактный контрпример, как он подается в элементарной геометрии, может показать главные аспекты значительно четче, чем описание всего процесса. В 1890-х годах один своеобразный педагог выпустил учебник по элементарной геометрии, основанный на новых принципах. Его достойная цель состояла в том, чтобы сделать геометрию не только понятной для начинающих, но и доступной, как чтение газеты. Он преуспел настолько, что никто совсем ничего не мог понять. Новизна его подхода состояла в следующем: прямые линии имеют определенную и измеряемую толщину. Это, как уверял он, чистый факт каждодневного бытия. Даже самый отсталый наблюдатель в состоянии увидеть это, настаивал он, раз об этом указано. «Прямая линия», проведенная куском мела на доске, отмечал он, иногда столь же широка, что и человеческий палец, а самая дешевая линза превратит едва видимые «прямые» царапины на оконном стекле в корявые желоба.

Проблемы возникли, когда буквоеды-подростки начали шумно требовать рассказать им, сколько раз нужно расщеплять волос, чтобы получился пучок правильных линий. Подходит ли для этих целей конский волос, или нужно воспользоваться волосом из девичьего хвоста? И далее в том же духе, пока несчастный автор новой геометрии не оказался на грани от потери рассудка. Доведенный до крайности, уже пересекая порог сумасшедшего дома, этот человек, обманутый в своих надеждах, продолжал кричать, что все линии существуют только в уме геометров и что он бросил вызов всем математикам в мире, несогласным с ним. Своим дерзким вызовом ортодоксальности новый геометр задекларировал факт, который ни один математик, кроме, возможно, тех, кто придерживался реалистичных позиций в духе Платона, не стал бы оспаривать. Фалес, как предполагают, был все-таки первым из тех, кто придумал нечто абсолютно противоположное тому, чему собирался учить революционно настроенный педагог. След мела, царапины, расщепленные волосы и все иные бесчисленные, поддающиеся чувственному восприятию «прямые линии» обозначает некая абстрактная прямая линия – «длина без ширины», как самая простая идеализация их всех. Эта прямая линия геометров не существует в материальном мире. Это чистая абстракция, плод воображения или, если кому-то нравится, мысль вселенского разума. И нет необходимости выискивать недостатки типа какой ширины прямая линия, поскольку словосочетание «ширина линии» больше не имеет значения.

Этот процесс очищения повседневного опыта и абстрагирования от него, то есть выделения общей концепции, позволил создать математику, механику и теоретическую физику. Такой подход вдохновил Платона на его возвышенную мистическую философию. Геометрия линий не имеет привязки к той или иной «линии» из так называемого чувственного опыта, она связана исключительно с конкретными определениями и постулатами касательно идей или гениальных провидений, несущих пользу науке и математике, и действительна для всех типов линий, детерминированных данными определениями и постулатами.

Нынешние геометры знают, что не все может быть детерминировано как составное из простейших составляющих. Но от какого-то неразложимого минимума надо вести начало. Начало для прямых линий находится в следующих простейших абстракциях чувственного опыта: «Две прямые линии пересекаются в одной, и только в одной точке. Через две точки можно провести одну прямую линию, и только одну». В этих постулатах ни «точка», ни «прямая линия» не имеют дальнейшего уточнения или объяснения. Это два базовых, не имеющих дальнейшего деления элемента, на которых построена вся геометрия.

Любой разумный человек может видеть в «точке» и «прямой линии» общеизвестные понятия, которые, как ему представляется, он понимает интуитивно. Но каждое из этих интуитивных ощущений должно оставаться на заднем плане. Оно не должно навязываться геометрии. Подобный запрет не имеет целью встать на пути поиска мысли при формулировании теорем. Начиная с двенадцатилетнего школьника и заканчивая семидесятилетним ученым в тиши кабинета, всякий, посвятивший себя геометрии, нуждается в интуиции и пользуется ею. Только после того, как интуиция и воображение

полностью исчерпают себя, они могут быть отброшены, уступив место логике.

В теоретической астрономии и физических науках процедура точно такая же. Земля, которую мы населяем и знаем благодаря нашим ощущениям, – не идеальная планета, которой она представляется в механике небесных тел. Она покрыта глубокими океанами и испещрена горными системами. Эта планета, которую учитывают в расчетах возмущений Солнечной системы, является как безразмерной частицей, наделенной массой и положением, так и гладкой без особых примет сферой, слегка покачивающейся относительно своих полюсов. И хотя солнце и планеты Солнечной системы идеализируются подобным образом, орбиты комет рассчитываются с такой точностью, что возврат перигелия кометы Галлея в 1910 году после ее отсутствия в течение примерно 75 лет был предсказан с погрешностью только в 3,03 дня – около 1 из 9125.

В настоящее время все сказанное настолько хорошо знакомо, что нас можно извинить, если мы посчитаем это явно граничащим с трюизмом. Но всякий, кому и дальнейшее покажется очевидным, является либо гением, либо просто равнодушным человеком. Просто чудесно, что идеальный мир математиков или ученых-теоретиков должен время от времени предсказывать существование непредвиденных событий «реального» мира.

Приведу известный пример такого предсказания. Положение планеты Нептун за пределами возможностей человеческого глаза было предсказано (в 1846 году) путем математических расчетов на основе закона всемирного тяготения Ньютона, и телескоп обнаружил планету очень близко к расчетному месту. Или более свежий пример (1927). Современная физика и математика на основе квантовой теории предположила существование двух видов молекул водорода, ортоводорода и параводорода, о которых химики даже не догадывались. Более того, их соотношение (3/4 и 1/4) в «водороде» совпало с расчетными. Как можно объяснить подобные предсказания?

Объяснений было представлено много, даже слишком много, чтобы предположить, что хоть одно окажется убедительным. Только самое позднее из них (1930) следует рассмотреть в данной работе, как наиболее уместное относительно магии чисел, благодаря древней истории которой и появилось на свет. Человеческий разум должен предполагать результат любого научного эксперимента до того, как опыт будет произведен, потому что можно осознавать и рассуждать последовательно только при одном условии, математическом подходе, и, более того, математические истины бессмертны. Заявлено слишком жестко, но не слишком пристрастно, как в большинстве революционных научных кредо ученых последних трех столетий. Нечто подобное уже произносилось, к этому возвращались много раз и в самых разных формах, с VI века до н. э. и вплоть до наших дней.

Некоторые математики чувствуют необходимость подчинения неизбежности. Возникает ощущение, будто их открытия и находки ожидали их в неизвестном, но вполне узнаваемом будущем. Рационалист сказал бы, что математик проектирует себя в иллюзорное время своего собственного изобретения. Будущее, в которое, как ему представляется, он проникает, на самом деле есть его собственные настоящие абстракции и доказательства – плоти и духа математики. Постоянство и универсальность математики основываются на ее абстрактности, очевидной необходимости или «обреченности» как сопутствующей строгости формальной логики.

Всеми, кто верит, что математика и логика есть плоды человеческого сознания, и необходимость и универсальность воспринимаются лишь как преходящие признаки. Сторонники теории о том, что числа были скорее найдены, чем изобретены, обнаруживают в математике бесспорное доказательство существования высшего и вечного разума, наполняющего вселенную. Первые чтут в математике гибкость и способность меняться, последние видят в математике откровение постоянства в бесконечности пространства, все несовершенство которого вносится лишь неадекватностью человеческого восприятия. По мере продвижения в направлении более ясного осознания бесконечности несовершенство пропадет, и математика засияет ярче, как безупречное олицетворение вечной истины.

Первые признаки того, что в VI веке до н. э. появление подобного учения было вполне

разумно и возможно, видны на примере полудюжины простых утверждений о прямых линиях и окружностях; и, как гласят предания, Фалес некоторые из них даже доказал. Если прямая линия проходит через центр окружности, она делит окружность на две равные во всех отношениях части.

Или, например, если две стороны треугольника равны, то углы, противоположные равным сторонам, тоже равны. Эти два утверждения подтверждаются при начертании соответствующих фигур, и точно так же очевидна правота другого утверждения: если две прямые линии пересекаются, противоположные углы в точке пересечения попарно равны. Просто внимательно взглянув на чертеж, видим «истину» данного утверждения в геометрии. А если еще немного поразмышляем, то «увидим», что данные выводы не проистекают из каких-либо чисел, которые можно было бы «притянуть» к этому, но, по-видимому, сохраняют справедливость по отношению к любой окружности, любому равнобедренному треугольнику, любой паре пересекающихся прямых линий, которые только в состоянии представить человек. И это означает, что в своей области эти «утверждения» универсальны. Почему? Кто-то скажет, что это вопрос терминологии. Другие найдут утешение в утверждении, что «универсальность» абстрактных линий – это проявление высшего разума.

Четвертое утверждение практически равнозначно: если четырехугольник вписан в окружность, каждая из его диагоналей проходит через центр окружности. Этот вывод, надо признать, не производит сильного впечатления. Но, поданный в иной равнозначной формулировке, он становится, по признанию многих, самой красивой теоремой элементарной геометрии: угол, вписанный в полуокружность, есть прямой угол. Инвариантность, неизменность угла, вне зависимости от места вершины угла на полуокружности, восхищала Данте.

Каждое из приведенных четырех утверждений становится интуитивно очевидным, что явствует в процессе исследования простой фигуры, вроде тех, что ребенок играючи способен нарисовать на поверхности. Все четыре могли быть известны задолго до VI века до н. э., когда впервые в истории их внимательно рассмотрели, но не глазами безучастного ребенка, а пристальным взглядом мудрого человека.

Подобно многим, видевшим справедливость данных утверждений, Фалес также полагал, что очевидность эта интуитивная в смысле видимой «истины». Далее, вполне вероятно, он стал сомневаться в неизбежности столь простых истин в геометрии. Что мы подразумеваем, когда говорим: утверждение о фигуре, составленной из прямых линий, справедливо? Если Фалес и не так формулировал вопрос самому себе или никак его не формулировал, дальнейшее его поведение свидетельствует, что он все-таки сомневался. О действиях Фалеса нам придется судить по записям греческих историков, составивших эти записи много позже того времени, когда Фалеса уже не волновали проблемы прямых линий и окружностей. Историки немногословны, вплоть до неясности, но важно, что именно Фалес ввел абстракцию и доказательства в изучение линий как прямых, так и изогнутых. Доказательство придало значимость справедливости утверждений, как только оно появилось в геометрии. И позволило Платону и его ученикам вообразить, будто они дали смысл доказательству.

Геометрия Египта и Вавилонии еще не оторвалась от своих сугубо утилитарных корней, когда Фалес привез ее в Грецию. Она продолжала в основном заниматься эмпирическими правилами исчисления площадей и объемов.

Предположение о паре равных углов, созданных двумя пересекающимися прямыми линиями, едва ли пришло бы в голову практичным умам, занятым строительством пирамид и рытьем каналов. И все же это предположение часто требуется при доказательстве других предположений, которые ни очевидны, ни бесполезны. Это справедливо и для идеальных абстрактных линий в геометрии, не предназначенных для простых практичных умов, которые не воспринимают их серьезно. В переходе от конкретики чувственного опыта к абстракции идеальных конструкций Фалес совершил прорыв в вечность, опередив своих современников на тысячи лет и целую вселенную.

Вторым его столь же эпохальным деянием стало предположение о том, что некоторые абстракции геометрических фактов, выявленных обычным наблюдением, могут быть выведены из абстракций фактов простейшего уровня, но того же рода. Как утверждают, он «доказал» некоторые из своих теорем «ощутимым», «интуитивным» или «чувственным» методом египтян, говоря: «Я так вижу». Другие же теоремы, и в этом кардинальное отличие для развития науки, математики и философии, он, по описанию, «доказал», или попытался прийти к доказательству «абстрактным», «обобщенным» или «универсальным» методом классических греческих математиков. Вольное толкование последних оправдано обстоятельствами, при которых это было сделано. Адресованы тексты были греческим математикам, жившим много позже Фалеса. Для этих людей греческий метод доказательства означал только прямые дедуктивные рассуждения.

Дабы не воздавать хвалу Фалесу больше, чем он того заслуживает, следует упомянуть, что отдельные историки признают, что он правильно пользовался дедуктивным методом, но не осознал всеобщность процесса: подробное изложение допущений с последующими строго логическими и последовательными выводами. С большей очевидностью, чем сейчас была приведена, подобные выводы не могут быть опровергнуты, как и не могут быть подтверждены. Любой компетентный критик не позволит себе отрицать вклад Фалеса, которому отдают должное за частичное внедрение доказательного процесса в математике. По-настоящему же хвала за развитие полноценного дедуктивного метода воздается отцу западной магии чисел Пифагору. Фалес, скорее всего, был лишен магии и был привержен одному только разуму. Два следующих факта из безвозвратного прошлого могут полностью исчерпать тему его вклада как в математику, так и в философию.

Интерес к первому факту больше исторический. Его значение для развития ранней греческой философии и математики проявится в связи с Зеноном и его несносными парадоксами.

Пирамида Хеопса в Древнем мире считалась чудом из чудес. Подобно всякому греческому путешественнику в Египет, Фалес тщательно изучил этот впечатляющий памятник мумии фараона. Вырождающиеся жрецы демонстрировали пирамиду своему гостю, последнее доказательство утраченной Египтом цивилизации, куда большей, чем грекам суждено когда-либо познать. Если даже колоссальная глыба и внушила благоговейный трепет недавно цивилизованному греку, хотя бы тенью, которую она далеко отбрасывала на пески, он умудрился скрыть свое изумление. К смущению принимающей стороны, Фалес с будничным видом приступил к определению высоты их колоссальной пирамиды. Потрясенные дерзостью непосвященного, священнослужители даже не могли себе представить, как простой смертный без лишних усилий сможет закончить, казалось бы, невыполнимое. Уже сотни веков все головы, им подобные, были столь же пусты, как и череп их мумифицированного фараона. Века, проведенные в бормотании над Книгой мертвых, атрофировали их представления о жизни, а прошлое величие их строителей уже стерлось из памяти. Египет разваливался, Греция стояла на пороге развития.

Существуют две версии того, как Фалес сотворил чудо. Простейшая утверждает, что Фалес измерил тень пирамиды, когда его собственная тень сравнялась с ним по росту.

Все, кто хоть чуть-чуть помнит курс школьной геометрии, поймет, как он получил ответ.

Вторая версия почти повторяет первую. Она напрямую связана с основным выводом одной из самых полезных теорем геометрии. Напомним ее: треугольники ABC, PQR таковы, что внутренние углы A, B, C соответственно равны внутренним углам P, Q, R. AB – сторона между вершинами A и B. Это означает, что ей соответствует определенное число, определяющее длину стороны, что справедливо и для всех остальных сторон треугольников. Теорема утверждает, что соотношения

$$\frac{AB}{PQ}, \frac{BC}{QR}, \frac{CA}{RP}$$

равны.

Фалесу приписывают доказательство данной теоремы. Он вполне мог бы доказать ее для треугольников, чьи стороны измеряются общеизвестными целыми числами. И он, весьма вероятно, не смог бы этого сделать, если бы речь шла не о целых числах, поскольку числа, требуемые для измерения сторон, не могли быть придуманы при его жизни.

Открытие Пифагором единственного образца соответствующих чисел стало главным поворотным моментом не столько для математики, сколько для эволюции метафизики. Мы еще отметим это влияние на оба направления, сейчас же мы рассмотрим предполагаемое доказательство Фалеса, и это больше чем простой интерес. Доказательство, устраивающее величайшего математика одного поколения, легко оказывается вызывающе ошибочным или неполным для школьника более поздней формации. В наши дни прилежный ученик средней школы может определить скользкие места в любом доказательстве из тех, что принадлежали Фалесу. И не потому, что он как математик много сильнее, чем Фалес, а потому, что наиболее талантливые математики в истории за три века, последовавшие за эпохой Фалеса, придерживались абстрактного мышления и дедуктивного метода, открытого им.

Вторая позиция, представляющая интерес, дезавуирует ранее сказанное. Уже упоминались в связи с дедуктивным методом доказательство, о котором древние египтяне, вполне возможно, догадывались, и сомнительная очевидность этого факта, базирующегося на свидетельских показаниях одного человека. Человек, о котором пойдет речь, – это Демокрит, живший в 460–362 годах до н. э., ярый поборник атомистической теории. Демокрит, по прозвищу «смеющийся философ», начал жизнь весьма обеспеченным человеком, видел мир во всем его многообразии, вконец промотался и умер, смеясь, в возрасте почти ста лет, а некоторые говорят, что буквально в канун своего столетия. Как свидетельствуют следующие эпизоды из его автобиографии, «смеющийся философ» не отличался скромностью.

«Я странствовал по земле больше любого другого своего современника, – начинает он, – с целью изучения наиболее трудных вопросов. Я изучил много климатов и много разных земель, и я выслушал бесчисленное множество мудрых людей. Но до сих пор, – продолжает он, распаляя себя, – никто не превзошел меня в построении линий, в построении с наглядным доказательством. Даже египетские изготовители канатов, с которыми я прожил целых пять лет».

Что касается «доказательства», то Демокрит либо знал больше о египетской математике или он продемонстрировал сардонический выпад в сторону своего уважаемого соотечественника Фалеса. Если египтяне что-то действительно доказывали в своей эмпирической геометрии, скорее уж Фалес услышал от них о доказательстве, чем они, узнав о его изобретении, тотчас начали применять его на практике. В VI веке до н. э. египтяне не были, насколько это известно, знамениты своей любовью к абстракции, и кажется маловероятным, будто они ухватились за эту идею. Если же Демокрит не занимался саркастической мистификацией, то, вполне возможно, страдал провалами в памяти в старости. Как бы то ни было, Фалес продолжает неколебимо красоваться у основания западной мысли как в математике, так и в философии. И это несмотря на его спорное утверждение: «Всё полно богов».

Глава 8
Один или много?

За Фалесом следует Анаксимандр, возможно его ученик, живший в 610–546 годах до н. э. Являясь важным связующим звеном в длинной цепочке математиков-философов с VI века до н. э. и до наших дней, Анаксимандр требует пристального внимания с нашей стороны из-за своей концепции бесконечности. Видение настоящего в прошлом необходимо для понимания наводящих на результат мыслей о математической бесконечности в его «транскрипции». И все же эта трудная для понимания концепция, согласно разъяснениям древних комментаторов, имеет ряд характеристик, которые и ныне приписывают бесконечности. Определенно с нее начались западные умствования по поводу возможной безграничности, бесконечности мироздания.

Следует, однако, заметить, что «неограниченный» не значит бесконечный. Поверхность сферы, например, конечна по сути, хотя и не ограничена. И в одной из моделей пространство-время физической вселенной, предлагаемой теорией относительности, вселенная безгранична, но конечна.

Лишь несколько деталей из жизни Анаксимандра дошли до нашего времени. Цицерон говорит о нем как о друге и помощнике Фалеса. Так или иначе он был сведущ в геометрии Фалеса и его философии и передал их со своими дополнениями Пифагору. Он был одним из первых, если не самым первым из греков, вверивших свою науку и математику письменным записям. Его труды известны нам благодаря отрывочным упоминаниям древних историков и философов, которые, как водится, зачастую противоречат один другому. Анаксимандр отличался от остальных и тем, что стал первым в истории ученым, выступавшим с публичными лекциями по философии. Какое-то время он, возможно, даже возглавлял школу для мальчиков. Один дошедший до наших дней рассказ характеризует его как добросовестного педагога. «Ради мальчиков я должен постараться декламировать лучше», – заявил он, когда стал объектом подшучивания за свою привычку произносить нараспев преподаваемый материал.

Почитатели Анаксимандра хотели, чтобы он во всем превзошел своего учителя. Фалес предсказал затмение, Анаксимандр предсказал землетрясение – подвиг, который сейсмологи XX века еще должны повторить. Фалес сказал: «Всё есть вода». Анаксимандр обошел его, заявив, что всё для него есть вода и грязь. В связи с этим отметим, что Анаксимандр заложил основы новой процветающей традиции среди учеников философов – противоречить своему учителю. Фалес даже не пытался объяснить, как мир стал таким, каков он есть. Анаксимандр подарил научному миру первую всеобъемлющую теорию эволюции. Естественно, это была не слишком убедительная теория, но она стала шагом в направлении натурализма от супер-натурализма в объяснении природных явлений. Не станем останавливаться на деталях, поскольку Эмпедокл предложил более интересное объяснение происхождения всего живого на земле, о чем поговорим позднее.

Среди своих «впервые» и «первым» Анаксимандр нарисовал самую раннюю карту мира, как ее представляли в те времена. Карты отдельных областей у египтян и вавилонян вполне могли подтолкнуть Анаксимандра выделить береговую полосу в мировом масштабе. Пока его предшественники зацикливались на частностях, он рассуждал глобально. Если бы только Пифагор не увлекся нумерологией, греческая наука могла бы развиваться на подававшем надежды основании куда как быстрее, чем оказалось в реальности, и, вполне вероятно, она бы уже тогда совершила то, что было открыто позже. Другим «впервые» Анаксимандра стало известное формальное описание в геометрии. Оно не могло быть исчерпывающим, но, если бы несколько теорем были поданы им в логической последовательности, это стало бы эпохальной работой.

В астрономии он использовал гномон (плотничий угольник) – трехмерную систему координат для определения меридиана и точек солнцестояния. Он создал теорию небесных тел, которая, подвергшись модификации, прошла через космологию пифагорейцев, затем попала к Платону и некоторым из его малограмотных последователей и наконец обрела вечный покой в одной из своих ипостасей: неработающей теории небесных вихрей, предложенной Декартом (жившим в 1596–1650 годах) для объяснения движения планет.

Небесные тела, считал Анаксимандр, были шарами из огня и воздуха, и каждый из них нес живую частицу божества. В некоторой степени это и был бог. Планеты Декарта, не будучи сами по себе богами, были втянуты в движение богом, который при создании придавал движение всему. В ритмичном круговом движении планетарных божеств Анаксимандра ощущаются, хотя и крайне нечетко, практически все ноты той «музыки сфер», которую впервые заметили и гармонизировали в астрономии Пифагора.

Анаксимандр также поместил Землю в то место, которое она сохраняла за собой в течение двух тысяч лет (до 1543 года), пока Коперник (живший в 1473–1543 годах) не сместил ее из центра Вселенной. Однако это, возможно, и не совсем его достижение. С беспрецедентной смелостью Анаксимандр решил измерить размер Солнца. И хотя его инструментарий и информационное обеспечение не соответствовали уровню поставленной задачи, а его выводы оказались страшно ошибочны, он заслужил полное одобрение научной среды за свой интерес к существующей материи. Вполне может оказаться справедливым, как заметил великий ученый XVII века, что «книга природы есть послание, изложенное математическими символами», но оно предполагает больше чем просто знание математики, чтобы понять написанное. Уже в древние времена «Бесконечность» Анаксимандра стала предметом безрезультатных споров. Плутарх, соглашаясь с Аристотелем, сказал, что это просто термин. Сам же Анаксимандр заслуживает уважения за то, что описал бесконечность как долговременно неизменную в целом, но изменяемую в деталях, неисчерпаемую прародительницу всего сущего и способную обессмертить все, к чему ни прикоснется. Отсюда следует неотразимо притягательный вывод: в непрерывном расширении бесконечности эволюция может быть многократной, возможно даже бесконечной, не оставляющей «следов» всех погибших цивилизаций и исчезнувших рас, которые когда-либо существовали. Очень может быть, что эта поэтическая шутка воображения престарелого Анаксимандра вдохновила пифагорейцев, а после них – и Платона на их мечты о вечном повторении. Другой возможный источник кошмарного умопомрачения бесконечностью мы назовем в связи с Пифагором.

Начало обоих, наиболее длительных диспутов во всех метафизических школах заложено во всесоздающей и всепоглощающей бесконечности Анаксимандра. Вселенная одна или их много, она «существует» или она только «зародилась»? От Пифагора до Парменида, от Парменида до Зенона, от Зенона до Сократа, от Сократа до Платона, а от них до многих мистиков, логиков, метафизиков, теологов и математиков вплоть до XX века эти непрекращающиеся диспуты то в одной, то в иной форме вбирали по случаю ужасающую массу противоречий. Не все из этого было бесплодно, особенно в части математической теории бесконечности.

Хотя нам никогда не узнать, что сподвигло такой ум, как у Анаксимандра, озариться предчувствием идей, которые завладеют его последователями на века после его смерти, но у нас есть возможность отследить проявления его не столь непомерных грез в преднаучных мифах и баснях, в которых его слабое научное знание попыталось освободиться от иррациональности. Вспомним, что, когда персонажи в диалогах Платона вынуждены обосновывать какую-нибудь дико ненаучную притчу, касающуюся обстоятельств, связанных с наблюдаемым фактом или игрой воображения, они зачастую ссылаются на неназванного сведущего и достойного мужчину (или достойную женщину) из неопределенного прошлого как на свидетеля истины в последней инстанции. Эти авторитеты кажутся вымышленными только потому, что они приходят из вымысла. Они действительно существовали как мифы, которые Фалес и Анаксимандр пытались вытеснить более заслуживающими доверия изобретениями человеческого воображения. Скорее для того, чтобы не брать ответственность за эти частично дискредитированные мифы, предназначенные для провозглашения результатов собственных научных изысканий; осторожные философы отнесли их к недосягаемому прошлому, тем самым одарили их традиционным почитанием, которым наделялись древние. Разрыв во времени обеспечивал уважительное отношение, которое в наши дни обычно приберегают для таинственных заокеанских мудрецов.

В век Анаксимандра пышный расцвет орфизма – запутанного сплетения мифов, рационализма и религиозных доктрин, восходивший, по крайней мере в его эллинской форме, к трагической истории Орфея и Эвридики, – затруднял любую попытку научного обоснования природного явления. В наше время трудно понять, как подобная несвязная мифология могла оказывать влияние на ход научных исследований, но, как оказалось, такова была действительность. Первые грубые прикидки теории эволюции, в частности у Анаксимандра и Эмпедокла, стали очевидными попытками рационального осмысления орфических мифов миротворения с их разъединенными и вновь воссоединенными богами. На другом уровне вера Пифагора в переселение душ и гнетущее убеждение, что эта жизнь – лишь наказание за грехи в какой-то прошлой жизни и возможное моральное очищение для грядущей жизни в лучшем мире, был чистейшим орфизмом. Можно даже сказать, что если очистить античную науку от ее рациональной атрибутики, то неизменно обнаружится еще более древний миф. Много важнее, что некоторые древние мифы, а также некоторые не столь древние, если обнажить их, окажутся тривиальностями общедоступной арифметики или элементарной геометрии. Это станет очевидным, когда мы перейдем к Платону.

Глава 9
Размышления и сомнения

Если и есть человек, которому следует воздать хвалу за то, что он заложил основы таких наук, как математика и физика в том виде, в каком они развивались с Античности до наших дней, так это Пифагор. И если считать, что «западная цивилизация» – это технология и торговля как результат повторяющихся промышленных революций, вызванных внедрением опыта и математики в физический мир, то Пифагор – ее главный движитель. И все это исключительно в его научной части. В части же чисто умозрительной, интеллектуальной деятельности, нумерологии (мистицизма чисел) Пифагора и его братства таятся источники зачаточных идей, присущих метафизике Платона.

Стоя в VI веке до н. э. на расселине между восточной мифологией и западным рационализмом, Пифагор имел возможность глубоко изучить оба направления. Позади его, насколько он мог увидеть, рациональное умонастроение вело борьбу за свое высвобождение из удушающих объятий прошлого: давних религиозных предрассудков, жестокой магии и неограниченного мистицизма чисел. Перед ним, насколько он мог себе представить, простиралось будущее просвещенного разума, экспериментальной науки и математики. Невероятно старое и уже умирающее даже среди отдельных своих сторонников мифологическое прошлое медленно угасало в памяти. С трудом представляемое на основе нескольких значимых предвестников в его собственной работе будущее, которое виделось Пифагору, могло показаться заманчивее, при условии, что оно действительно наступит. Чему уготовано завладеть его мыслью: мистическому прошлому или рациональному будущему? Как неминуемо случалось в его время, решением оказался неизбежный компромисс.

Ни полномасштабный мистик, ни рационалист, Пифагор соединил в себе оба начала, смешав в одной личности легковерное старание ребенка, верящего в чудеса и таинства, со спокойной сдержанностью маститого ученого, желающего познавать и учиться через опыт, подчиняясь его результатам. Как всякий экспериментатор, он с первого взгляда осознал силу и полезность чисел в описании естественных явлений. Как философ-мистик, он относил свой научный успех к поразительному обобщению, что «все есть число», возможно самому вредному и ошибочному толкованию природы в истории человеческих заблуждений. Западная наука и западная нумерология как самые несовместимые друг с другом близнецы, когда-либо рожденные на свет, все-таки появились из одного источника – разума Пифагора.

Как наука, так и нумерология, обе продолжают активно развиваться и после двадцати пяти веков междоусобной войны, и до настоящего времени ничто не свидетельствует о наличии у них сил достаточных, чтобы разрушить столь ненавистного соперника. Если численное превосходство имеет какое-либо значение, то активные и потенциальные

сторонники нумерологии превосходят сторонников научного подхода в пропорции тысяча к одному. В западной цивилизации нумерология вовсе не обязательно представлена жалкими предсказателями судьбы во всем их многообразии, хотя даже в самых развитых цивилизациях примеры этой проституирующей арифметики вполне обычное явление. Она ободрит всякого, кто станет следовать истинным числам Пифагора, гарантирующим здоровье и процветание в этой жизни, за которой последует бесконечное счастье и радость в следующей жизни. Но в целом современная нумерология Пифагора более изысканна, и, вполне возможно, это не преднамеренно выказанное неуважение называть ее нумерологией вообще. Едва различимые проявления античной доктрины замаскированы и скрыты в тех монументальных классических философиях, которые встроили в свои доктрины фрагменты пифагорейского «все».

В науке утверждение, что все есть число, было успешно «зачищено», чтобы соответствовать современным требованиям. В наши дни ни один уважаемый ученый не рискнет утверждать, что «всё есть число», дабы не прослыть чудаком среди коллег. Если ему свойственно тайное желание восстановить былую универсальность числа Пифагора, он не станет признаваться в рабской зависимости от прошлого столь явно. Будет вполне достаточно, как это делалось ранее, отослать в прошлое, но не глубже, чем к Платону, объявившему, как утверждают, что «бог мыслит геометрическими фигурами». Не подвергая риску свою научную репутацию, современные пифагорейцы могут с пользой для себя заявить, как, например, сэр Джеймс Джинс в 1930 году, что «великий архитектор всего сущего в наши дни начинает проявлять себя чистым математиком». Это шаг вперед по сравнению с определением «всё есть число», но только шаг, поскольку математика, апеллирующая к архитектору всего сущего, основана на числах. Пифагор, надо полагать, понял бы эту усовершенствованную версию своей теории. Возможно, он даже поставил бы подпись под той безупречной истиной, которую она выражает. Наиболее живучий остаток нумерологии Пифагора весьма отдаленно связан с арифметикой. Вкратце, в основе лежит человеческое желание найти самый короткий и самый незатратный путь к постижению абсолютного знания. Требующие многих усилий эксперименты для открытия фактов из окружающего нас мира изнурительны для всех, кроме горстки самых настойчивых. Неужели нет какой-то спрямленной короткой дороги, мимо всех этих ухабистых экспериментальных троп, прямо к сердцу природы? «Разумеется, есть», – отвечают нумерологи наших дней, совсем как их предшественники все прошедшие двадцать пять веков. Нумерология – не что иное, как вера в то, что материя может быть подытожена и сведена к одной большой формуле, объединяющей все постижимое для людей. Всестороннее исчерпывающее понимание одного предельного обобщения сделает доступными секреты природы. Тирания времени будет преодолена, а человек станет бесспорным хозяином своего будущего.

Такова мечта. С каждым продвижением вперед проверенного знания мы еще больше погружаемся в непознанное. Создается ощущение, что открытие само топит себя в расширяющихся горизонтах предстоящих открытий. Пифагор верил, что нашел потрясающую формулу в изречении «все есть число». Но чем больше открытий в области материального мира было совершено посредством контролируемого опыта, «все» уменьшалось до более скромных размеров. К XX веку для сэра Артура Эддингтона и его учеников «все» свелось до уровня законов астрономии и физических наук. Но в своих ранних формах видение высшего знания включало буквально все: от небес до человеческих чувств. И когда Пифагор огласил, что «все есть число», он имел в виду именно все.

Возможно, в наши дни ни один ученый не надеется подтянуть это универсальное «все» под рубрику чисел. Другим же, ортодоксам и неколебимым приверженцам древней мудрости, нет нужды в подобной надежде. Они, как всегда и во все времена, уверены, что Пифагор сам являлся этим «всем» из постулата «всё есть число».

Самое время нарушить историческую последовательность и, забежав вперед, упомянуть о мрачном сомнении, которое, как говорят, пришло к Пифагору в его последних размышлениях. То же сомнение вернулось в XX веке, чтобы привести в смятение

современных пифагорейцев.

В традиционном понимании соответствия разумному философия Пифагора, включая раздел нумерологии, абсолютно рациональна. От конкретных допущений путем холодной и непреклонной логики выводятся заключения, не вызывающие разночтений. Когда же допущения признаны, тщетно сетовать на предполагаемую бессмысленность выводов.

Основным допущением в основе всех последующих утверждений является: применение числа в науке свидетельствует о том, что законы природы рациональны. То есть эти предполагаемые законы придуманы, чтобы быть доступными здравому рассудку, и должны выражаться в рамках, приемлемых для человеческого разума. Но может быть и иначе.

Существует неумолимая возможность, которая заставила Пифагора поставить под сомнение здравость своего рассудка и засомневаться в своей же великой формуле для решения проблем всего сущего. У науки появилось будущее только благодаря тому, что сомнение зародилось у Пифагора в конце его карьеры ученого, а не в начале.

Как уже упоминалось, сомнение, как могло показаться, самоуничтожается. Если «законы природы» навеки недоступны для человеческого разума, они не столь важны для человечества, какими бы они ни были. «Непознаваемое», о чем Герберт Спенсер говорил со знанием дела, может быть проигнорировано. Но не покидает чувство, что сомнение, кажется, может что-то значить: все «законы», которые только можно представить, были естественной необходимостью и могли бы быть внедрены в природу нами самими. Вместо того чтобы забирать, могли бы просто отдать.

Была ли мысль Пифагора о полном и конечном знании всего сущего безукоризненной или нет и способствовало бы следование выводам из этой мысли обогащению нашей расы, не нам судить. Для начала рассмотрим, что способствовало появлению подобного откровения, и, между прочим, с помощью тех, кто в своем истовом усердии доказать выводы Пифагора обнаружил непреходящие ценности, влияние которых на миллионы людей продолжается. Почти по всем стандартам Пифагор среди них был первым и величайшим. Прежде чем перейти к его трудам, следовало бы ознакомиться, каким человеком он предположительно был для современников и своих последователей в античные времена и какой образ жизни он вел.

Глава 10
Человек или миф?

Как подобает мудрецам, сознающим свое величие и представляющим себя наполовину провидцами, легендарный Пифагор был человеком строгим, всегда мудрым, всегда сдержанным и ни разу не позволившим себе ввязаться во что-нибудь хотя бы отчасти житейское, вроде обворожительного мошенничества Фалеса. Когда сподвижники спрашивали у него, как им его величать, Пифагор не присваивал себе титула мудреца, но настаивал, чтобы его звали просто философом – любимцем мудрости. В этом просматривается искренняя скромность, как и во всем остальном в уединенной жизни этого философа, при его почти фанатичной преданности познанию и мудрости. Он был само смирение в присутствии чего-либо познаваемого.

Раз и навсегда нужно определиться, что эта выдающаяся личность известна нам по легендам и преданиям, ни об одном из которых нет документальных свидетельств современников. Даже годы его жизни оспариваются, но обычно указываются 569–500 годы до н. э., признанные представителями науки. Небольшая коррекция обеих дат все же необходима, чтобы они совпадали с хронологией его жизни, и это делается летописцами без комментариев.

И хотя маловероятно, что будет обнаружено что-то действительно заслуживающее доверия о Пифагоре как о человеке, предостаточно сведений о том, что его последователи думали о нем. Как и в случае с Фалесом, эти, ничем не подкрепленные суждения, могут

рассказать нам куда больше, чем официальная биография. Они неизменно характеризуют Пифагора как незаурядную личность даже среди великих. Так называемый простой человек может ничего не знать о науке. И все же он способен интуитивно почувствовать ученого стопроцентно первого уровня, когда с интервалом в столетия таковой является миру. В качестве незабываемого примера: даже наиболее образованные люди из окружения Ньютона были не в состоянии понять его эпохальные открытия. Хотя каким-то образом они и даже те, у кого отсутствовали претензии на культурный уровень, знали, что среди них живет большой ученый, равного которому не было в истории. И когда появился Эйнштейн и опять пробудился тот же инстинкт к революционному прорыву в науке, только один из тысячи был в состоянии понять математическую составляющую теории относительности. Обычный талант или первоклассные способности, но традиционные для конкретной эпохи, никогда не разбудят подобной инстинктивной реакции.

Доктринеры, интеллектуальные снобы и почитатели второго уровня могут порицать это народное признание высших достижений как еще одно доказательство, что народ падок до сенсаций. Но при всей зависти им не дано обуздать здоровую интуицию своих проницательных современников на действительно великое. И тот, кто мало или совсем ничего не знает о науке, воздает ученому свою долю должных почестей в анекдотах, скорее имеющих под собой фактическое основание, в которых кратко изложено, что означает великий человек для простолюдина.

Так было и с Пифагором. Повсюду признанный мудрейшим среди наимудрейших, дух Пифагора жил далеко за ограниченными пределами его тела, окруженный интересом и уважением своих малограмотных сограждан. Легенды эти не просто повествуют о Пифагоре, это и есть сам Пифагор, и совсем не важно, все ли они до единой лживы или правдивы. Среди сотен дел и высказываний, приписываемых Пифагору, каждый вправе принять или отвергнуть то, что ему больше нравится. Те легенды, которые для конкретного индивидуума соответствуют концепции величия, становятся приемлемыми для него. Прочие же отвергаются как глупые домыслы тупиц, неспособных оценить мудреца.

Даже в античные времена Пифагор был фигурой непрозрачной, но легендарной. Аристотель, например, рожденный в 384 году до н. э. и умерший в 322 году до н. э., жил всего на два века позже Пифагора, но даже он, кажется, испытывал сомнения по поводу существования Пифагора как живого человека, только дважды за всю свою жизнь упомянув его имя. Избегая связывать свое имя со ссылками на учение Пифагора, Аристотель предусмотрительно ссылался на особую математику, качественную музыку, гармоничную астрономию и фантастическую нумерологию (традиционно приписываемую самому учителю) неких безымянных пифагорейцев. Само имя Пифагора, наводящее грека на мысль о том, кто посвящен, недоверчивому человеку подозрительно напоминало греческое слово python, обозначающее прорицателя. А для сурового скептика это означало, что Пифагор был лишь безымянным оракулом.

Для Аристотеля в какой-то степени простительно осторожное отношение к приписываемым самому Пифагору открытиям. Поскольку почти точно установлено, что многое из связываемого с именем учителя-мудреца было открытиями его учеников. И действительно, некоторые из них были совершены спустя длительное время после того, как Пифагор (человек из плоти и крови или туманный образ) перешел в иной мир. Даже во время его предполагаемой человеческой жизни Пифагора превозносили за все достижения, сделанные его учениками, наподобие директора научно-исследовательской лаборатории в наши дни, который по случаю монополизировал общение своих сотрудников с внешним миром. Однако, как бы ни был Пифагор далек по времени к моменту появления его биографий, для большинства критиков он тогда уже приобрел массу свидетельств древних историков в пользу собственного материального существования, без малейшего основания для сомнения.

Уникальным доказательством современника Пифагора в пользу его существования является недовольно-угрюмое высказывание философа-мизантропа Гераклита. Этот

известный поборник мудрости жил около 500 года до н. э. Имел прозвище «всхлипывающий философ» и, что вполне уместно, запомнился в истории философии своим скоропалительным обобщением – «все течет». Видимо страдая от приступа профессиональной зависти, Гераклит так высказался по поводу более успешного конкурента по бессмертию: «Пифагор, сын Мнесарха, занимался исследованиями и изысканиями усерднее любого другого человека. Он слепил свою мудрость из эрудиции и низких ремесел».

Изречение в любом случае содержит упоминание о земном отце Пифагора. Мнесарх работал каменотесом на острове Самос, где родился Пифагор в один из до сих пор точно неизвестных дней между 580 и 569 годами до н. э. Помимо непроверенного слуха, что мать Пифагора была родом из Финикии, о ней мало известно, кроме утверждения, что она сопровождала своего бродягу сына в последнем путешествии.

Подобно другим из известнейших пророков, Пифагор был для своих учеников провидцем. Его небесным покровителем считали Аполлона. Тем, кто находил к нему правильный подход, Пифагор в подтверждение своего небесного происхождения демонстрировал золотое бедро. Эта любопытная легенда столь неизменна, что вполне могла быть «чудесным» искажением реального физического дефекта.

Язвительное высказывание Гераклита требует серьезного анализа как добровольное свидетельство одного поборника мудрости в адрес другого. Слово «эрудиция» означает просто энциклопедические знания и явно не содержит серьезных обвинений в уровне научных знаний для человека, поставившего себе целью просуммировать все сущее в одной формуле. Но также очевидно, что Гераклит не выказывал восхищения. Употребив слово «эрудиция» или «полиматия» (от греческого «много знать»), он явно имел в виду не заслуживающий уважения эклектизм, из чего явно напрашивается вывод, что Пифагор прихватывал все, что ему померещится, не разбирая, откуда таскает свои заимствования, и не слишком преуспел в понимании и адаптации своих краж.

Если Гераклит был прав, а не просто завидовал, Пифагор был всего лишь мелкий пустослов. Но Гераклит, имея те же возможности, что и Пифагор, мог слепить нечто из всего того обилия знания и мудрости, лежащего повсюду, буквально на поверхности в том же процветающем VI веке, но сам он приложил так мало усилий или совсем ничего не сделал, чтобы воспользоваться этим. Пифагор же воспользовался всем, что только сумел ухватить, но он не останавливался на достигнутом. Грубые камни, которые

он собирал, превращались в драгоценные, если он обрабатывал их. И чтобы подвести итог в соперничестве этих двоих за место в памяти человечества, следует признать факт, что все заслуживающее внимания, созданное Гераклитом для мира, живо по сей день, но Пифагор превосходит рассерженного философа приблизительно в соотношении бесконечности к одному.

Все легенды о Пифагоре показывают его неугомонным путешественником вплоть до достижения им среднего возраста. Нигде не записано, когда он покинул свой Самос, но есть указание, что в возрасте восемнадцати лет он подружился с Фалесом. Если на самом деле он не стал одним из учеников мудреца, то познал философию и математику Фалеса из вторых рук – от Анаксимандра. Должно быть, это произвело на него впечатление, поскольку, когда Анаксимандр убедил его, что настоящую мудрость можно перенять только в Мемфисе, Пифагор не раздумывая отправился в Египет без гроша в кармане. Более романтичная, но менее основательная легенда сообщает, что Фалес лично посвятил Пифагора в тайны Зевса на священной горе Ида и настоятельно убедил молодого человека отбыть в Египет как можно скорее, даже если тому придется пройти весь путь пешком.

Некоторые источники называют Пифагора среди самых образованных людей Египта и Вавилонии на протяжении двадцати двух лет, проведенных там. Другие утверждают, что он без устали странствовал по всему Египту, Месопотамии, Финикии, Индии и даже Галлии, далеко за Геркулесовыми столбами, и сообщают, что он впитал все знания и мудрость иудеев, персов, арабов и облаченных во все голубое друидов Британии.

На основании современного знания о догреческой математике в Египте и Вавилонии, вполне вероятно допустить, что Пифагор получил многие знания о числах и геометрических фигурах от медленно угасающих цивилизаций Ближнего Востока, безотносительно его проживания там. Магия чисел, которую он привез на Самос, является столь же очевидным свидетельством его путешествий на Восток, как и проштампованный паспорт. И хотя его нога, возможно, никогда не ступала на землю Индии, его миссионерского рвения к познанию доктрин реинкарнации и переселения душ вполне достаточно, чтобы доказать факт исследования им этих учений под руководством ученого, в полном объеме сведущего в религиях Востока. Кажется, доподлинно неизвестно, насколько далеко на Запад проникли эти доктрины в VI веке до н. э., так же как неизвестно, где они зародились. Одно остается очевидным: они были чужеродны эллинским гениям, когда Пифагор сделал их составной частью своих учений. Несколько в суровой форме они перекочевали в эсхатологию Платона, добавившего отличительный признак, что души трусов переселяются в тела женщин. Души глупцов, в соответствии с учением Платона, переселяются в четвероногих тварей и птиц, в то время как абсолютно никудышные души, недостойные дышать свежим воздухом, должны переселяться в рыб. Пифагор был более милосерден.

Очень интересно, просматривая чужие жизни, но не свою собственную, отмечать критические точки, где малейшее отклонение от избранного пути, которым следовал, может привести к полному успеху вместо частичного поражения. Пифагор проследовал через такую критическую точку, когда принял решение покинуть Самос и продолжить обучение в Египте. Если бы он не оставил своих греческих коллег на знакомой дороге предсказуемых взглядов и не уехал получать знания и учиться мудрости на Востоке, его имя могло бы оказаться столь же малоизвестным нам, как имена тысячи других, оставшихся дома и проживших свои незатейливые жизни в тишине и забвении. В целом в предопределенной судьбе этого человека было три точки принятия решений. Вторая резко повернула его жизнь напрямую к финальной катастрофе. В возрасте сорока лет (ок. 530 до н. э.) Пифагор вернулся на Самос.

Его фатальной ошибкой стало то же, что погубило многих пророков. Он попытался приподнять своих сограждан до своего уровня. На пике увлечения мистицизмом, математикой и знаниями о числах Пифагор вдохновенно и незамедлительно приступил к просвещению тех, кого он когда-то оставил увековечивать буколические традиции своих крестьянских предков. По своей трогательной бесхитростной простоте он арендовал муниципальный амфитеатр. Ожидая увидеть его переполненным до небес, уверенный в успехе философ предстал перед воронкой пустых каменных скамей.

Простой народ не просто остался равнодушен. Толпа пришла в возмущение и закипела в страшном гневе. Что может Пифагор – сын старого Мнесарха-каменотеса – знать о чем-либо? Его ровесники едва помнят его мальчишкой, который бегал по мастерской своего отца, мешаясь под ногами и докучая посетителям глупыми вопросами. Он только и делал, что всегда задавал глупейшие вопросы, не имеющие никакого смысла ни для каменотесов, ни для прочих людей. Разве можно поверить, что этот вызывающе несведущий мальчишка вырос в зрелого и мудрого мужчину? Никогда. Юный пустозвон, вечно шатающийся от безделья по закоулкам и застающий врасплох уважаемых горожан бесконечными перекрестными вопросами по темам, не имеющим прикладного значения, этот парень, который теперь величает себя поборником мудрости, оказался еще невыносимее, чем в детстве. Позволим ему любить мудрость так страстно, как только хочет, у них есть своя работа и есть потребность в спокойном отдыхе по ночам после долгого рабочего дня, выжавшего из них все соки. Да еще от собственного зазнайства он додумался назначить какие-то свои поучения на время после ужина, когда все устали и наелись.

К тому же имел место нелепый эпизод с высеченной собакой. Хозяин имел право наказать свою собаку. Собака была его собственностью, и он имел полное право делать с ней все, что заблагорассудится по любой причине или без таковой. Но этот ненормальный фантазер Пифагор устроил настоящий сыр-бор, когда увидел одного из уважаемых горожан, избивающего палкой собаку. «Прекратите бить собаку! – закричал он как сумасшедший. – В

собачьих завываниях я слышу голос своего друга, умершего в Мемфисе двенадцать лет назад. За такой же грех, который ты сейчас творишь, он стал собакой у жестокого хозяина. В следующий раз при повороте Колеса жизни он сможет стать хозяином, а ты – собакой. Может случиться, что он проявит к тебе больше милосердия, чем ты к нему. Только так сможет он избежать Колеса жизни. Именем Аполлона, моего отца, остановись, или я буду вынужден наложить на тебя десятикратное проклятие тетрактиса».

Итак, теперь его отцом стал Аполлон, не так ли? Когда это еле держащийся на ногах старый Мнесарх, готовый сойти в могилу в любой момент, вдруг превратился в одного из бессмертных богов? Этот обманщик Пифагор оказался хуже, чем просто досадное недоразумение, он был дурее козла с разбитой головой. Какое право имеет он ходить тут и насылать на людей заморские проклятия? Если хозяин собаки умрет, они знают, что делать с человеком, который его убил. Но сейчас ему придется вещать свой вздор ветру.

Нет информации, что ответил или подумал Пифагор о том, как его приняли сограждане. В отличие от другого известного учителя он не стал выражать свое разочарование в раздражении. Если они не пришли послушать его, он все равно донесет свое послание до них. Он покинул пустой амфитеатр и завел себе ученика, всего одного, очень бедного. При таких обстоятельствах его можно было бы простить, если бы он произнес: «Пусть тот, кто нечист, так и останется нечистым». Но Пифагор оставался настоящим философом, он знал, что одним из проявлений любви к мудрости является передача мудрости другим. И в тот момент он более всего желал разделить свою страсть к геометрии как дедуктивной науке.

Продвинувшись далеко вперед по сравнению с Фалесом, Пифагор открыл и доказал множество теорем, на основании которых построен начальный курс геометрии в школе. Не забывая, что часть теорем, приписываемых Пифагору, могли быть открыты его учениками, мы все же утверждаем, опираясь на авторитет греческих историков математики, что Пифагор оставил геометрию в таком состоянии, в котором она благополучно пребывала еще около двух тысяч лет. Ему воздают должное за то, что он признал необходимость вначале давать определение, и необходимость четких формулировок постулатов (аксиом), из которых выстраиваются дедуктивные умозаключения. Более того, в своих доказательствах он старался противодействовать ложным записям дальнейших допущений в дополнение к уже упомянутым постулатам.

Это очень похоже на игру: взять, например, несколько предметов; для их перемещения разрешены только определенного типа строго предписанные правила, каковы же возможные конфигурации из предметов в честной игре? Предметами являются определения и постулаты, правила перемещения подчиняются формальной логике, возможная конфигурация – это результат дедукции на основе постулатов средствами логики, тогда на выходе будет теорема по геометрии.

Любые математические аргументы, полностью формализованные, подвергаются обработке по данной схеме: определения и постулаты, дедукция, теоремы. Четкость греческой техники (но без положенного в ее основу логического обоснования в качестве одной из многих дедуктивных техник) вернулась, когда в 1637 году Декарт создал аналитическую геометрию, где все возможности алгебры и математического анализа были применены к геометрии. Эффект по силе и простоте оказался ошеломляющим, и непосредственно греческая модель вышла из употребления. Но лежащая в ее основе философия выжила.

Чтобы его бедняк ученик не тратил зря время на «игру», Пифагор платил ему монетку за каждую доказанную теорему. Это вполне устраивало бедного молодого человека. Сидя в тенечке, внимательно наблюдая за действиями учителя и запоминая сказанное им, он зарабатывал за час больше, чем заработал бы за целый день, не разгибая спины на солнцепеке. Но Пифагор – ученик скаредного Фалеса – не мог спускать деньги на ветер. По мере того как горка монет начала увеличиваться до размеров приличной суммы, ученик, сам того не желая, активно заинтересовался геометрией и стал подгонять своего учителя.

Азартный грек в Пифагоре увидел в этом свой шанс и включился в игру. Поведав ученику, что он сам абсолютно бедный человек, Пифагор предложил теперь ученику платить учителю монетку за каждую новую теорему. К моменту, когда молодой человек смог выучить столько геометрии, сколько смог удержать в голове, и собрался вернуться к тяжелой работе, Пифагор отыграл назад все свои деньги и остался при всех своих знаниях по геометрии, как и в начале игры.

Следует отметить, что конец этой истории едва ли соответствует традиционной строгой честности ученого. Должно быть, это один из последних мифов, созданных с целью усилить ощущение, что невозможно уменьшить неосязаемое путем вычитания неосязаемого или посредством распределения неосязаемого между другими.

Убедившись, что его ученик полностью усвоил новое для него знание, Пифагор предпринял вторую и последнюю попытку просветить своих сограждан. Настолько же разбирающийся в психологии, насколько был сведущ в геометрии, ученый видоизменил главную линию своего поведения. Его провал был плодом его же ошибки. Пифагору следовало вернуться в свой родной город не как профессору знаний и мудрости, а как напыщенному мистагогу, имеющему на руках рекомендации одного или нескольких известных оракулов. Объявив, что уезжает с Самоса для посещения магистров – истолкователей таинств на Дилосе и на Крите, Пифагор заверил своих очернителей, что вернется, как только получит должным образом оформленные свидетельства на право обучения в вопросах наивысшего практического значения.

Он сдержал свое слово. Возможно, что во время посещения Крита он и сам кое-чему подучился. Там он мог услышать об Эпимениде Критском. Эпименид Критский обрел заслуженное бессмертие благодаря своему изречению: «Все критяне – лгуны». Лгал ли он, когда произносил это? Или он говорил правду? Любой ответ противоречив. Это был первый из нескольких парадоксов логики, поставивших в тупик греческих философов и математиков. Если Пифагор слышал будоражившее умы изречение Эпименида, он наверняка почувствовал опасность для некоторых своих утверждений. Казалось, что парадокс, словно угорь, проскальзывает сквозь ячейки сети дедуктивного рассуждения. Было ли дедуктивное рассуждение настолько сильно и могуче, насколько считал Пифагор?

Возможно, что науке и математике будущего повезло в том, что Пифагор либо совсем не услышал Эпименида, либо проигнорировал его слова. В противном случае все коварные противоречия логики, а среди них и «парадокс Эпименида», которые проявятся в основах математики к концу XIX века н. э., удержали бы Пифагора от закладывания краеугольного камня в основание всей математики в VI веке до н. э.

По возвращении с якобы консультаций с оракулами Пифагор нашел жителей Самоса несколько менее враждебными. Как-никак, все они были только людьми. Несмотря на враждебность по отношению к своему возможному вдохновителю, они начали проявлять к нему любопытство. Пошли слухи, что он сделал ручным огромного медведя, который портил общинные хлевы, ткнув в него пальцем со словами «именем Аполлона прекратить». Или, например, все обсуждали вопрос о том, что он ест, или, наоборот, что он не стал бы есть. Что он имел против бобовых? Они у всех были частью рациона. Но Пифагор отказывался к ним прикасаться, поскольку они могли оказаться прибежищем душ его умерших друзей. Кто-нибудь когда-нибудь слышал о подобной чепухе? Он даже отучил корову топтать небольшой участок земли, на котором они росли, нашептав ей что-то магическое на ухо. Абсурд!

Но его запрет на поедание мяса животных, возможно, заслуживает тщательного рассмотрения. Например, кто осмелится заявить, что души умерших не переселились в тела животных, когда возник недостаток новых человеческих тел, способных принять все души, высвободившиеся в сражении? Сам Пифагор, не признававший в открытую пребывание в теле животных во время предыдущих реинкарнаций, распространял информацию, что он вполне мог бы там оказаться за свою нечестивость. Описания отдельных прожитых им жизней в человеческом или божественном образе отличались необычной детализацией и

чувственной убедительностью. Собственные кошмары, если их вспомнить и проанализировать с позиций неземного бытия в свете нового знания, намекали, что переселение душ вполне может оказаться ужасным фактом, как утверждал Пифагор. А что, если так оно и есть? Мысль о базарах, которые ждут их, дрожащих за то, что они поглощают своих баранов и свиней, делала добропорядочных жителей Самоса крайне несчастными. Еще несколько недель подобных внушений, и они все стали бы строгими вегетарианцами – только без употребления бобовых.

Не меньше расстраивала и ужасная мысль, что их собственные дети могут оказаться злобными маленькими монстрами, у которых нет души, и что необходимо сдерживать животные инстинкты. Ведь Пифагор заверил их, что общее количество душ во вселенной постоянно. А вдруг он прав, ругая их за столь многочисленные семьи и предостерегая их – независимо от сильного желания – никогда не заводить более десяти детей в семье. Что-то есть в этом числе десять, что заставляет одиннадцатого ребенка повторять все нежелательные характерные черты первого. Они не поняли этот постулат достаточно четко, но ведь «сам он так сказал». Почти неделю они подгоняли свои жизни, как выразился Пифагор, под то, как они должны жить, чтобы избежать Колеса жизни.

Но самым печальным было то, что мальчик, которому платил Пифагор практически ни за что, хвастался таинственными силами, словно сам был мудрецом. Что такое эта гипотенуза? И как может площадь квадрата, выстроенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, быть равна сумме площадей на двух других сторонах, если никто не знает, что такое гипотенуза? Самодовольный юный выскочка объявил им, что не важно, знает ли кто-нибудь это, он может «доказать» всю эту пустую болтовню о площадях. Когда же он начал доказывать, ничего не понимающие взрослые увидели, что «доказательство» означает рисование клубка запутанных линий в дорожной пыли остро заточенной палочкой. Выглядело как новая разновидность магии. Может, так оно и было. Они пришли к выводу, что это, должно быть, очень сильно действующая магия, когда мальчик сообщил им, что Пифагор отвалил Аполлону гекатомбу за эту магическую «теорему».

По словам восторженного ученика, Пифагор действительно пожертвовал около сотни голов породистых быков своему отцу небесному, когда тот раскрыл ему всю правду о гипотенузе любого прямоугольного треугольника. Египтяне и вавилоняне настаивали, чтобы Пифагор спросил Аполлона, какая истина может быть связана с гипотенузой. Они уже знали, что это было справедливо для прямоугольного треугольника с равными сторонами, а некоторые из них даже подозревали о существовании страшной общей истины, когда Аполлон раскрыл всю правду своему сыну. Более того, если можно верить мальчику, именно сам Аполлон показал Пифагору, как надо «доказывать» эту величайшую теорему во всей «геометрии». Теперь любой, у кого есть пара извилин, в состоянии сделать то же самое. Это легко, когда знаешь как. Возможно, но старшие сомневались. В любом случае они не собирались допустить превращения своих подающих надежды сыновей в заносчивых юных колдунов у них же под носом. Пора с этим кончать.

Так и поступили. Консервативная часть граждан выложила факты по делу перед тираном Самоса, их хорошим другом и повелителем умов. Этот всесильный деспот оказался достаточно проницателен, чтобы сообразить, что существует только один равный ему конкурент, которого ему следует опасаться, – разум. Очевидно, человек по имени Пифагор был чрезмерно умен. Тиран предложил ему покинуть Самос.

При столь критическом стечении обстоятельств Пифагор заколебался. Следует ли ему подчиниться тирану и покинуть своих сограждан? Или ему стоит остаться и поделиться с ними тяжело доставшимися ему знаниями и отдать им столько, сколько они смогут усвоить? Пифагор понимал, что тиран – жалкий конъюнктурщик с посредственными умственными способностями заурядного политика – не сможет тягаться с ним за лояльность народа. Он сумеет перетащить их на свою сторону за неделю, если пожелает, а они потом загонят своего тирана за рифы в море. В крайнем случае можно внушить им страх трюком или парой трюков из простейшей магии, которой он научился у египетских жрецов. Одного старого

трюка с превращением змеи в розгу и обратно в змею хватило бы, чтобы превратить людей в своих рабов. Уехать или остаться? Яснее ясного, что его земной отец долго не протянет. Скоро стареющая мать окажется единственным человеком, связывающим его с Самосом. И не только это: есть еще и одаренный мальчик, его первый ученик, которому следует дать шанс стать настоящим геометром. Каким бы ни стало решение, нельзя бросать своего единственного новообращенного для разума. Чтобы принять выбор Пифагора, нам следует оттенить обстоятельства VI века до н. э. на фоне наших собственных. Уже было отмечено, что белая раса разделилась на две непримиримые группировки: тех, кто сожалеет о том, что произошла Французская революция 1789 года, и тех, кто сожалеет, что этот демократический переворот остановился прежде, чем набрал силу.

В VI веке до н. э. не существовало машин для облегчения тяжелого труда. Соответственно, рабство для большинства являлось необходимостью, если меньшинство хотело жить комфортно и ничего не делать, и, среди прочего, чтобы оставалось время на работу мысли. Демократия в том виде, как ее себе представляли французские революционеры и какой (по убеждению многих уже после 1776 года) она могла бы стать, во времена Пифагора не существовала даже в размышлениях философа. Был демос, то есть толпа, из которого слово «демократия» и произошла, и аристос (aristos) – избранные, от которых и произошло слово «аристократия». Демократия означает дословно правление толпы, аристократия – правление избранных.

Рабов не считали избранными в VI веке до Рождества Христова, так же как никто не относит все наши бездушные механизмы к числу избранных, хотя, может быть, и правда, что они управляют нами. Для Пифагора было также естественно не замечать девяносто пять, а то и более из каждой сотни своих земляков на Самосе, задумываясь над решением, как и мы с вами в аналогичной ситуации не стали бы учитывать наши подручные механизмы. Рабы и машины находятся на первом высочайшем уровне недочеловеков для философского ума, другие лишены какой-либо души, с научной точки зрения. И тех и других можно воспринимать как нечто само собой разумеющееся.

Избранные земляки отвергли Пифагора. И хотя их страхи помимо их воли являлись проявлением уважения, они, вероятнее всего, были далеки от восприятия просвещения. Но не так давно он слышал о дорийской колонии в Кротоне, в Южной Италии, управляемой настоящими греческими аристократами. Они будут приветствовать нового мудреца. И свет, который надеялся разжечь Пифагор в Кротоне, должен был осветить весь мир.

Принимая решение, Пифагор думал о математике и своей тайной магии чисел. Именно им предстояло стать новым светом в мире. Самое удаленное последствие своего выбора Пифагор, возможно, не в состоянии был предвидеть. Жизнь рабов, делавших для него доступной жизнь в размышлениях (и которых он редко замечал), благодаря естественному ходу развития той части его знания и мудрости, которой он не придавал особого значения, постепенно становилась лучше (а потом рабство и вовсе упразднилось). А все, что он считал значительной частью, лишь тормозило образование и питало суеверия.

В сопровождении матери и ученика Пифагор отплыл с Самоса. Он совершил третий и последний поворот в своей жизни. Теперь путь лежал прямо перед ним и вел его к славе и гибели.

Глава 11
Дисгармония и гармония

Кротон созрел для Пифагора. Под властью Локриса колония только что перенесла оскорбительное поражение. Но беспутный и праздный, роскошествующий Сибарис предложил жителям Кротона заманчивую перспективу легкого процветания. Поскольку сибариты (имя которых останется в веках синонимом любви к роскоши и нелюбви к размышлениям и наукам) по-прежнему тайком, с особым удовольствием, предавались самым легкомысленным развлечениям, жителям Кротона приходилось вести весьма умеренный

образ жизни.

Несомненно, прожорливые локрианцы не оставляли им большого выбора.

Жители Кротона надеялись возместить свои потери в некотором не слишком отдаленном будущем благодаря суровой самодисциплине и верности наукам, не без должного внимания атлетике. В ожидании, пока только начинающие твердо держаться на ногах маленькие мальчики вырастут в бравых пехотинцев, правящий класс возносил мужественность и бдительно наблюдал за неизбежным и прогрессирующим вырождением сибаритов. И когда их обрюзгшие дебелые покровители окажутся совсем не способны оказать сопротивление в жестокой схватке, отважные, дисциплинированные и выносливые молодые воины Кротона нападут на них и сметут их с лица земли. Таков был тлеющий вулкан, в котором далекий от всего мирского Пифагор рискнул проповедовать свое евангелие просвещения для всего человечества.

Мудреца с острова Самос ждали с нетерпением. До Кротона доходили слухи о его аскетическом образе жизни и его магических способностях. В нем видели человека, который сумеет объединить раздираемую спорами верхушку аристократов и превратить их в целеустремленное правление, подчиненное единой цели уничтожения Сибариса. Как показали ближайшие события, аристократы не рассчитывали на генерала. Пифагор оказался не тем служакой, который подчинялся бы приказам «сверху», по той простой причине, что выше его никого не было. Это был лидер. Он вел за собой. И им оставалось только следовать за ним, насколько хватало разума.

Среди аристократов выделялся прославленный атлет Милон. Этот самый сильный человек в истории, за исключением, возможно, Самсона. Он был также и самым богатым человеком в Кротоне и владельцем самого претенциозного дома в колонии. Нет, никого в те времена в Кротоне нельзя было бы назвать богатым, но семья Милона не испытывала недостатка в еде, и им даже хватало на угощение для воздержанного в пище и питье гостя. На заключительном заседании комитета по оказанию достойной встречи Пифагора Милону поручили обеспечить выдающегося гостя полным пансионом на то время, которое Пифагор соизволит почтить своим присутствием Кротона. Они питали надежду, что это благотворно скажется на процветании Кротона.

Пифагор с радостью принял приглашение. Он и правда чувствовал себя польщенным этим приглашением, поскольку Милон был много знаменитее Пифагора. Двенадцатикратный победитель Олимпийских и Пифийских игр, Милон Кротонский так и остался непревзойденным рекордсменом этих героических соревнований. Однажды на Олимпийских играх этот первоклассный атлет вбежал на стадион с живым быком на плечах. И с этим быком на плечах он полтора часа обегал по кругу трибуны перед неистово приветствующими его зрителями. Известно, что после этого он одним хлопком ладони убил быка и за один день умудрился в одиночку съесть его. Но это уже скорее напоминает преувеличенную легенду, прославляющую атлета, нежели историческую правду. Пифагору действительно здорово повезло, что он не страдал повышенным аппетитом. Семейство Милона состояло из здоровяка атлета, хлопотливой жены и юной дочери Теано, миловидной, но не слишком послушной.

Итак, самое могучее тело и самый могучий ум Греции объединились ради великой задачи спасения Кротона из трясины депрессии, в которую его погрузили вечно жизнерадостные локрианцы. Если бы одурманенные вином сибариты умели смотреть хоть на шаг вперед и умели думать, они сразу же мобилизовали бы все мужское население и немедленно приступили к его военной подготовке. А если бы Милон и Пифагор опережали общественное сознание своей эпохи приблизительно лет на триста, они бы не разделяли рабов и обычных людей. Вместо этого два лучших представителя своего времени, два великих победных стратега относились ко всем людям, за исключением представителей правящего класса, как к товару, которым можно распоряжаться по своему усмотрению. Если существует Судьба, она позволила бы себе саркастически улыбнуться, глядя на приготовления Милона и Пифагора, так же как и их противников, сибаритов.

В неспешном XIX столетии, в эпоху королевы Виктории, автор иногда появлялся из-за укрытия безличных «мы» и напрямую обращался к своим «благосклонным читателям». Это позволяло автору без лишней скромности подчеркивать некоторую особенную прелесть своего повествования по мере его продвижения к кульминации и отвлекать своего «благосклонного читателя» на протяжении как минимум половины страницы, попутно заманивая их соблазнительными обещаниями еще более захватывающего сюжета. В первый и единственный раз в этой книге я обращусь к этой замечательной практике моих предшественников и буду прибегать к ней на протяжении всей главы. Я делаю это, потому что преднамеренно приготовился вовлечь вас в обман, будь вы мужчина или женщина, и хочу, чтобы вы были предупреждены, что вам уготовано попасться на удочку, на которую точно так же попадались тысячи читателей до вас на протяжении многих, многих столетий.

Существует незыблемое правило литературы, согласно которому автор не должен обманывать своего читателя. Если же вас честно предупреждают, что вас ожидает обман, вас может увлечь сама идея обнаружить, в чем же конкретно состоит надувательство. Соблюдать правила игры – даже лучше, чем говорить только правду, и с этим я приступаю к изложению очередной легенды о Пифагоре. Легенда повествует о самом важном вкладе Пифагора в науку. Мало того, этот вклад – одно из двух наиболее важных событий в нашей научной цивилизации. Другим было начало развития математики как дедуктивной науки.

По форме эта легенда представляет собой добротный рассказ, такой же, как и все устные рассказы, дошедшие до нас с древних времен. Более двух тысячелетий многочисленные историки науки и философии воспринимали ее как вполне правдоподобный факт. Прошу обратить ваше внимание, что я не написал, будто эта легенда была принята учеными. Дам вам еще один намек: никто из ученых «не принял бы» эту легенду. Ученые поступили бы иначе.

Возможно, вам доводилось читать книгу на тему о том, «как читать книгу», или «как читать две книги», или даже (если вы болезненно щепетильны в вопросах сохранения ваших умственных способностей) «как читать страницу». В дополнение к превосходным инструкциям во всех таких практических руководствах хорошо бы при прочтении книг, в которых хоть что-нибудь касается науки, включать свою собственную голову. Итак, я почти раскрыл перед вами все карты, поэтому без дальнейших вступлений перехожу непосредственно к сути. Начну с самой легенды.

Вероятно, именно в Кротоне Пифагор открыл те физические факты, на которых базируется акустика и арифметика музыкальной гармонии. Однажды проходя мимо кузницы, Пифагор остановился, привлеченный лязгом молотов и молотков, которыми четыре раба по очереди били по куску раскаленного докрасна металла. Все, кроме одного, звучали согласованно. Изучив вопрос, он понял, что различия в звучании каждого из четырех объяснялись соответствующим различием в их весе. Без особых трудностей он убедил кузнеца одолжить ему молоты часа на два. За такое короткое время ему предстояло изменить курс западной цивилизации по направлению к новой и неизвестной цели. Взвалив молоты на плечи, он поспешил назад к дому Милона. Там на глазах испуганных и изумленных атлета и его жены Пифагор немедленно приступил к первому в истории зарегистрированному научному эксперименту.

К каждой из четырех одинаковых по толщине и длине жил он привязал по одному молоту. Затем он с особой тщательностью взвесил каждый из молотов. Как он это делал, не имеет значения; главное, он это сделал. Затем он подвесил молоты таким образом, чтобы все четыре жилы под напряжением оказались одинаковой длины. Пощипывая жилы, он заметил, что издаваемые ими звуки соответствовали тем звукам, которые раздавались при ударах соответствующих молотов о наковальню. Прилепив небольшой кусок глины к молоту, звук которого нарушал гармонию, он добился, что жила стала издавать звук, не вызывавший диссонанс. Четыре ноты, теперь совершенно гармоничные, согласованно дрожали в воздухе в мелодичном аккорде.

Пифагор был даже глубже потрясен, нежели его охваченная благоговейным страхом

аудитория, состоящая из хозяина дома и его жены. Ведь в том таинственном аккорде он узнал те первые божественные ноты ускользающей музыки небесных сфер, которые часто посещали его сны, когда он был совсем ребенком.

Так как он знал вес молотов (а они, должно быть, были совершенной сферической формы из чистого золота), он очень скоро вывел закон музыкальных интервалов. К своему удивлению, Пифагор обнаружил, что музыкальные звуки и целые числа имеют простую связь. Какую – на данный момент не является существенным. Это было огромное и беспрецедентное открытие, первый намек на тот факт, что законы природы можно записать числами.

Такая вот история. Что-то не так? Если вы изучали физику в школе, вы дисквалифицированы на это состязание, поскольку вы знали ответ раньше, чем начали читать эту историю. Но если вас никогда не интересовали ни звуки, ни физические явления, связанные с музыкой, для вас это серьезное испытание. Вы пытались представить себе, как вы проводите тот же эксперимент, что и Пифагор? Если пытались, то вы уже на полпути к решению. Если вы попытались провести свой эксперимент из подручных средств или пытались стучать по ковшу или эмалированному тазу металлическими предметами различных весов, честь вам и хвала. Если вы не делали ничего подобного, попробуйте сделать это при первом же удобном случае. Отлично подзванивает винный бокал, если постукивать по нему ложками, ножами или вилками разных размеров. Вы получите превосходную возможность приобщить вашего будущего восхищенного сотрапезника к чудесам науки, когда он или она уже начнут изнывать от скуки (последнее предложение чисто философское; я никогда не проверял его экспериментально). Вы обнаружите, что веса ваших «молотков» не имеют никакого отношения к тональности. И если бы в любое время за все те столетия от Пифагора до Галилея ученые эрудиты, которые пересказывали эту абсурдную легенду своим преемникам, провели несколько минут в кузне, они убедились бы, что, по существу, вся эта история просто нелепа. Для полного соответствия духу викторианского романа я должен закончить свое авторское отступление моралью.

Для всего последующего развития науки было чрезвычайно важно, когда Пифагор выполнил свой первый в истории науки зарегистрированный физический опыт? Не тот смехотворный опыт из легенды, но реальный и намного более простой. Мораль такова: вместо того чтобы повторить опыт Пифагора и выяснить, как все же обстояло дело, все, кроме очень немногих его преемников, удовлетворялись пересказом легенды, повествующей о проделанном им опыте. Они не обращались напрямую к природе, чтобы подтвердить природные явления. Они либо цитировали авторитетов, либо доверяли своему склонному ошибаться воображению. Век современной науки, который мог бы начаться с появлением Пифагора в VI веке до н. э., был отложен из-за этой физической и ментальной инерции до конца XVI века.

Современная наука началась тогда, когда Галилей экспериментировал с падающими телами вместо того, чтобы принять на веру слова Аристотеля, что так «должно быть», даже если этого и не происходит. Для кабинетного философа нет ничего более очевидного, чем верить в то, что железный шар упадет на землю раньше такого же, но деревянного в случае, если оба шара одновременно сбросить с одинаковой высоты. Попробуйте проделать такой эксперимент, как это сделал Галилей, если, конечно, вы уже не знаете по опыту, что они ударятся о землю одновременно.

Существует и другая историческая подробность особой важности. Один из самых ранних шагов биологических наук – классификация. Все привыкли, например, аккуратно распределять все растения и животных по семействам, в соответствии с некоторыми особенностями, типичными для всех членов конкретного семейства.

Но этот шаг не дает нам даже переступить через порог естествознания. Пассивного наблюдения тут явно недостаточно. Чтобы обнаружить, скажем, что-нибудь полезное в оптике, свойства света следует наблюдать при искусственных, созданных руками человека условиях, которые никогда не встретить в естественных природных условиях. Например,

наблюдать за лучом света до и после прохождения им через призмы и последовательный ряд линз различной кривизны и даже через воздух между полюсами сильного магнита. Во всех этих, созданных человеком условиях все, что может быть измерено, измерено настолько точно, насколько допустимо. Таким образом, числа входят в описание физических явлений, и «законы» физики выражены насколько возможно в числовой форме.

Это целенаправленное, специально запланированное вмешательство в первозданную природу и является тем, что отличает экспериментально-математический метод современной науки, которому положил начало Галилей, от более раннего метода пассивного наблюдения и классификации. Самым первым известным ученым, применявшим активное вмешательство в естественные природные условия, был Пифагор. Частично он и сам виноват в том, что достойные преемники так затянули со своим появлением. Позже мы с вами увидим, как он сам преуменьшил свое абсолютное величие.

Я теперь отпускаю руку благосклонного читателя, вернее, его внимание. То, что сейчас последует, отмечает тот момент времени, когда ученый человек навсегда разошелся с примитивным человеком и новое измерение было добавлено к человеческой мысли. Без такого добавления наша собственная цивилизация могла бы продвинуться и материально, и технически не дальше, чем погибшие цивилизации Египта и Вавилона.

Если одна веха и затмевает все другие в развитии науки, то веха эта – открытие Пифагором связи между музыкальной гармонией и числами. Он обнаружил, что звуки, испускаемые вибрирующими жилами, зависят самым простым образом только от длины жил, если жилы одинакового качества и в одинаковой степени натянуты. В частности, он отмечал, что длины жил, которые издают первый, пятый и восьмой звуки, находятся в соотношении 6 к 4 и к 3, или, что есть то же самое, в отношении 1 к 2/3 и 1/2. Аналогично пятый и восьмой звуки могут быть получены на одной жиле, натянутой таким образом, что жила «останавливается» на 2/3 ее длины для пятого и на 1/2 длины для восьмого звука. От этого эпохального открытия Пифагор перешел к созданию диатонической шкалы. Она легла в основу почти всей традиционной музыки на протяжении многих столетий. Это открытие также напрямую ускорило появление многого другого, включая золотой век мистической нумерологии, и отсрочило веру в тщательно подготовленный опыт как самый результативный подход к изучению природы.

Правдоподобный отчет о том, как Пифагор сделал это решающее открытие, связан с изобретением сонометра, или монохорда. Именно благодаря опытам с этим простым научным аппаратом он нашел совсем уж неожиданную корреляцию между некоторыми музыкальными интервалами и целыми числами. Аппарат состоял из единственной струны, натянутой на доске с подвижным мостом или «подставкой» (как подставка у скрипки, но не закрепленная) между струной и доской. Движением моста струна могла быть легко разделена на две части, каждая из них вибрировала независимо от другой. Напряжение частей оставалось (очень приблизительно) постоянным, когда клин перемещался на позиции 1/2, 2/3, 3/4 и так далее от общей длины струны, причем длина частей струны поддавалась точному измерению.

Возможно, достаточно было бы и более простого инструмента, изобретенного каким-нибудь дикарем еще из каменного века. Например, тяжелого камня, привязанного к ветке дерева, ремня, вырезанного из шкуры северного оленя. Закон музыкальных интервалов, открытый Пифагором, можно было открыть и без тщательно продуманных опытов.

Многие древние охотники и воины, скорее всего, слышали протяжный звук тетивы. Но делали ли они из простого наблюдения хоть какие-нибудь умозаключения? Если кто-то и делал, это никак не повлияло на цивилизацию в целом. Шагнув много дальше простого статичного наблюдения, Пифагор вмешался в природу и своими решительными действиями привнес в мир нечто новое. Мастерство научного эксперимента. Насколько известно, он был первым, кто задумался над созданием прибора, задуманного и тщательно выполненного для того, чтобы заставить природу ответить на определенный вопрос: связана ли гармония с

числами и если связана, то каким образом определить и рассчитать эту связь?

Неудивительно, что легенда называет Пифагора сыном Аполлона, бога музыки и песен. Даже современный ученый должен поразиться явной удаче, которая побудила Пифагора выбрать такой многообещающий предмет для экспериментального исследования. При тех неисчислимых явлениях вокруг, способных разбудить его пытливое любопытство и стимулировать его деятельное воображение, ученый выбрал именно ту научную проблему, которая идеально подходила для математика-теоретика. Электрические искры от натертого янтаря, должно быть, озадачивали Пифагора, как и его учителя Фалеса; но Аполлон или же его собственный научный инстинкт осторожно отвел его прочь от запутанной тайны, загонявшей в тупик. Если бы Пифагор искал числа в электричестве, он все еще продолжал бы искать их до сих пор. Как, впрочем, и мы; слишком много более простых фактов природы следовало понять прежде, чем электричество стало доступным, и необходимое понимание наступило только благодаря терпеливому движению по пути эксперимента, впервые указанного нам Пифагором. Вплоть до XX столетия электрические частицы не были выделены, и только тогда доказано экспериментально, что электричество соответствует мечте Пифагора о целых числах. Но в акустике поиск был короток. Соотношение между числами и музыкальными интервалами – почти на поверхности физики, и нужно только, чтобы простейший прибор полностью раскрыл это соотношение. И объективно удачным оказалось для первого экспериментатора, что соотношения определяются во всех наиболее важных аспектах только самым простым видом чисел, положительными целыми числами – 1, 2, 3, 4… и их наиболее понятными дробями 1/2, 2/3, 3/4… Таким образом, будучи первым экспериментатором, Пифагор стал одним из величайших ученых в истории, но он также оказался и одним из самых везучих. Что-то побудило его выбрать именно эту физическую проблему из всего сонма проблем, попадавших в поле его зрения, и вряд ли существовала хоть малейшая надежда, что он бы нашел их решение. Его

счастливый выбор, возможно, был только слепой удачей. И хотя любой здравомыслящий человек может посчитать бесчисленное множество задач доступными для решения, удача сопутствует лишь тем, кто не только способен выбрать задачи, достойные их внимания, но и способен понять себя. «Познай себя» – таков был завет Фалеса. Только гении высокого и редкого порядка способны разобраться, какие задачи, достойные внимания, им по силам, а какие нет. Иногда приходится слышать, будто Пифагор не открыл ничего фундаментально нового, ведь точная запись данных наблюдений и последующие расчеты, например в астрономии, были уже привычным делом еще до его рождения. В астрономии мы наблюдаем, ведем запись наших наблюдений, всякий раз, когда это возможно, преобразуем их в числовые значения и выдвигаем гипотезу, чтобы все коррелировать. Если гипотеза не согласовывается с дальнейшими наблюдениями, мы не знаем, как, выполнив земной эксперимент, изменить гипотезу или подтвердить. Мы можем совершенствовать или изменять наши методы вычисления; но это совсем не означает, что мы контролируем до определенной степени исследуемые явления. Мы никак не сможем перемещать небесные тела по своему желанию, тем самым изменяя условия. Нам остается только наблюдать и не дано вмешиваться. Но в той науке, которая началась с Пифагора, исследователь управляет условиями, в которых он ведет слежение. Если изменения температуры, например, мешают точным измерениям металлического прута, нам легко держать прибор в постоянной температуре. Но никто до сих пор не преуспел в изоляции всех небесных тел, кроме двух, чтобы упростить проблему точного описания движения планет.

Пифагор впервые применил на практике новую и переломную схему: в научном исследовании появляется целевое вмешательство исследователя в исходный природный материал. Он мог годами вслушиваться в соразмерность звучания природных звуков, пока не состарился бы и не оглох, но не продвинулся бы в ее изучении дальше своих не слишком любознательных предков из каменного века. Но стоило ему начать натягивать струны, издавать при их помощи звуки и измерять их длины, как он обеспечил науку новым смыслом.

Надо заметить, что во всех случаях наблюдатель неразрывно связан со всем, что он наблюдает. Эксперимент и экспериментатора нельзя разделить. Сколько из наблюдаемого и измеряемого экспериментатором присуще самой природе и сколько привносит в природу он сам или его методы наблюдения и измерения? Вопрос этот в конечном счете, по сути, равноценен вопросу об изобретении или открытии чисел.

Пифагора, похоже, этот вопрос не беспокоил, Платона, очевидно, наоборот. Но только в XX столетии метафизика естествознания подняла этот вопрос в острой форме.

На одном полюсе – те, кто полагают, что познать физические свойства каждого конкретного явления или предмета можно лишь через последовательность действий, которые выполняются под наблюдением. Для этих «операционистов» бессмысленно искать «подлинную сущность» вне наблюдения и испытания. На другом полюсе явно располагаются некоторые современные нумерологи, которые полагают, что познание природы навсегда сокрыто за пределами человеческих возможностей. Все, что мы воображаем, будто мы знаем о природе, – лишь то, что сами мы и придумали о природе.

Сторонники крайних точек зрения сходятся в общем «мы не знаем»: современная наука и научные методы не способны ничего сказать нам о жизни. Самый простой вид проведения опытов с живой тканью, например элементарное изучение образца ткани под микроскопом, изменяет ткань. То, что мы надеялись исследовать, а именно жизнь, такая, как она есть без механического, оптического или какого-то другого вмешательства, перестает быть предметом нашего эксперимента. Таким образом, существует область человеческого интереса, где эксперимент отвечает не на все вопросы. Как и в случае с основным вопросом о числах, вопрос «что такое жизнь?» может показаться нашим преемникам бессмысленным или ненадлежащим образом сформулированным. Но никакие подобные сомнения не охлаждали энтузиазм Пифагора в его неуемной жажде открытия. Его закон музыкальных интервалов распахнул перед ним само значение жизни. Если не фактически число, жизнь для Пифагора была таинственным проявлением чисел. В некотором смысле все вокруг него было числом. Это было его простое, всеобъемлющее понимание мироздания.

Кто решится обвинить энтузиаста, переступившего черту между фактом, поддающимся проверке, и предположением, не поддающимся проверке? Такое открытие, как закон музыкальных интервалов, любого человека изумит и заставит ликовать. Полную неожиданность обнаружения такого закона можно прочувствовать даже сегодня. Кто мог предположить, что пространство, число и звук объединены в одной гармонии, в одной соразмерности? Пространство попадает в тесную связь с длиной струны, число с отношениями, соответствующими музыкальным интервалам. Звуки различимы ухом; что общего у слуха с числами? И более неожиданно: почему обычные простые дроби целых чисел имеют какую-то связь с гармонией, которая является областью эстетики? Все эти внешне ничем не связанные явления и предметы, как оказалось, существуют не сами по себе и не столь уж различны. Они были проявлениями одной глубокой основополагающей действительности. Какова же суть этой действительности? Пифагор распорядился всеми сомнениями, объявив постулат, что «все сущее есть число».

Ослепленный своим неожиданным открытием Пифагор и его пораженные ученики упустили из виду сам экспериментальный метод, лежащий в основе открытия. Игнорируя метод, который открывал обществу доступ к научной цивилизации, они последовали за чистой абстракцией чисел по пути к ее конечной гротескной утонченности, лишенной смысла, – безнадежной нумерологии.

Экспериментальная физика в духе осознанного сомнения Пифагора не получила существенного продолжения вплоть до конца XVI столетия, когда Галилей начал с того места, где Пифагор остановился. В XIII столетии Роджер Бэкон, а некоторые другие ученые еще раньше от случая к случаю делали попытки повторно внедрить экспериментальный метод в теоретизированную науку, но Галилей был первым, кто последовательно применял этот метод и добился ощутимых результатов и за кем шло целое постоянно растущее воинство последователей. Он и Пифагор (в той части, где последний стоял на научных

позициях) были очень схожи, и этим людям, больше чем любым другим в истории, западная цивилизация обязана всем, чем она является сегодня.

Не успеет великий философ разгадать тайну мироздания, как еще более великий философ опровергает разгадку. Иногда сам отгадыватель обнаруживает роковой изъян в своей отгадке. И тогда ему предстоит решить, как поступить дальше, а выбор у него небольшой: признать, что он ошибался; исправить решение и довести его до совершенства; попытаться скрыть открытие, развенчивающее его достижения.

Как ни трудно в это поверить, Пифагор, как утверждают некоторые, выбрал единственный постыдный вариант поведения, когда понял, что не все сущее есть число, в том смысле, который он в это вкладывал. К счастью для поклонников учителя, легенды о нем столь путаны, беспорядочны и противоречивы, особенно в этом драматичном моменте, что они фактически отменяют друг друга. Возможно, с позиций нашего времени не имеет никакого значения, как поступил Пифагор, когда случайно наткнулся на неразрешимую несоразмерность, которая разрушила его числовую гармонию вселенной. Для естествознания, математики и философии важно лишь то, что его великое обобщение было разрушено. Разрушение постулата Пифагора, гласившего, что «все сущее есть число», в том смысле, в котором он был выдвинут первоначально, стало коренной революцией в развитии всех трех дисциплин.

Под «числами» Пифагор подразумевал простые целые числа и дроби или «пропорции», полученные при делении одного целого числа на другое, типа 3/4, 11/9, 6/25 и т. д. Все они – целые числа и дроби – называются рациональными числами.

На тот момент, когда Пифагор утверждал, что «все сущее есть число», это были единственные известные числа, придуманные или найденные. Из этого великого обобщения вытекало, что и сторона, и диагональ любого квадрата выражаются рациональными числами. Но вскоре было доказано, что, если сторона квадрата выражается (рациональным) числом, диагональ того же самого квадрата не может быть выражена любым (рациональным) числом. Это разрушало чрезмерно простое обобщение, что все сущее является числом.

Сегодня суть этого формулируется так: «Квадратный корень из двух является иррациональным числом». Где был квадратный корень из двух прежде, чем его обнаружили пифагорейцы? Существовало ли это «число» в природе только для того, чтобы его нашел Пифагор или его ученики? Или оно было изобретено великими математиками, которые появились после Пифагора? Эти математики, особенно Евдокс (прославившийся около 370 года до н. э.), разработали математическую теорию «величин» (таких, как длина, площадь и объем), которая давала четкое объяснение существования «величин», необходимых для измерения любой конечной длины.

Иррациональность квадратного корня из двух была сформулирована как «диагональ и сторона квадрата несоизмеримы». Но для придания безукоризненности своим логическим рассуждениям Евдокс и его преемники вынуждены были от математически конечного перейти к математически бесконечному и от исчисляемого к неисчислимому. Были ли их логические построения обнаружены, или они их придумали? И было ли понятие бесконечного изобретением человека, или действительно это было открытие чего-то, что существовало еще до того, как наша планета достаточно остыла, чтобы на ней могла существовать жизнь, что продолжит существовать и тогда, когда на Земле исчезнет жизнь?

Какими бы ни были ответы на эти вопросы (если это не риторические вопросы и на них действительно существуют ответы), одно является бесспорным: открытие, связанное с диагональю квадрата со сторонами, выраженными рациональными числами, оказалось роковым для азбучного обобщения, которое сводило мироздание до рациональных чисел. В числовом смысле вселенная проявила себя иррациональной. (К несчастью, термин «иррациональный» имеет два общепринятых значения, уместные при обсуждении философии Пифагора. Когда «иррационально» используется в смысле «противоположный разумному», это означает отрицательную оценку; когда «иррационально» относится к числам, это означает «в числовой форме иррациональный».) Вплоть до нашего времени

почтенные ученые не позволяли себе подвергать сомнению традиционную точку зрения относительно рациональности «законов» природы. Мы еще остановимся на этом, когда дойдем до рассказа о последнем величайшем предвидении Пифагора, в котором он пробрался через ад своего собственного воображения. Здесь же достаточно только отметить, что подобное сомнение неявно в вопросах относительно рациональности логики, применяемой для рационального объяснения числовой нелогичности некоторых чисел.

В конце XIX столетия было доказано, что если иррациональные числа существуют или могут быть созданы, то они значительно чаще встречаются, нежели рациональные числа. Но это роковое развенчание рациональности чисел не слишком повлияло на современную нумерологию, впрочем, как и сравнительно мягкая революция VI столетия до н. э. на нумерологию пифагорейцев. Античные пифагорейцы и их преемники продолжали теоретизировать, принимая как данное, что вселенная рациональна и существуют лишь простые целые числа. Опыт был бессилен противостоять положениям, утвержденным нумерологами.

Мистика чисел начиналась и заканчивалась в неосязаемых лабиринтах сознания. За пределами возможностей любого объективного научного исследования она существовала и продолжает существовать. Возможно, в этом и заложен секрет очевидной неуничтожимости нумерологии.

Остается только обозначить роль Пифагора в этом ниспровергающем открытии. Некоторые признанные авторитеты среди историков древнегреческой математики не видят никаких причин сомневаться, что именно Пифагор сделал роковое открытие, и подкрепляют свое мнение древними преданиями.

Некоторые легенды, которым можно верить или не верить по нашему усмотрению, утверждают, будто, когда Пифагор сделал это открытие, члены братства поклялись сохранить все в тайне. Одна из легенд гласит, будто какого-то непокорного сподвижника, разгласившего ужасную тайну непосвященной толпе, утопили. Звучит совсем неправдоподобно, поскольку зачем же топить человека после того, как он уже разгласил правду? Кроме того, пифагорейцы питали отвращение к насильственному лишению жизни, человеческой либо любой другой.

В целом вполне допустимо полагать, что Пифагор припрятал нежелательное открытие до лучших времен и продолжил величественно шествовать через пространство, числа и время, словно ничего неприятного и не случилось. Так или иначе, но он, его братья и сестры, в усердном следовании за числами к знаниям и мудрости, продолжили жить в мире и гармонии в Кротоне, в то время как сибариты, развлекаясь, двигались по пути почти полной потери боеспособности. Ничего не понимавший ни в числах, ни в метафизике Милон тем не менее одобрял попытки Пифагора научить этим таинствам его товарищей аристократов. Скорее всего, Милон даже открыл для себя, что нет ничего лучше доброй дозы арифметики, чтобы озадачить политических зануд настолько, чтобы они держались подальше от армии и не раздражали ее своей глупостью.

Глава 12
Гармония и дисгармония

Двадцать три года протекли так тихо, спокойно в мирном Кротоне, что Пифагор и его ученики едва ли заметили, как летит время. Пока Милон и его мастера военного дела муштровали молодежь в строгости военных дисциплин, Пифагор гонял взад-вперед своих последователей по излишествам умственной деятельности. У них тоже дисциплина была на высоте.

Только те, кто доказали, терпя суровые лишения, свою способность к самоограничению и постоянному напряжению ума, признавались полноправными членами братства пифагорейцев. Ни высокое происхождение, ни влиятельное положение в обществе не являлись основанием для допуска в число соискателей на лекции учителя. Кандидаты, не

отвечавшие минимальным требованиям к глубине познаний и аскетическому образу жизни, беспристрастно получали черные шары и жестко исключались. Женщины допускались на тех же правах, что и мужчины, – до некоторой степени беспрецедентный либерализм в VI веке до н. э. Членство в братстве предполагало два уровня допуска: слушатель и математик. Достаточно умный слушатель имел возможность попасть в избранный круг математиков и стать полноправным членом братства, имеющим право голоса в определении политики.

От начала и до конца дух организации был аристократическим. Исключительность братства, без сомнения, гарантировала высокий стандарт интеллектуальных знаний среди членов. Но это также вызывало подчеркнутую неприязнь к преданным искателям «истины чисел» со стороны простых жителей Кротона и тех аристократов, которых не допустили в члены братства. В частности, одним из них был агрессивный оппозиционер по имени Килон, который принял свое исключение с наигранной ледяной любезностью, но задумал отомстить.

Килон был слушателем, но проявил недостаточно интеллекта, чтобы стать математиком. Довольно интересно, сравнивая истории братства пифагорейцев, сложенные в разные эпохи, отмечать колебания в оценках характера Килона. Когда в роли историка выступает консерватор, пишущий для тори, Килон становится беспринципным демагогом. Демократически настроенный историк, обращающийся к своим согражданам, представляет Килона как народного борца и защитника принципа равных возможностей для всех, короче – демократа. Нам же следует просто пересказать, что же произошло на самом деле. Килон не появится практически до конца повествования. Но сам факт, что он не сделал ничего заметного в интервале от своего исключения до уничтожения последствий своего унижения, не означает, что он бездействовал. Поэт, утверждавший, что «преисподняя не так страшна своей яростью, как отвергнутая женщина», очевидно, никогда не встречал видного горожанина в провинциальном городке, изгнанного из наиболее закрытого клуба в сообществе.

Оценки братства, основанного Пифагором, столь же различны, сколь и сами оценщики. Однако все сходятся на том историческом факте, что влияние братства пифагорейцев на развитие математики, естествознания, нумерологии и философии было значительно и продолжительно по времени. Оно не закончилось и в наши дни. С социальной точки зрения звания церемонии, сопровождающие вступление и переход от ранга слушателя к рангу математика, присяга на жесткую секретность в те времена, когда клятвы пользовались суеверным почтением, заботливо охраняемые тайны – все это и масса других общих признаков, мотивированных исключительностью действа, создали модель существования секретных обществ на сотни лет вперед. Неугомонная ориентация на восточный мистицизм в зрелых учениях учителя, привлекали изнывающих от скуки и лишенных иллюзий, стремившихся бежать от жестокости окружающего мира в монастырскую тишь, где их желания больше не принадлежали им и где каждое решение принималось за них. На самом деле братство настолько преуспело в управляемом эскапизме, или бегстве от действительности, что веками служило рудником, из которого бесчисленные культы черпали все, о чем только могли мечтать в области ритуалов и принципов.

Нескольких деталей будет достаточно, чтобы продемонстрировать образ жизни пифагорейцев и жесткость дисциплины, которой они придерживались. Строгость испытательного срока для слушателей была близка к экстремальной. В течение трех суровых лет потенциальный будущий математик безжалостно изнурялся непосильным трудом. Если он рисковал высказать точку зрения или отпустить безобидный комментарий, старшие ученики сначала возражали ему, затем высмеивали и подавляли презрением. Если кандидат оказывался сообразительным, ему хватало и года подобной трамбовки, чтобы усвоить преимущество молчания и терпения.

Плохое питание, исключающее продукты животного происхождения, кроме небольших порций, время от времени перепадавших после жертвоприношений ненасытным богам, закрепляли уроки умеренности. Доброе вино, бросавшее в краску обычных людей, было под

запретом, если не считать одного-двух глотков перед отходом ко сну чисто в целях профилактики. Любая склонность к гурманству подавлялась тем, что подопечного усаживали за праздничный стол, уставленным яствами, предоставляя возможность вдыхать аппетитные запахи в предвкушении своей очереди к любимому блюду, которое уносили буквально из-под носа. Одежда была скудной и грубой, но достаточно прочной. Даже умиротворение во сне было под запретом, пока не научится довольствоваться тремя-четырьмя часами сна. Скромные вещички, принесенные с собой, чтобы скрасить свои страдания, отправлялись вслед за всем более существенным имуществом на общий склад, и больше он их не видел. Но, если дисциплина казалась ему слишком свирепой и кандидат уходил, ему возвращалось все, и он освобождался от каких-либо обязательств, кроме обещания использовать приобретенный опыт только в личных целях. Килон преуспел в своей мести отчасти потому, что нарушил обет молчания. Когда же соискатель окончательно привыкал к порядкам, он находил их ничуть не более жестокими, чем базовая подготовка в военном лагере.

Пока тело закалялось, ум ни в коем случае не игнорировался. Задолго до рассвета день начинался полурелигиозными обрядами. Высокая метафизическая поэзия и возвышающая математическая музыка укрепляли дух слушателей для заполненной размышлениями одинокой прогулки перед безрадостным завтраком. Во время прогулки каждый планировал свой день. Итоги хороших намерений подводились на закате. Если какой-нибудь несчастный ухитрялся сделать что-то, чего делать не следовало, или не сделать то, что сделать следовало, он соответственно наказывал себя на следующий день.

Утренний хлеб с водой сменялся коротким периодом отдыха, чтобы подготовиться к настоящим испытаниям в течение дня. Все собирались для дружеской беседы. Те немногие, кому было разрешено выражать свои мысли, говорили спокойно и скупо в то время, как остальные слушали и ничего не говорили. Эта односторонняя беседа была придумана, чтобы усилить основную идею выращивания смиренных умов в дисциплинированных телах.

Пифагорейцы одними из первых открыли психологический фактор, что тяжелый физический труд является отравой замедленного действия, разрушающей способность думать созидательно. Будучи избавленными рабами от необходимости физического труда, они поддерживали себя в форме разумными дозами культуризма. Борцовский круг, бег, метание копья и прочие аналогичные спортивные занятия обостряли аппетит пред безвкусным вечерним приемом пищи, состоящей из хлеба, меда и воды. Как уже было отмечено, новичкам было положено немного вина. Математики же, которые, как предполагалось, стояли выше этих слабостей тела, получали только чистую холодную воду, причем не так уж и много.

Любой из математиков, еще бодрствующий после незамысловатой трапезы (проходившей в тишине), возвращался к ведению внутренних и внешних дел братства. Выжившие после утомительных суровых испытаний освежали себя длительными религиозными обрядами с мистической торжественностью, принимали ванны с холодной водой и ложились на каменные ложа. За несколько часов до рассвета они опять окунались в бесконечный круг музыки, медитирования, вещания и слушания, прогулок наедине, самоанализа, безвкусной еды, нумерологии, естествознания, математики, религии, атлетики, метафизики, купания и необходимого сна, чтобы не задремать стоя. Это не жизнь для сибарита.

На пике процветания братства около двух сотен семей (по другим оценкам, в три раза большее) проживали по соседству более или менее гармонично под отеческим надзором Пифагора. Что касается самого ученого, он наслаждался каждое мгновение, осознавая свой непререкаемый авторитет. Числа были не единственным таинством, которое он постиг много лучше, чем любой из его учеников. В психологии культов на протяжении их длительной и переменчивой истории он остается непревзойденным. Всегда отчужденный, даже когда что-то обсуждал с братом-математиком, он редко говорил, если только не требовалось обсудить нечто мистическое. Молчание, казалось, было его страстью, если не для него

самого, то для его учеников. Чтобы его учения были правильно и с уважением приняты, он от трех до пяти лет хранил молчание в отношении слушателей, впервые предложенных к переходу в разряд математиков. Его ученики редко видели своего учителя, но, когда это случалось, они бывали поражены величием его осанки и манеры поведения. Владея в совершенстве мастерством производить эффекты, Пифагор всегда выбирал неожиданный момент для своего появления. Его редкие появления всегда подавались как нечто божественное; он появлялся, закутавшись в объемную белую одежду, белобородый, с короной из золотых листьев. Дабы придать больше веса таинству своих недоступных традиционному пониманию доктрин, он из-за занавеса доверительно излагал самые таинственные из них. Глубокий голос, сопровождаемый мелодичными аккордами, издаваемыми с подчеркнутой страстью его лирой, создавал у наиболее легковерных слушателей иллюзию, что с ними говорит сам Аполлон. Пифагор никогда не делал ошибки и не выходил из-за занавеса с последней нотой своего музыкального дискурса, растворившейся в звенящей тишине.

Когда же занавес начинал закрываться, ученый удалялся со своей лирой в грот Прозерпины. Подобно другим древним оракулам, Пифагор знал по опыту, что отраженное эхо человеческого голоса из глубины темной серосодержащей пещеры неотразимо воздействует на открытые к восприятию головы, лишенные способности критического осмысления. За свою склонность к таким дешевым трюкам в педагогике Пифагора прозвали шарлатаном. Но он им не был. Столь не вызывающей сомнений была его вера в свое служение собратьям, что он использовал любое из средств и все вместе, бывшие у него под рукой, чтобы быть понятым. Он вполне мог бы убедить самого себя, что голос, исходящий из пещеры, действительно принадлежал Аполлону. Если так, то уже не в первый, но и не в последний раз великий ученый назначал себя рупором божественного.

Описание указанных деталей образа жизни братства можно завершить рассказом об одном его безвестном члене, который звучит вполне правдоподобно. Секретной эмблемой братства была мистическая пентаграмма: пятиконечная звезда, полученная путем удлинения сторон правильного пятиугольника до их пересечения в вершинах полученной звезды, подобно звездам на флаге Соединенных Штатов. Одним достоинством пентакля, державшим в повиновении пифагорейцев, была его универсальность: звезда могла быть начерчена непрерывным движением заостренной палочки без пересечения какой-либо части звезды дважды. Вторым достоинством, по своей природе вполне нумерологическим, являлась способность мистифицировать математиков выше всякого доверия. Звезда имела пять вершин, а в слове «здоровье» по-гречески всего пять букв – hygia. Поэтому пять букв могли быть соотнесены с пятью вершинами: в каждой вершине можно было поместить по букве. Что подкреплялось нумерологией: неприкрашенная, без букв пентаграмма олицетворяла сама по себе здоровье. Лучшие математики открывали бесчисленные дополнительные достоинства в своем пентакле и демонстрировали их в духе строго дедуктивного метода рассуждений. Поскольку только одно из доказанных достоинств относится к этому повествованию, остальные оставим истории.

Молодой член братства из бедной семьи, так начинается легенда, путешествуя по чужим землям вдали от дома, серьезно заболел. Великодушный владелец постоялого двора ухаживал за ним, хотя молодой человек сразу признался, что у него нет ни денег, ни товаров, чтобы уплатить по счетам. Когда же стало ясно, что ему не выжить, молодой человек попросил доску, на которой можно было бы писать. Он нацарапал на ней мистический пентакль и попросил владельца постоялого двора повесить доску над входом со стороны улицы.

«Когда-нибудь кто-нибудь, понимающий, что я нарисовал, будет идти мимо. Он остановится и спросит вас о знаке. Расскажите ему все и упомяните, что я просил его заплатить вам. Вы получите свое вознаграждение».

Так оно и получилось. Основной заботой членов братства было прожить жизнь достойно и таким образом избежать наиболее унизительных оборотов Колеса жизни. Но,

поскольку были они лишь обыкновенными людьми, несмотря на всю свою геометрию и нумерологию, им не удавалось удержаться от желания распространить свою власть с нематериального на материальное. На земном уровне большинство эзотерических практик членов братства послужили моделью научных академий и ученых сообществ. Вырвавшись далеко за пределы орбит любых научных организаций наших дней, братство изучало управление государством и политику. Пифагор учил, что правительство должно заботиться о всеобщем благоденствии богатых – разновидность аристократического коммунизма. Многие детали учения Пифагора о правительстве вошли практически без изменений в идеальное государство, сторонником которого выступал Платон в своей «Республике», а также в «Законах». Единственным возможным препятствием этой поистине разумной программы стали выборы лучших. Кто должен определять избранных? Решение Пифагора было настолько простым, насколько окончательным. На вершину иерархической лестницы Пифагор жестко поместил себя. Затем он приподнял математиков практически до своего уровня. «Математики» соответствуют «хранителям» в философски прекрасном обществе Платона. Ниже математиков из слушателей сформировалась общность благородная, но бессловесная, по отношению к тем, кто выше их. Ниже слушателей (самой многочисленной части прослойки величиной в один процент от всего населения) – «толпа», основная часть политического образования, к которому, собственно, и планировалось применить теорию управления Пифагора.

Принцип селекции в теории настолько очевиден (математически), насколько деление людей вообще возможно. Поскольку, после того как человек успешно прошел эксцентричную подготовку, чтобы стать математиком-пифагорейцем, он наверняка усвоил азы самоконтроля и способности управлять самим собой, что выдавалось за необходимость и достаточность для успешного управления другими. С этих позиций можно было прийти к логическому заключению, что теория должна быть легко реализована на практике. На беду пифагорейцев, этого не произошло.

Не только для истории следует отметить, что одна особенность курса Пифагора по управлению прошествовала без изменений в обучающие программы Платона в части его хранителей республики. Сам Пифагор не смог быть более настойчивым, чем Платон, в вопросе о значении математики в подготовке будущих администраторов.

Дабы это двойное одобрение математики как основы подготовки государственных деятелей не воспринималось всерьез в качестве настоятельного руководства к действию в наши дни, необходимо помнить, каково было значение понятия «математик» для пифагорейцев. Математиком являлся человек, который перенес несколько лет беспощадной муштры и в дополнение к этому уверовал, что познал теорию учителя, восприняв «все сущее есть число». В программе обучения Платона это изречение сменила интуитивная вера в значимость математического рассуждения как предварительного шага и смирение перед последовательным анализом, включающим диалектическую и трансцендентальную логику «вечных идей» Платона, возвеличенную в его «идеальных числах». Итак, какими бы ни признавались достоинства упражнений в математике в качестве средства подготовки к менее безответным проблемам человеческих отношений, ни Пифагора, ни Платона нельзя, если честно, авторитетно цитировать, доказывая, что несколько уроков по общедоступной арифметике или элементарной геометрии превращают посредственного политика в выдающегося премьер-министра или проницательного президента. Еще менее вероятно, что хороший нумеролог (по терминологии Пифагора или Платона – математик) в наши дни способен стать надежным кормчим для государственного корабля, сколь бы компетентным он ни казался по меркам Платона, придумавшего обоих: как кормчего, так и корабль.

Хотя право решающего голоса по всем вопросам политики было присвоено Пифагору, несправедливо заклеймить братство как диктаторский режим. В действительности организация строилась куда сложнее. Братья (и сестры), что правда, то правда, признавали только один авторитет и одного учителя – Пифагора. Все их открытия добровольно приписывались ему. По этой причине в царстве разума он был для них деспотом. Научные

или иные, не связанные с личностями споры среди членов общества разрешались неизменно с поразительной окончательностью ссылкой на вердикт: «Он так сказал» – «Ipse dixit».

Но интеллектуальный абсолютизм не перекочевал в теорию и практику управления Пифагора. Уверенные в своем превосходстве, пифагорейцы негодовали на любое проявление превосходства над ними. Как тайно, так и явно они противостояли тиранам, где бы они их ни встречали. Породившая их организация в Кротоне стала тренировочным центром по политическому саботажу, чье пламенное желание, согласно бесспорному учению мудреца, вело их на попрание всех абсолютных правителей на земле или на море. И практически везде они, став миссионерами, создавали тайные общества по образу и подобию своей великой штаб-квартиры в Кротоне. В политическом плане эти маленькие островки аристократии в надвигающемся приливе демократии были разрушительны для общего благоденствия и в конце концов фатальны для самого пифагорейского братства.

Возникающие в результате политические беспорядки, следовавшие за этими миссионерами, куда бы они ни добрались, опрокидывали с трона одного тирана за другим, что вполне могло расцениваться как давно наметившийся и неизбежный всплеск демократических перемен. Но это будет выстраиванием последовательности причины и следствия за пределами точки переворота, если мы станем записывать пифагорейцев, ответственных за эти всплески народного гнева, в поборники демократии для всего человечества. Несгибаемые пифагорейцы никогда не любили и ненавидели большинство своих современников, по той простой причине, что ничего о них не знали. Не зная ничего, кроме собственной суровой исключительности, прожив жизнь, не ведая ни торговли, ни продуктивного физического труда, они были чужими и занимались самообманом, эти эгоцентричные фанаты чистой мысли. Полное игнорирование общества, за счет которого существовали, и уход в теорию были основанием для ничегонеделания пифагорейцев. В то время как философствующие математики спорили в своем кругу об абстрактных проблемах Единицы и Многого, Килон и другие, такие же как он, готовили грубо практическое решение человеческих проблем большинства против меньшинства.

Все это вошло в приговор, вынесенный историей пифагорейскому братству. По наивысшей оценке организация являлась примером дисциплинированной интеллектуальной аристократии, посвятившей себя поискам беспристрастных научных знаний и содействию справедливому управлению государством. Их научные знания касались преимущественно математики и астрономии, из которых едва ли не большая часть были мистическими или иносказательными. Теория управления базировалась на рабстве и признании природного низшего положения масс. Рабство признавалось естественной потребностью и Божьим промыслом, а неполноценность масс воспринималась как общепризнанный факт. И как всегда в аристократическом ли, в демократическом ли обществе справедливость была превыше всего. По сути, братство представляло собой самоизбранную и самовоспроизводимую, замкнутую на себе группировку хладнокровных аристократов, нацеленных на сохранение своих особых привилегий путем эксплуатации соотечественников.

Ничего неожиданного нет и в изрядном количестве описаний братства, если можно довериться множеству противоречивых свидетелей. Пифагорейцы не были обществом мудрых альтруистов, лишенных человеческих недостатков и присягнувших поиску истины и справедливости, ни себялюбивой самодовольной кликой безразличных ко всему, кроме знаний, снобов. Их взлеты и падения соответствуют времени, в котором они жили, и вполне разумно сомневаться, могли ли они как ограниченные люди сделать что-то лучше, чем они сделали, когда под рукой был неуправляемый материал. Мы еще вернемся к некоторым их достижениям. Чтобы подвести итог обсуждению братства пифагорейцев, необходимо запомнить один из их основных просчетов (если он таковым был), доживший до наших дней.

Ошибка пифагорейцев относилась к числу тех, на которые любое самодостаточное сообщество «избранных» вполне способно практически в любом обществе. Ошибка эта видна в сравнении, которым сам Пифагор осветил свою философию жизни. Его духовные

последователи в естествознании, математике и философии расценивают это сравнение как самое яркое высказывание их учителя. Сравнивая все человечество с гостями и участниками Олимпийских игр, Пифагор говорил: «Люди делятся на три группы: низшую, которая прибыла на игры, чтобы продавать и покупать, более высокую, которая участвует в самих играх, и высшую, которая прибыла посмотреть на происходящее. Так оно и в жизни. И наиболее очистительным из всех видов очищения от неприятного запаха многих тел является очищение знанием во имя знания. Только равнодушный философ, человек, любящий мудрость ради мудрости, полностью свободен от вращения Колеса жизни. Душа может быть очищена от проявлений зла только чистым знанием, которое является чистой наукой, и, только бескорыстно следуя этим, не приносящим прибыли знаниям, душа может избежать невзгод успешных инкарнаций. Самоубийство не поможет, поскольку повлечет самое жестокое из наказаний. Чистая теория чисел предлагает быстрейший исход из жизни. Это наименее корыстная из всех форм человеческого знания».

Высокое и благородное звучание этих слов эхом отозвалось спустя двадцать пять веков после того, как Пифагор впервые возвестил о божественности науки во имя самой науки. Считалось вполне морально, когда рабы выполняли всю необходимую работу, чтобы освободить философа, чтобы он мог освободить свою душу. Оставим это в прошлом. Небольшое умозаключение, ведущее к глубоким выводам: жизнь – это зло, от которого хорошее и разумное должно отказываться, наука есть просто безобидное болеутоляющее, чтобы притупить боль от жизни, и оно тем эффективнее, чем оно бесполезнее.

Восточный пессимизм во взгляде пифагорейцев на жизнь был уже достаточно древним, когда братство взяло его на вооружение как свой собственный. Правильная жизнь становилась последней, попавшей под Колесо судьбы, и не являлась жизнью, а скорее сплошным угасанием и вечным забытьем. Наиболее депрессивная черта данной философии – порицание успешных реинкарнаций – в более или менее деградированных формах сохранилась, как видим, даже в высокоидеализированной вечности Платона. Безнадежный пессимизм с соответствующим уходом от жизни, поскольку ее должны прожить все, кроме кучки безгрешных и неотзывчивых, прошествовал сквозь Средние века, инфильтруясь оттуда в многочисленные верования и культы современности.

Кажется удивительным, что пифагорейцы пропагандировали эту частную форму негуманности, жизни без жизни. Они жили окруженные тайной и так, как хотели, и практически до конца своей исключительной и малочисленной аристократии не имея никакого глубинного опыта физических страданий. Сам же Пифагор, возможно, и был свидетелем страданий и жестокости, передвигаясь по Азии. Если так, он вполне мог прийти к заключению, что жизнь – это такое времяпрепровождение, на которое нужно тратиться как можно меньше. Поэтому вовсе неудивительно, что пифагорейцы и их последователи считали лучшей из всех возможностей в жизни – заниматься вычленением наичистейшей из чистой математики.

Что же касается жертвенного служения науке во имя самой науки, мнения поляризовались, в основном среди математиков. Идеи пифагорейцев часто менялись, особенно в России после Первой мировой войны. Пророкам нового порядка казалось, что высшим оправданием науки станет скорее достижение всеобщего блага для человечества, нежели преумножение знаний во имя преумножения.

Практическое желание культивировать так называемую чистую науку не вызывает вопросов. Со времен Древнего Египта и Вавилона вплоть до наших дней было продемонстрировано, что прикладная наука шагает вперед, но медленно или совсем не продвигаясь, если чистая наука заброшена. Это довод, вызывающий сомнения. Была ли права аристократия Пифагора, ставя себе целью создание своей математики, скажем прекрасной и непрактичной, насколько это возможно, чтобы та, другая математика могла развиваться так быстро, как это только возможно? Или правы пролетарские ученые в стремлении к общему совершенствованию всей расы, какие бы неуклюжие формы математики ни возникали в этом процессе? Без определения общих приемлемых стандартов

по значимости в подобных делах вопросы могут остаться без ответа. Но исторические последствия пифагорейского «числа во имя чисел» настолько ясны, насколько и важны.

Вид каждодневной арифметики, который использовали в Греции, назывался логистическим. От Пифагора до Платона и после Платона до конца великого периода греческой математики логистическая арифметика, если вообще замечалась квалифицированными математикам, использовалась ими с презрительным или пренебрежительным безразличием. Она была рассчитана на рабов, которые занимались счетоводством. Соответственно, греческая азбучная система написания чисел, так по-детски наивная, что описывать ее – пустая трата времени, оставалась практически без изменений. Изменения, если они и вносились, отражались на способе исчисления, что, по мнению одного компетентного историка и сочувствующего критика греческой математики, убого и мерзопакостно.

Бесполезный вид арифметики, имевший отношение к свойствам самих чисел при полном отсутствии мысли о применении как в науке, так и в каждодневной жизни, именовался арифметикой (Arithmetike). Этот вид культивировался пифагорейцами и их последователями (иногда даже получались шедевры) вплоть до конца греческого периода в математике. Арифметика неизменно трактовалась как дисциплина, заслуживающая изучения всеми достойными гражданами и управленцами. Мистика чисел, зачастую превращавшаяся в крайне бессмысленную пародию на разумность, признавалась и пользовалась уважением у пифагорейцев и их последователей в области философии. Если вспомнить социальный статус братства пифагорейцев и их мистическое мировоззрение, возникновение подобного специфического разделения арифметики на уважаемую и неуважаемую легко можно было бы ожидать.

К счастью для прогресса цивилизации в целом, со временем стало не стыдно и даже престижно для чистого математика занимать себя улучшениями в приземленной, хотя и полезной технике вычислений, поскольку, в конце концов, это по сути является чистой математикой. Математики-пифагорейцы сегодня проводят черту между уважаемой и неуважаемой математикой чуть повыше электротехники и пониже теории относительности. Как и при жизни Пифагора, духовные последователи ученого тем выше оценивают математические дисциплины, чем дальше им удалось отстраниться от практического применения. Хотя даже элементарных знаний по истории математики вполне достаточно, чтобы научить любого, способного выучить хоть что-нибудь, тому, что во многом наиболее красивая и наименее полезная математика выросла непосредственно из прикладной математики.

В годы жизни в Кротоне Пифагор уделял внимание не только гармонии и таинству чисел. И настоящим аскетом он не был, таким ему следовало бы быть, если бы он по-настоящему верил во все свои учения. Проживая под одной крышей с Теано, ученому надо было бы обладать качествами сверхчеловека, чтобы оставаться равнодушным к исключительным прелестям девушки. Таково наиболее материалистическое объяснение этой романтической истории. Но верные ученики учителя предпочитали версию возвышенную и красивую, в которой женитьба Пифагора представлена как акт человеколюбия и самопожертвования с его стороны.

Дочь Милона была не просто красива, согласно легенде, она была также необыкновенно умна. Ее без труда удалось принять в высший круг слушателей, в котором она вскоре показала себя самой внимательной ученицей. Ей, если верить преданию, приписывают авторство единственной биографии Пифагора, написанной той, кто знал его живым человеком из плоти и крови. К сожалению, эта работа была рано утрачена, хотя ссылки на это предполагаемое авторитетное произведение сохранились. Рассказ Теано об ученом, как говорят, инспирированный его ближайшими последователями, включает и его учения, и описание его частной жизни.

В течение многих лет, прежде чем она наконец уступила безнадежной страсти и призналась в любви к своему учителю, Теано оставалась его любимой ученицей. Пифагор,

согласно легенде, был настолько глубоко погружен в числа и мистицизм, что был потрясен, удивлен и обрадован, когда Теано объяснила ему, что не может больше себя мучить и готова умереть от страсти без взаимности. Отвечая на настойчивые вопросы учителя, она в итоге сдалась и открыла имя человека, о чьей любви она страстно тоскует, но чувствует недостойной такого счастья. Предметом страсти оказался Пифагор. Чтобы спасти ее психику, если не ее жизнь, Пифагор пожертвовал своим аскетизмом и женился на ней. Объяснение в любви Теано состоялось в гроте Прозерпины, крайне неподходящем месте для любовного свидания, учитывая ассоциации по греческой мифологии. Но именно там Теано отыскала учителя, которого обожала. Там же, в гроте Прозерпины, Пифагор предавался мучительным раздумьям в последний раз.

Несмотря на значительную разницу в возрасте, некоторые источники свидетельствуют, что Пифагор и Теано были счастливы в браке почти сорок лет. Утверждают, хотя доподлинно неизвестно, что Теано родила Пифагору двоих сыновей и дочь. Говорят, что один из сыновей был учителем Эмпедокла, который преуспевал в 450 году до н. э., а сын оставил Эмпедоклу все тайны, которые сохранились у Теано от мужа. Возможно, в этом есть некая толика истины, поскольку Эмпедокл снискал легендарную репутацию как чудотворец, второй после Пифагора. Эмпедокл жил позже Пифагора, по этой причине многие из его учений лишь немного отличаются от тех, что приписывают самому мудрецу. Некоторые из них будут рассмотрены позднее. Хотя Эмпедокл не был фанатиком чисел, его философию можно назвать связующим звеном между нумерологией Пифагора и заключительным очищением в идеальных числах Платона. Более спорные источники делают Эмпедокла личным учеником Пифагора. Хотя и маловероятно, но непосредственный контакт между ним и ученым вполне возможен по времени. Как бы то ни было, Эмпедокл передал философию Пифагора другим, а они передали ее Платону.

Годы мира быстро истекли. Миссионеры братства распространяли свои идеи эффективнее, чем ожидалось: повсюду в греческом мире пробуждалась демократия. По любопытной иронии именно акт гуманного благородства со стороны Пифагора низверг несчастья на братство и, что наиболее важно, предопределил его же падение.

Обедневшая колония в Южной Италии Сибарис прошла через политические беспорядки незадолго до сурового Кротона. Значительная часть верхнего слоя общества спонтанно, без подготовки выступила против тирана. Тиран, будучи сильнее, выиграл противостояние. Пять сотен сибаритов, элита вырождающейся аристократии, в панике молила правительство Кротона дать им прибежище. Смерть шла за ними по пятам, говорили они, и действительно они не сильно ошибались. Пифагор созвал совет и представил ему спешное обращение беженцев. Опасаясь за свою жизнь, аристократы из совета отвергли мольбы своих братьев и сестер из-за границы. Предоставление приюта отверженным привело бы к неудовольствию демократов Сибариса. Затем Пифагор изложил свое видение проблемы. Переиграв совет, он пригласил беженцев. Те не стали медлить. Демократическая партия Сибариса, теперь утвердившаяся, требовала, чтобы Кротон выдал беженцев. Кротон, благодаря усилиям Пифагора, отказался, и Сибарис тут же объявил войну Кротону. Стремительно и с воодушевлением Кротон принял высокомерный вызов.

Милон уже был готов. Лично возглавив свое дисциплинированное войско, он направился к столице неприятеля.

Его послушные молодые бойцы превосходили обрюзгших сибаритов, изрубили их негодных бойцов, их стариков, их детей и их женщин, за исключением нескольких заклейменных (буквально) на рабство. Затем они разрушили все дома и хозяйственные постройки, что попадались под руку, а после нескольких месяцев тяжелого «труда» перешли реку Кратид, чтобы стереть все с лица земли. Этот опустошительный блиц в классической манере стал возможен только потому, что уничтоженные сибариты когда-то научили жителей Кротона простым ценностям воздержания и повиновения. Их поражение от рук невольных учеников продемонстрировало, насколько хорошо они их учили. Они получили сполна за свои педагогические труды.

После победы пришла головная боль. Жители Кротона оказались перед обычной для победителей проблемой: неизбежным дележом трофеев. Милон захватил все земли, ранее поддерживавшие достаток правящего класса в Сибарисе. Кому они теперь принадлежали: аристократичному братству Пифагора или демократической толпе? Проливавшие кровь начали выступать за поощрение. Их рупором стал Килон – лидер демократической партии Кротона. И Килон, со своей стороны, увидел в требованиях толпы вернуть землю возможность, о которой мечтал все ужасные двадцать лет, с тех пор как был изгнан братством, – схлестнуться с самим «надутым старым снобом и благочестивым притворщиком Пифагором». Так он именовал ученого за акустические эффекты. Как всегда безмятежный, Пифагор не придал значения ропоту и протестам. Пусть простонародье кричит и вопит, все сущее по-прежнему еще число. Он и его братья-математики продолжали спокойно работать, отыскивая тайну мироздания. Не догадываясь, что их мир спокойствия и хладнокровия, которое они так холили, разбился вдребезги и исчез, пока братья продолжали доказывать, что Земля есть чистая и безупречная нота в небесной гармонии сфер.

Глава 13
Преобразованная мифология

Самое время вкратце упомянуть те реальные результаты учения братства пифагорейцев, прежде чем перейти к рассмотрению нескольких любопытных и более важных деталей, которые повлияли на рациональную мысль на многие (возможно, слишком даже многие) столетия.

Перед тем как пифагорейцы решили, что они свели всё до чисел, мифология вселенной была в значительной степени антропоморфической. Для объяснения бурь и гроз понадобилось одушевить ветер, гром, молнии и все природные явления. Своей универсальной арифметикой природы пифагорейцы отмели прочь все эти ранние персонификации, заменив их на «удлиненные тени людей» как правителей вселенской чисто абстрактной математической фикции. Задача осталась неизменной: дать рациональную картину мира, каким он видится людям. Боги обслуживали эту цель достаточно хорошо, пока рационалисты, подобные Фалесу, Анаксимандру и Пифагору, не предположили, что безличное основание, в отличие от божественного начала, может отображать суть природы намного более эффективно.

Целью нового истолкования не было упразднение старого. За бессмертными богами в полном объеме оставили все их права и привилегии, включая поклонение им со стороны тех, кто все так же продолжал верить в их существование. И хотя рационалистов часто преследовали, а порой и убивали слишком рьяных верующих, искренне сомневались в существовании богов. Совсем как некоторые современные ученые и математики, многие из рационалистов, похоже, совмещали веру в естественное и сверхъестественное.

Таким образом, рационалисты отличались от более ортодоксальных ученых только умеренной ересью, заключавшейся в утверждении, что природу можно понять через символы менее примитивные, чем антропоморфические божества. Позже они продолжили разрабатывать собственные символические представления о природе. И это тоже была мифология. Когда Фалес утверждал, что «всё есть вода», он был таким же мифотворителем, как тот безымянный индус, который спасал Землю, взгромоздив ее на спину черепахи, пока боги вспенивали океаны. Но с появлением пифагорейцев мифы о природе начали претерпевать радикальную перемену. Они стали постепенно терять личностную составляющую и становились все более и более абстрактными. Приблизительно два с половиной столетия эфемеризации неизбежно достигли своего кульминационного момента в неуловимых идеальных числах, в которых Платон попытался воплотить свои вечные идеи. Эти числа тогда стали окончательной действительностью и окончательной сущностью всего бытия. Дальше абстракции развиваться было некуда. И так же, как их предки убедили себя, что они объяснили всё раз и навсегда, измыслив бессмертных богов, так и Пифагор, и

Платон полагали, что они достигли завершенности в своих изысканных мифах.

Эти два мастера мифотворчества определили последующее развитие умозрительных толкований природы физической вселенной. Приблизительно двадцать столетий потребовалось более научно ориентированным пифагорейцам, чтобы в конце концов эволюционировать в классических математических физиков в практичной, рассчитанной на здравый смысл традиции Галилея и Ньютона. Почти ни одному из этих деятельных ремесленников никогда не приходило в голову поинтересоваться, какое значение в вероятной теории знания значит их труд.

Тем временем строго математические пифагорейцы, последователи Платона развились в классических чистых математиков, большая часть которых осталась верной их фундаментальному кредо, что числа были открыты, а не изобретены. Они также приравнивали к божествам законы классической логики и геометрические теоремы.

Общедоступная арифметика и геометрия для платоновского математика сегодня, как и двадцать три столетия назад, являются несовершенной версией идеальной арифметики и идеальной геометрии, которые существуют за пределами человеческих возможностей, они совершенны и бесконечны в царстве вечных идей, навсегда недосягаемые для человеческого познания. Чем могут напоминать земная арифметика и геометрия небесную арифметику и геометрию? Они всего лишь нечеткое отображение Истины, которое ни один математик не станет созерцать. Все же перспектива не полностью обескураживающая. Самоотверженной преданностью поиску чистого знания душа математика сама по себе очищается до такой степени, что в ней, как в зеркале отполированного серебра, арифметика и геометрия проявляются в мимолетных проблесках, как Арифметика и Геометрия. Только когда душа математика полностью свободна от тела, она способна отражать Арифметику и Геометрию ясно и безупречно.

Примерно в 1920 году несколько потомков научного крыла пифагорейцев присоединились к своим братьям-платонистам в области бестелесных идей. Пока теория относительности (1915) не вдохновила последователей Галилея и Ньютона уточнить, сколько же точно «законов природы» были добавлены в научное знание их собственными методами наблюдения и эксперимента и сколько было присуще природе, независимо от всех наблюдателей и экспериментаторов, большинство полагало, что они описывали природу «как она есть». Меньшая часть стала сомневаться. Были ли, в конце концов, «законы природы» естественны, или были они просто тривиальным следствием процесса рассуждения обыкновенных нормальных людей? Теория относительности выдвинула особенно неожиданные прогнозы, впоследствии проверенные наблюдением, вполне математическим рассуждением, применимым к трюизмам, которые оказались (после того как на них обратили внимание) необходимыми для любого последовательного размышления относительно физической вселенной.

К 1940 году все сущее в который раз начало сгущаться в числах, но менее исступленно, чем в пифагорейской научной мифологии. Двадцать пять сотен лет назад хватило и четверти века, чтобы свести все мироздание, каким оно тогда представлялось, к арифметике. Равный промежуток по времени, с 1915 до 1940 года, ознаменовался лишь появлением нумерологии одной науки – физической. В сравнении с тем, что выполнили древние пифагорейцы, достижения их современных соперников являются пока еще несколько скудными, хотя несомненно чреватыми безграничными возможностями. Если мы будем относиться к старому без предрассудков, это поможет нам оценить новое по достоинству.

Поскольку Эмпедокл сыграл важную роль в передаче нумерологии Пифагора Платону, мы можем поставить его на первое место с точки зрения вклада в развитие физики как науки в Греции, хотя это лишь слегка передвинет его вперед, в сравнении с его местом по хронологии. Мы упомянули, что Эмпедокл (пик его известности приходится на 450 год до н. э.), возможно, был учеником Пифагора. Был ли он знаком с Пифагором или нет, на словах (даже если не всегда на деле) он был убежденным пифагорейцем. Вряд ли у кого-то есть сомнения, что Эмпедокл был слегка не от мира сего. Будучи сыном очень богатого человека,

он унаследовал состояние, намного превышавшее его способность к расточительству, даже с учетом несколько затратных вкусов. Но для Эмпедокла не стояла проблема, как распорядиться чрезмерным состоянием. Чтобы избавить себя от бремени, будущий философ придумал, наверное, самую причудливую в истории схему избавления от нежелательного богатства. В своем родном Акрагане (позже названном Агригент) он находил бедных, но очаровательных девушек, навязывал им приданое и затем выдавал замуж за нищих сыновей лучших аристократических семейств в городе. Поскольку сам Эмпедокл так никогда и не женился, возможно, для него это было своего рода сардонической шуткой. Или он был пионером евгеники.

В умении произвести эффект, демонстрировать достоинство, если не сказать напыщенность, Эмпедокл превосходил даже своего учителя Пифагора. Принадлежа к верхушке знати, если не к тирании, философ показывал свое презрение к тиранам, облачаясь в яркие пурпурные одежды. И дерзко украшал грудь золотой цепью, а голову – венком из золотых листьев. И, намекая, что без труда уладит любой спор, если таковой возникнет, Эмпедокл содержал свиту бо_льшую (и лучше накормленную), нежели любой тиран в состоянии был себе позволить. И все это, вкупе с умом и ярким ораторским мастерством, он предоставил в распоряжение своих подавленных и угнетаемых соотечественников-крестьян, при этом он вовсе не был демократом. При всей своей серьезности Эмпедокл, видимо, обладал чувством юмора, граничащим с сарказмом. Когда его демократические приверженцы свергли олигархию в Акрагане и упрашивали Эмпедокла стать их королем, он высмеял их полную благих намерений глупость и остался самим собой, таким же непокорным упрямцем.

Проповедуя учение Пифагора, Эмпедокл особенно подчеркивал значение культа здоровья братства пифагорейцев и сам демонстрировал чудеса исцеления, которые современная медицина не смогла повторить. Рассказывают, что, превосходя юного Давида, он постоянно вылечивал безумие с помощью музыки. Он также воскресил женщину, которая тридцать дней оставалась без всяких признаков жизни. Возможно, тут присутствует некоторое преувеличение и пациентка находилась в глубокой коме. Но еще один рассказ, даже если этого никогда и не случалось, является замечательным, уже как одно желаемое ожидание современного состояния санитарии. Эмпедоклу приписывается, что он избавил некий город от малярии, иссушив окружавшие его болота. Как инженер он превзошел достижения Фалеса, обеспечив свой изнывающий от жары и влажности город свежим воздухом, прорыв туннель в горах, чтобы пропустить в город потоки прохладного северного ветра. Медицина и инженерное дело относились к числу наиболее популярных из многочисленных заслуг Эмпедокла. Хотя его слава зиждется в основном на его философии, Эмпедокл заслуживает внимание и как поэт. Есть предположение (хотя и весьма сомнительное), что он написал знаменитые «Золотые стихи» пифагорейцев.

Такой человек в V столетии до н. э. неизбежно должен был восприниматься божеством, и история утверждает, что Эмпедокл не отвергал подобное признание своих талантов. Восторженные толпы следовали за ним повсюду, куда бы он ни направился, измышляя чудеса для своего бога, когда таковых не предвиделось. Если ветер изменился с северного на северо-восточный, это Эмпедокл повелел так; если дождь прекращался, то Эмпедокл приказал сиять солнцу; если день стоял душный, он вызывал спасительный ливень. Отменная репутация, которую тяжело поддерживать.

Легенда гласит, что Эмпедокл и сам постепенно поверил своим почитателям. Чтобы доказать свое божественное происхождение, он прыгнул в пылающий кратер вулкана Этна. По версии викторианца Мэтью Арнолда, эта классическая легенда повествует о самоубийстве Эмпедокла, совершенном в здравом уме, чтобы избежать бессмысленной лести постоянно сопровождавшей его толпы. Подобно детям в цирке, толпа требовала все новых трюков и громко и настойчиво вызывала исполнителя в роскошных пурпурных одеяниях, когда случалось затишье в излечении больных или укрощении ветров. Эмпедокла же больше интересовало научить их властвовать над желаниями и аппетитами и ценить «четвертый

элемент», выведенный в его философских трудах. Потерпев неудачу в этом, он покончил с собой. Одну из его медных сандалий впоследствии нашли после извержения вулкана. Для непостоянных поклонников это послужило окончательным доказательством, что, хотя Эмпедокл и был подобен божеству, все же он не был богом. Менее правдоподобные легенды живописуют, как Эмпедокл возносится на Олимп в пламени славы, которое извергается из вулкана. Еще одна легенда дает более трогательное описание одиноко умирающего в изгнании философа, выдворенного из Акрагана политическими врагами. Толпы его поклонников не последовали за ним в изгнание. Как и в случае с Пифагором, мы вольны выбирать.

Эмпедокл почитаем в истории научной нумерологии за его исследование числа четыре. Ему приписывается теория о четырех элементах – земля, воздух, огонь, вода, – которая в науке Аристотеля пережила слишком много столетий. Эти четыре элемента все еще часто попадают на страницы литературных трудов. Еще не так давно их упоминали, когда надо было похвалить гармоничного и уравновешенного человека: «Элементы [были] так [перемешаны] в нем, что мать-природа могла бы встать и сказать на весь мир: «Вот это был человек!» Сегодня подобное восхваление было бы просто смешно. Представьте этакий микс из всех элементов от водорода до трансурановых элементов! Но во времена Шекспира было почти научно или, по крайней мере, не смешно, когда в человеке в равных пропорциях перемешивались земля, воздух, огонь и вода. Это была наводящая на размышления метафора, богатая научными ассоциациями двух тысяч лет закостенелой древнегреческой химии и космогонии, вызывающая воспоминания об астрономической арифметике Платона.

Так глубоко Эмпедокл укоренил четыре в качестве метафизического числа материи, что потребовалось трудиться более двадцати столетий, три из которых уже пребывали во власти современной экспериментальной науки, чтобы выкорчевать это число из человеческого сознания. Никакое число во всей нумерологии не имело более длинной или более губительной для науки псевдонаучной карьеры, чем это химическое число четыре пифагорейцев. Показная простота привлекала к нему философов от Эмпедокла до Платона, и дальше оно передавалось из поколения в поколение учеников-начетчиков.

Хотя традиционно четыре элемента приписаны Эмпедоклу, возможно, они не являлись целиком его единоличным изобретением. Поскольку сейчас уже невозможно определить, за какой специфический вклад Эмпедокл, преданный и эрудированный пифагореец, был однозначно лично ответствен, а какие являлись плодом коллективного творчества братства. Не находясь под прямой опекой Пифагора, Эмпедокл, однако, не был обязан штамповать всю свою философию печатью учителя: «Сам сказал это».

Некоторые детали, как известно, затем перекочевали, правда в несколько измененной форме, в научные труды Платона, который аналогично не считал нужным приписывать их исключительно братству. Но все же тот и другой часть своих наиболее замечательных научных высказываний вложили в уста пифагорейцев.

Начнем с все формирующего числа четыре. Согласно Эмпедоклу, вначале был хаос, из которого выделился таинственный «эфир». Затем последовали огонь и земля. Затем движение начальной массы произвело воду и воздух. Огонь, воздействующий божественной алхимией на воздух, кристаллизовался из небесной сферы неподвижных звезд. Звезды уже были извлечены, как искры (или кольца?), из эфира; реакция с воздухом накрепко утыкала ими самую дальнюю из небесных сфер. Там они так и увязли в неподвижности вплоть до XVIII столетия, когда разносторонне образованный друг Ньютона Галлей благодаря точным наблюдениям обнаружил, что некоторые звезды определенно движутся. Это всего лишь один случай из многих, когда применение сделанного руками человека искусственного научного прибора, в данном случае телескопа, уничтожило теорию, построенную на недостаточных или неправильно истолкованных данных.

Эмпедокл дал дополнительные определения элементной астрофизики, но только одна из них оказалась справедливым предположением: что солнце есть огонь. Он и понятия не имел, насколько дьявольски горяч этот огонь. Впрочем, как и никто из астрофизиков XIX и

раннего XX столетия. Предстояло еще появиться многим идеям в физике, прежде чем стала возможной разумная догадка.

Еще одно утверждение философа стоит вспомнить из-за его любопытного сходства с выдающимся предположением релятивистской космологии Эйнштейна. Звездная вселенная, по Эмпедоклу, не подвешена в бесконечной пустоте, но ограничена на очень большом расстоянии обширной массой инертного вещества. В теории вселенной, выведенной из общей теории относительности, требуется понять

смысл признанной космологической математики. Это достигается благодаря теоретическому допущению «горизонта масс» в «бесконечности», по существу чистая придумка Эмпедокла без всякого обращения к математике. Нумерология пифагорейцев изобилует образчиками этого потрясающего предчувствия современных гипотез. Возможно, только нумеролог готов видеть в них больше, чем случайные исторические каламбуры. Чтобы осовременить сказанное, следует отметить, что горизонт масс был заброшен большинством компетентных нумерологов в бесконечность. Туда, где для человека неосуществимо наблюдение.

Еще особо интересно отметить, как легко пифагорейцы и многие их преемники плавно переползали от науки к богословию или от богословия к науке. До недавнего времени космология, которая не включала теизм, просто не считалась наукой.

Объясняя свои четыре элемента, Эмпедокл первым придумал рой бесконечно малых атомов, одинаковых и шаровидных. Почему шаровидных? Поскольку Пифагор утверждал, что из всех твердых тел безупречен только шар, так же как окружность – единственная совершенная кривая, и божественное начало одобряет только совершенство при создании.

Здесь мы обращаем внимание на еще один из этих любопытных исторических каламбуров. «Бильярдный шар» атома Далтона (1766–1844) верно и успешно служил химии до начала XX столетия. Сферические атомы Эмпедокл наделил любовью и ненавистью, или, как сказал бы хороший далтонианец, исключительной химической близостью. (Атомная любовь и ненависть – строгие нумерологические выводы отношения 2 = 1 + 1, 4 = 2 + 2, из которого любой пифагореец мог легко получить их. Возможно, Эмпедокл и получил их по этому принципу. Доказательство можно оставить тем, кому интересно проявить изобретательность. Это не должно составить трудности, после просмотра некоторых примеров в следующей главе.)

Если все атомы были одинаковы, как они порождали четыре отличных друг от друга элемента? Движением. А что вызывало движение? Божественный огонь, или Вечный разум.

Толкотня атомов пробуждала их дремлющие чувства любви и ненависти в различной степени интенсивности, это приводило к тому, что отдельные атомы в разных количествах либо сцеплялись вместе, либо отталкивались друг от друга. Притяжение и отталкивание были так правильно сбалансированы, что все первичные атомы, слипаясь, образовали ровно четыре элемента. Если данное умозаключение туманно, его можно прояснить комментарием, что в теории полезности пифагорейцев число четыре означает справедливость.

В одной стадии существования доминирующей может быть элементная любовь, в другой – ненависть. Когда любовь господствует, элементы и материальные субстанции, составленные из них, устойчивы, длительны и выносливы; когда же ненависть сильнее, следует распад. Сами атомы неразрушимы и вечны, их существование во времени не имело ни начала, ни конца. Все бесконечное разнообразие материальных вещей – всего лишь проявление любви и ненависти и поэтому в конечном счете самодвижущийся Божественный разум.

Даже человеческая душа включена в великий синтез. Она состоит из двух (2 = 1 + 1) частей; чувствительная часть, сформированная таким же образом, как элементы, и мыслительная часть, эманация Души Вселенной. Разумная часть души не свободна в течение жизни тела, но закрыта в этой элементной тюрьме, дабы искупить грехи ее предыдущих воплощений. Порочная, греховная жизнь обрекает эту разумную часть провести ее следующее пребывание на земле в теле отвратительного животного или даже в больном

дереве или ядовитом бурьяне. В этом пункте имеется зловещий намек на вечное наказание, на вечный и неизменный «закон потребности». Казалось бы, если душа предопределенно или «обреченно» никогда не способна достичь завершающего очищения и тем самым пройти необходимую предварительную подготовку к перепоглощению в Душу Вселенной, она никогда не сможет надеяться избежать Колеса рождения и смерти. Чтобы завершить этот краткий экскурс по теории четырех элементов, вспомним еще один из тех случайных исторических каламбуров. В 70-х годах XVIII столетия шотландский физик Питер Гатри Тэт (1831–1901) рассуждал, что, поскольку все атомы по форме и движениям одинаковы, они не могут быть результатом случайности, а должны быть «изготовлены». Тэт жил в век машинного производства однородных предметов потребления. Следовательно, по всей вероятности, существовал некий интеллектуальный изготовитель и, соответственно, какая-то высшая причина, контролирующая создание и непрерывное существование вселенной. Далтоновские атомы – бильярдные шары, на которых Тэт основывался по образцу Эмпедокла, – показали себя неадекватными физике XX столетия. Они были заброшены, когда стало необходимо признавать, что атомы не являются ни шарообразными, ни одинаковыми.

Эта революция в атомной физике не означала признание божественного начала в работах Тэта ложным. Она просто иллюстрировала исторические факты, что мудрость может быть достигнута многими дорожками и что наука и миф одной эпохи в другую эпоху легко меняются местами.

Как дань уважения к величественному пифагорейцу, мы вспомним на прощание, что Эмпедокл был отцом всеобъемлющей теории органической эволюции. Согласно этой теории, растения первыми появились из безжизненной земли. Затем появились животные, но частями, где-то конечности, в другом месте головы, и были объединены силой притяжения любви. Естественно, в процессе появилось много чудовищ, но, к счастью, не многие из них выжили. Затем следовали мужчины и женщины, под давлением огня внутри земли выталкиваемые на поверхность в виде бесформенных глыб или комьев вещества. Глыбы эти, застывая, приобретали форму частей тел и собирались в единое целое, как и в случае с животными. Поскольку до сих пор неизвестно, как жизнь приобрела ее нынешнее состояние, мы не должны быть слишком строги к мифу, который удовлетворял Эмпедокла и, с незначительными видоизменениями, его преемников пифагорейцев. Это была последовательная попытка дать рациональное объяснение происхождению живых существ; и, если кто-нибудь когда-нибудь все же сделал больше, он не опубликовал результатов своих исследований. Попутно нужно упомянуть, что целые экспозиции с цветными картинами, иллюстрирующими теорию развития Эмпедокла, до сих пор часто используют цирки для явно благодарных зрителей. Не вся биология Эмпедокла была столь же причудлива. Ему делают честь некоторые прозорливые наблюдения в физиологии. Но поскольку они ни в коей мере не связаны ни с математикой, ни даже с нумерологией, мы опускаем их.

Однако есть одна деталь, которая имеет особую важность для последующего повествования, особенно в связи с высокой оценкой Платона в деле обучения математическим рассуждениям в качестве подготовки к постижению вечных истин. Только разум (лучшая половина души) выявляет истинную суть чего бы то ни было. Чувственной половине нельзя доверять, она склонна ошибаться, иллюзиями вводя в заблуждение разум. В любом случае это восходит к главному кредо пифагорейцев, как древних, так и современных: опирайся на чистый разум скорее, чем на наблюдение и научные опыты.

Глава 14
Космос как число

В последние месяцы своего пребывания в Кротоне пифагорейцы продолжали искать решение для описания мироздания, сохраняя безразличие ко все нарастающей буре народного негодования, направленного против секретности и исключительности. Не

обращая внимания на Килона и его демократически настроенных бунтовщиков,

братство продолжало разрабатывать свою неземную теорию, словно впереди была целая вечность, не осознавая, что в их распоряжении осталось всего несколько недель, чтобы завершить решение задачи. Возможно, они проявили мудрость и тут. Все, что они успели закончить и передать своим интеллектуальным последователям, оказалось менее ярким и побуждающим к мысли, чем бездна беспорядочных, причудливых умозрительных построений, которые они оставили на полпути. Родственные им души все еще продолжают искать вдохновение в незавершенных делах пифагорейцев. Другие же предаются сожалению, что Килон и его толпа не сумели добраться до всех колоний, где осели пифагорейцы, чтобы так же истребить их, как они истребили материнскую организацию в Кротоне. Более объективные критики, даже не воспринимающие учения Пифагора, просто перечисляют, что распространяло братство именем разума, и предоставляют возможность фактам говорить самим за себя. Об этом беспристрастно судил Аристотель, живший в 384–322 годах до н. э., всего два с половиной века спустя после Пифагора. Его оценки наиболее исчерпывающие. «Они занимались исключительно математикой, которую они впервые начали развивать. Пифагорейцы додумались до принципов математики, которые оказались аналогичными для других областей знания».

Само по себе это изречение ошеломляет. Но Аристотель, не будучи фанатиком математики и не выказывая своего отношения к предмету, посчитал необходимым остановиться на отдельных деталях.

«Поскольку числа, естественно, стоят выше всего остального, пифагорейцы сделали допущение, что они могут установить более тесные аналогии между числами и предметами, чем между огнем, землей или водой (три элемента из четырех у Эмпедокла) и предметами. Таким образом, справедливость стала одной комбинацией чисел, знания и разум – другой, возможность – третьей и т. д.»

«Опять же, они рассматривали возможность выражения составных частей… музыкального ряда в виде чисел.

Потому что все остальное, казалось, имеет форму чисел, и, поскольку числа в природе, как кажется, предшествуют появлению предметов, они на этом основании пришли к выводу, что природа чисел идентична природе предметов, следовательно, небеса создали число и гармонию».

«Указав на тесные аналогии между числами и астрономическими явлениями и, действительно, между числами и всеми явлениями целого космоса, они выстроили систему в астрономии. Если в системе возникали нестыковки, они прилагали все силы на нахождение связи (между числами и наблюдаемыми явлениями в астрономии). Например, поскольку «десять» казалось им числом совершенства, они утверждали, что существует десять небесных тел (включая сферу «неподвижных» звезд). В видимой части было только девять, они допустили существование десятой – Контр-Земли, чтобы отбалансировать Землю. …они заявили, что число есть прародитель предметов и причина как их материального существования, так и изменений и различных состояний…»

Это до некоторой степени язвительное обобщение всеобъемлющего решения пифагорейцев для описания мира переполнено наполовину скрытыми упоминаниями, что учение следует воспринимать по частям, чтобы раскрыть его треклятую законченность. Дабы быть кратким, нумерологическая нить, связывающая все отдельно существующие части в компактное единое целое, не вызывает сомнений, например 10 = 1 + 2 + 3 + 4. Каждое из чисел 1, 2, 3, 4, 10 в этом базовом отношении совпадения пифагорейской нумерологии имеет не просто одно значение или даже два, а буквально дюжины значений, ни одна пара из которых не имеет между собой ничего общего.

Если сказанное кажется полностью лишенным смысла для создания рациональной системы мира, то можно смягчить грубость любого порицания обращением к аналогии с современной физикой, нам же следует вернуться к естествознанию наших предков. Рассматривая каждый из нескольких прогрессивных научных трудов по разным

направлениям классической физики: механики, теплопроводности, акустики, оптики, электричеству и магнетизму, замечаем, что два и более из них содержат как минимум одну пару практически идентичных равенств. Исключением могут являться буквы, которыми они записаны. Теперь, если конкретное равенство появляется, скажем, как в теории электромагнетизма, так и в теории упругости, данный феномен электромагнетизма может быть описан на языке эластичности, с которым, возможно, мы лучше знакомы. Или если равенства, суммирующие вибрации эластичного твердого тела, появляются в теории света, то можно описать свет как вибрацию гипотетического эластичного материала и назвать этот материал универсальным эфиром. Следуя этой логике, можно даже убедить самих себя в том, что этот эфир существует по-настоящему, как и осязаемый кусок сапожной ваксы. Все это в значительной степени тривиально. Но вера, которая это породила, не является ни тривиальной, ни устаревшей. Она живее и плодороднее в плане новых знаний, чем когда-либо в прошлом, и, как и во времена Пифагора, продолжает предсказывать как проверяемый факт, так и не подлежащий проверке миф. Такая вера – просто убеждение, что возможно до определенной малой степени предсказывать знания и предвидеть будущее материального мира. Древняя магия утверждала, что в состоянии это сделать, но никогда не делала. Менее древняя астрономия достигла значительных успехов. Современная наука имела больше успехов, чем поражений, в своих наиболее успешно развивающихся областях, в частности в физике, астрономии, генетике, и в достижении результатов, как успешных, так и разгромных, математические умозаключения сыграли впечатляющую роль.

Подчас, как в теории относительности, так и в современной квантовой теории, успешные предсказания удивляют даже людей, сделавших их. Когда-то успешность предсказания подтвердило открытие планеты Нептун в 1846 году, ставшее результатом математического анализа орбиты Урана. Математики подсказали астрономам, где искать новую планету, и она была найдена. Событие стало триумфом математики и закона всемирного тяготения Ньютона. Нумерология в теории Пифагора о Солнечной системе предсказала существование Антипода, который, разумеется, нельзя было рассмотреть на небесах и никогда не найти в будущем. Но вера, побудившая на предсказание, была той же, что и в случае с Нептуном. Недавний пример (1918) подобной веры в предсказании столь же ошибочен, как и в случае с Антиподом: красивая и разумная модификация основной теории относительности позволила предсказать, что атомы химических элементов должны обладать схожими характеристиками. Наблюдаемое отсутствие указанных характеристик отнесло предсказание в ту же категорию, как и у Антипода. При наличии подобных параллелей между естествознанием прошлого и естествознанием настоящего, порождающих глубокие тайны, необходимо рассмотреть несколько примеров «сущего» в пифагорейском «Все сущее есть число». Если какой-нибудь современный ученый ожидает или надеется на симпатии со стороны своих коллег в следующем столетии, то не станет презирать коллегу за преждевременную попытку (не забывайте, предпринятую двадцать пять веков тому назад) дать рациональное объяснение космосу, а проявит учтивость и удивительную толерантность.

Сердцем и умом пифагорейского космоса были декады и тетрады. Декады состояли из первых десяти натуральных чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, а тетрады – из первых четырех 1, 2, 3, 4.

Можно подчеркнуть вначале, что 1 иногда означала достоинство быть числом вообще. Но когда некие значительные обобщения требовали от 1 стать числом, дабы избежать вызывающих раздражение противоречий, 1 на время становилась таким же числом, что и остальные.

Хотя этот двойственный подход лишил 1 некоторых нумерологических привилегий, недостаток вполне можно было компенсировать приписыванием дополнительных полномочий, которых нет ни у одного из других чисел.

Поскольку 1 очевидно является автором и прародителем как тетрад, так и декад: 2 = 1 + 1; 3 = 2 + 1 = 1 + 1 + 1 и так далее, такая 1 может быть идентифицирована как универсальная и всемогущая Единица – создатель всего сущего, когда становится ясно, что все во

вселенной создано, или выражено, в декадах. Следует признать неопровержимость данной логики.

В действительности из тетрад достаточно получить столько, сколько может быть задумано, поскольку тетрады порождают или создают декады: 2 = 1 + 1; 3 = 1 + 2; 4 = = 2 × 2; 5 = 2 + 3; 6 = 2 × 3; 7 = 3 + 4; 8 = 2 × 4 = 2 × 2 × 2; 9 = 3 × 3; 10 = 1 + 2 + 3 + 4. Представлены только некоторые из всего множества различных декад. Выбранные декады самые важные для пифагорейцев. Другими столь же значимыми были: 5 = 2 + 1 + 2; 7 = 3 + 1 + 3; 9 = 4 + 1 + 4, где очевидны общие характеристики. Следует заметить, что ни одно четное число не может быть разложено на сумму из трех чисел, из которых среднее есть 1, а первое и последнее равны между собой. Банально? Совсем нет. Данный трюизм элементарной арифметики проявится метафизической нумерологической сущностью Ограниченного и Неограниченного, Конечного и Бесконечного, Времени и Вечности, которые в течение прошедших двух тысяч лет, безусловно, находятся среди вопросов, наиболее часто становившихся объектами обсуждения среди метафизиков. Если все сущее есть число, что же такого потрясающего или удивительного мы находим в том, что метафизика есть разновидность мистической арифметики? Непосвященным кажется довольно странным, что числа более десяти высокомерно отвергаются. Но в действительности это не так. Согласно наблюдениям Пифагора, «декады содержат в себе все сущее, поскольку числа более декад просто повторяют первые десять». Мысль заключается в следующем: 11 = 10 + 1; 12 = 10 + 2… 19 = 10 + 9; 20 = 2 × 10; 21 = 2 × 10 + 1;…29 = 2 × 10 + 9;… и т. д. Нумеролог из Вавилона сделал бы все числа сверх 60 отголоском истины, заключенной в числах от 1 до 60. То, что придумали пифагорейцы, равнозначно специальным методам, которыми пользуются в современной высшей арифметике. Они делили все натуральные числа на десять классов. Первый класс включал в себя все натуральные числа, которые давали в остатке 1, когда их делили на 10, второй класс включал в себя те, что давали в остатке 2, когда их делили на 10, и так далее вплоть до десятого класса, который включал все натуральные числа, которые делились на 10 без остатка. С позиций нумерологии было не обязательно относиться по-разному к числам в любом из десяти классов, потому что все они, согласно гипотезе, были, с позиции нумерологии, неотличимы.

Следующее фундаментальное допущение пифагорейцев лежит так глубоко, действительно глубоко, что цивилизованный человек едва ли может надеяться вытащить его на свет разума. Нечетные числа мужского рода, а четные числа – женского. Можно только задать вопрос почему, не ожидая ответа, за исключением, возможно, неуверенного упоминания исчезнувшего фаллицизма или забытого орфизма. Примитивные люди, кажется, были даже более педантичны, чем некоторые из современных, в отношении секса, зачастую включая его физически и духовно в свои верования. Возможно, мужская 1 и женская 2 были святынями из забытых обрядов. Каким бы ни было происхождение физиологической арифметики, она оказалась важна для пифагорейской теории мира.

Исходя из постулата, что существуют числа противоположного пола, следует (согласно пифагорейцам), что для брака число 5 – мужское, число 6 – женское, и оба числа отступают, как и должны, в полноценной декаде. Рассуждения просты. В законном браке одна женщина соединяет свою жизнь с одним мужчиной. Но 2 – это первое женское число, а 3 – первое определенно мужское число. Это один из нумерологических случаев, когда 1, хотя и нечетному числу и по этой причине предположительно мужскому, отказано в привилегиях, данным другим числам. Сложение 2 и 3 есть 2 + 3, или 5, что означает мужское свадебное число. Но ему разумно должно составлять пару женское число. Поскольку в свадьбе женщина усилена мужчиной: 2 × 3 = 6.

Если же спросить, почему не 3 + 4, или 7, стало символом мужской свадьбы вместо 2 + 3, Пифагор ответил бы, что 4 есть справедливость, а справедливость добродетель для мужчин, а не для женщин, поэтому правильно дать браку мужское число 3. Слегка надавив на него, узнаем, почему 4 есть справедливость. Получаем легкий ответ: 4 = 2 × 2 = 2 + 2, где просто на миг не обращают внимания, что 2 – женское число. Но какой бы ни был пол у 2,

как и 4 = 2 × 2 = 2 + 2 означает «возврат взаимной любви» или, в более конкретном выражении, «око за око и зуб за зуб» – один из неизменных канонов любой дикарской справедливости. К тому же, где бы оно ни появлялось, число 7 есть девственность, а по этой причине не подходит на роль мужского свадебного числа.

Мы находимся в мире фантазий, где все, что ни пожелаешь доказать, можно доказать, и по уважительной причине любое препятствие на пути прямой дедукции может быть устранено введением нового постулата, отменяющего препятствие. Наши созидательные силы безграничны. Ничто не может препятствовать нам, потому что никогда мы не подвергнем наши выводы радикальной проверке репродуктивного опыта в мире чувств. Действительно, они выше любой подобной проверки. Наше раздумье, создание свободного разума, строго рационально вне зависимости от того, есть ли у него противоположность в повседневном мире чувственных ощущений. Если последовать за Пифагором и Эмпедоклом и высказать постулат, что только думающая часть души может открыть истину человечеству, следует поверить Платону, что наш выдуманный мир реален, а все остальное – иллюзия.

Включившись в дело порицания пифагорейцев за манипулирование своими постулатами, стоит им только наткнуться на трудности в своей дедуктивной нумерологии, следует вспомнить, что подобная практика отнюдь не редкость для современной науки. Рассмотрим простой и частый пример: амбициозный математик взялся за нерешенную задачу. Решение этой задачи станет существенным прорывом в науке. Но после нескольких месяцев тяжелого труда он устанавливает, что реальная задача выше его сил. Поэтому он возвращается в самое начало, вносит едва заметное изменение в одно из данных условий задачи, которое блокировало каждый его шаг, и дальше продолжает без проблем. Он затем пытается убедить себя, что легкая задача, которую он решил, есть не менее значительный вклад в науку, чем та сложная, от решения которой он отказался. Чтобы не вызывать негативной реакции ссылкой на конкретные примеры современности, вернемся к первым великим мастерам в искусстве подмены трудного легким.

Дабы закруглиться с нумерологией Пифагора по вопросам брака, обратимся к детям. Сейчас почти каждый, кто манипулирует числами, сталкивается с замечательными особенностями 6 – числа женского замужества, совсем как пифагорейцы наткнулись на него в начале своей деятельности: 6 = 1 + 2 + 3. Но 1, 2, 3 есть числа меньше 6, на которые оно делится без остатка, и число 6 есть сумма всех своих делителей, которые все меньше его. По этой причине пифагорейцы нарекли число 6 совершенным числом. Такие числа встречаются очень редко, и их трудно отыскать, и до сих пор неизвестно, существует ли нечетное совершенное число. Следующее после 6 совершенное число 28, потому что 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14, и 1, 2, 4, 7, 14, все они являются делителями 28, меньшими, чем само число 28, следующее число 496; за ним 8128.

В совершенстве 6 = 1 + 2 + 3 Пифагор видел временно мужскую 1, соединенную с постоянно женской 2 и вечно мистической 3 в совершенном браке. Почему 3? Потому что 3 первое, самое привычное и самое распространенное из всех неисчислимых троиц, которое доминирует в религиях с самого возникновения истории, в частности: человеческая троица, состоящая из отца, матери и ребенка, – 1, 2, 3. Но это не все. Ребенок есть результат единения отца и матери: 3 = 1 + 2. Все это, без сомнения, просто фантазии, до тех пор пока мы отрицаем их пафос. Число 3 символизирует вечную троицу, и трогательно сознавать, что ранние нумерологи, видимо, наделяли временную человеческую радость стабильностью, которую они хотели бы видеть в ней.

К слову сказать, число 3, являющееся первым мужским числом, может быть мужчиной. В мужчине по этой причине проявляется нечто божественное, поскольку число 3 – это и Святая троица. Таков пример дедукции, обнаруживаемый в раннехристианской нумерологии. Пифагорейцы пришли к еще более занимательному выводу, связанному с отождествлением числа 3 с человеком. Ничто в человеческом опыте не бывает более бесспорным, чем печальный факт, что жизнь человека проходит три фазы: юность, зрелость и смерть. А число 3 – единственное число, в котором начало и конец даже равны средней

части: 3 = 1 + 1 + 1. Итак, мужчине уготовано судьбой родиться, мужать и умереть, что точно соответствует числу 3, которым он и является. Даже Аристотель, при всем своем практичном превосходстве над вводящими в заблуждение пифагорейцами, клюнул на приманку нумерологии в своем трактате «Поэтика», как и во многом другом. Его требование, чтобы трагедия состояла из трех частей: вступления, основной части и финала, – есть проявление чистейшей воды нумерологии. Так сказал сам учитель!

Совершенство 28 значительно выше, чем совершенство 6 с позиции космической истинности, но следует при этом кое-что учитывать. Неделя состоит из 7 дней, 14 – две недели, а 28 – лунный месяц, 1 и 2 – мужчина и женщина или Бог и женщина, 4 – справедливость, а 7 – «чистое число», обозначенное так потому, что 7 не создает чисел внутри декад ни путем умножения, ни путем деления, являясь суммой 1, 2 и 4. И так далее. Почти что «сущее»: от человека до луны справедливо (четверливо) одно совершенство.

В своем обзоре древней нумерологии Аристотель заметил, что «справедливость стала одной комбинацией чисел, образованность и мудрость – другой, возможность – третьей и т. д.».

Мы видели, как число 4 означает справедливость. Было бы интересно взглянуть на понятия «мнение» и «знание». Хотя Аристотель специально не упоминает их, они сродни абстракциям в его изложении. Многое из того, о чем Платон и Сократ (говорящий то, что Платон вложил в его уста) говорили по поводу мнения и знания, было позаимствовано у первых нумерологов.

Наше знакомство с лабиринтом философской арифметики началось с двойной двери Ограниченного и Безграничного – тех мистических абстракций, которым суждено было стать альфой и омегой метафизики от Платона до Гегеля и математики от Пифагора до Кантора, жившего в 1845–1918 годах основателя современной теории математической бесконечности.

Нечетные числа в пифагорейской нумерологии ограничены, конечны и детерминированы, даже числа, не подпадающие под эти мужские качества решимости. Значения технических терминов в данной работе отличны от тех значений, которые употребимы в наши дни. Так, «конечный» означает имеющий границы, или завершение, а «бесконечный» означает неограниченный, незавершенный. И «конечный» и «бесконечный» встречаются в современной математике с такими же дефинициями, но они не соответствуют этим терминам в пифагорейской нумерологии и даже близко не напоминают вложенный в них смысл.

В пифагорейской попытке дать рациональное знание «конечность» нечетных чисел и «бесконечность» четных чисел отражают два элементарных понятия, тривиальные для нас. Нечетное число 5, например, может быть представлено в виде суммы двух равных чисел и единицы, а единица может быть расположена в центре равенства: 5 = 2 + 1 + 2. То же самое справедливо для 7 = 3 + 1 + 3, при этом общее нечетное число можно записать как n + 1 + n. Созидательная Единица, 1, «ставит рубеж», или «ограничивает» два равных числа. Аналогичное разделение мужских чисел женским числом 2 невозможно, поскольку нечетное число, деленное на 2, дает остаток (1/2), не являющийся целым числом. Следовательно, с точки зрения нумерологии женское число может разделить два мужских, но никогда одно.

Четное число, наоборот, не ограничено в своей внутренней структуре божественно созидательной Единицей. 4 = 2 + 2; 6 = 3 + 3;…2n = n + n. Следовательно, женские числа могут быть разделены наименьшим из них (2) на 2 целых числа. Возможная скрытая особенность состоит в применении «ограниченного» и «безграничного», которые будут рассмотрены в следующем разделе, где будет показано, что «линия» есть понятие, «ограниченное» своими концами, которыми выступают точки, а точка есть 1.

Из всего сказанного напрашивается вывод, что ограниченные нечетные числа пригодны для определения «постоянного» и «знаний», в то время как неограниченные четные числа могут выражать себя только через «непостоянное мнение». В подробности доказательства лучше не вдаваться.

Далеко не все в нумерологии «ограниченного» столь наивно, как в приведенном

примере. Если «все сущее есть число», как утверждал Пифагор, должна быть возможность доказать, что весь космос есть число. Пифагорейцы довели это доказательство до конца в наиболее гениальной форме применения своей теории ограниченного. Их решение проблемы пространства стало ранней попыткой дать последовательный разбор размерности. Что означают слова: конкретное пространство имеет один размер, или два, или три? Удовлетворительный ответ, пригодный для любого пространства (ограниченного или безграничного) числа размерностей, был найден только в 1920-х годах. Хотя пифагорейское решение проблемы пространства давным-давно исчезло из разумного восприятия математиков, Пифагор и его ученики заслуживают признания за то, что занялись этой гениальной проблемой. Не искажая значения слова слишком вольно, беспристрастный критик может заявить, что даже при полной ошибочности их решения оно было рационально. То решение оказалось важным шагом для определения четырех материальных элементов с числами и геометрическими фигурами. Перейдем к нумерологическому доказательству, что космос есть число.

Согласно Пифагору, точки есть базовые элементы пространства и только точка имеет место в мире. В отличие от материальных предметов у точки нет ни составных частей, ни магнитуды. Эти недостатки соответствуют числу 1, когда последнее рассматривается как монада или созидательный элемент числа. Если Пифагор думал о пространстве, состоящем из точек, значит, точки создали его космос. Но как бы он ни представлял себе пространство, точку он ассоциировал с числом 1.

Прямая линия, или сокращенно – линия, в нашей геометрии существует вне зависимости от направлений, указанных линией. Но в греческой геометрии линия была просто конечным отрезком нашей линии, и главенствовал постулат, что линия может быть продолжена на любое желаемое (конечное) расстояние. Следовательно, греческая линия имела два конца, каждый из которых был точкой, или числом 1. Итак, в нумерологии Пифагора линия была 2. Становится ясно, почему нечетное число «конечно» или «ограниченно». Например, в 7 = 3 + 1 + 3, где число 1 становится точкой, ограничивающей число 3.

Какое бы определение ни было дано космосу, будет полезно извлечь часть определения из интуитивного представления о протяженности на плоской поверхности. Пифагорейцы определили линию как длину без толщины – возможное обновление определения Фалеса. Таким образом, ни точка 1, ни линия 2 не были «пространством» для пифагорейцев, это попутно означало, что ни 1, ни 2 не получили всех своих привилегий от главенствующих мужских (нечетных) чисел. Но при помощи полностью мужского числа 3 есть возможность достичь реального ограниченного числа, а следовательно, можно надеяться на достижение чистого космоса. Это так, потому что три точки, не располагающиеся на одной линии, необходимы и достаточны для определения любой конкретной плоскости. Действительно, достаточно, чтобы имел место равносторонний треугольник, через который можно провести плоскость, и этот треугольник получается, когда все его три угла соединены между собой. Каждая вершина есть точка, или число 1. Треугольник есть союз трех вершин: 1 + 1 + 1, что равно числу 3. Следовательно, плоскость имеет значение 3.

Предположим, однако, что надо сосчитать сумму не вершин, а сторон равностороннего треугольника. Каждая из сторон есть линия, а следовательно, число 2. Сторон 3, следовательно, треугольник будет равен 3 × 2, или совершенному числу 6. Но это не так. Ошибка состоит в том, что каждая из сторон была посчитана два раза, потому что две линии сходятся в одной вершине своими концами. Следовательно, необходимо разделить 6 на 2. Результат опять число 3 как число поверхности. Такая проверка на корректность логики должна была доставить Пифагору момент радости.

На следующем этапе появляется новый грандиозный посыл в нумерологии космоса. Линия, о которой идет речь, ограничена, или «предельна», точками. Базовый элемент (точка, 1) всего космоса появился как ограничивающий элемент для вторичного элемента (линии, 2). Это предполагает, что вторичный элемент должен являться ограничивающим или

предельным элементом для элемента третьего класса в строении космоса, а именно треугольника. Имеем: треугольник ограничен 3 линиями. Получив на основании замечательного предположения громадной важности закон, применимый к любому пространству, Пифагор в предвкушении демонстрации отважно выдвинул гипотезу, что телесное пространство, пространство материальных тел, есть число 4. Затем, как добросовестный ученый, протестировал свое предсказание на фактах, которые ему казались таковыми. Если бы они подтвердили его правоту, он бы стал самым счастливым человеком на земле.

Простейшим из всех геометрических тел правильной формы является тетраэдр, у которого есть 4 точки, это его вершины, и 4 равносторонних треугольника в качестве граней. Великий принцип ограничения элементами следующего нижнего уровня применим. Но здесь много чего, очень много. Телесное пространство, только что доказанное, есть число 4, являющееся справедливостью по сути, не имеет оснований для сомнений. 4 треугольные субповерхности, ограничивающие и лимитирующие тетраэдр, сами по себе ограничены и лимитированы 6 линиями, являющимися гранями тела, а число 6 совершенно. Более того, 4 грани тетраэдра ограничивают 6 линий, ограничивающие 4 треугольника, ограничивающие тело. Ограниченный подобным образом во всех мыслимых направлениях тетраэдр, и потому еще и телесное пространство, является изначально мужским со своими числами 2, числами 4 и своим совершенным числом 6.

Сущее в данном случае выглядит следующим образом: 1 – точка, 2 – линия, 3 – плоскость, а 4 – тело. Но что-то уже было похожее? 1, 2, 3, 4 есть тетрада, их союз, следовательно, весь космос есть число самой декады: 1 + 2 + 3 + 4 = 10. Поскольку все материальные вещи существуют только в космосе, они тоже есть числа, а тетрады создают их всех. Пифагор был самым счастливым человеком на земле.

Продолжая изучать «все сущее» учителя, в мгновение оказываемся у «категорий», упомянутых Аристотелем в официальном обвинении: «…они сделали вывод на этом основании, что элементы чисел идентичны элементам категорий». Следующей проблемой стала необходимость выделить суть из тетрады 1, 2, 3, 4. Возможно, наиболее привлекательное описание релевантной нумерологии содержится в диалогах Платона. Не придавая значения тому, что сам Платон воспринимал всю эту пифагорейскую физику и химию настолько серьезно, насколько он, возможно, хотел бы убедить нас, нам остается мимоходом отметить, где он все это имел возможность достать.

Около середины V века до н. э. философ Филолай, эрудированный ученик Пифагора, ставший известным около 450 года до н. э., собрал существенный архив поучений учителя. К тому времени братство самораспустилось уже почти полвека тому назад. Как будет видно в следующей главе, распад пифагорейцев как организованного секретного сообщества стал результатом мести Килона. И хотя братство прекратило существовать как активная политическая сила, некоторые из них, кто знавал учителя живым, продолжали топтать землю в интеллектуальных колониях, первоначально основанных материнской организацией в Кротоне. Эти стареющие живые свидетели одной политической чистки, сменявшей другую, оказались в положении схожем с положением интеллектуальных евреев в Европе во времена нацистского режима.

Подозреваемые во всех видах вредительства, к которым они были не причастны, обвиняемые в преступлениях против правящих тиранов, при этом не имея намерения бороться в сложившихся безнадежных обстоятельствах, измученные пифагорейцы прибегали к уловкам, дабы сохранить свои знания, даже если им самим и суждено было погибнуть. Притворная хитрость их счастливых лет стала практической необходимостью, если они не хотели, чтобы учения погибли вместе с братством. Впоследствии всего несколько письменных произведений по пифагорейской науке и философии были найдены, и эти немногие труды передавались из рук в руки под самой торжественной клятвой оберегать секрет. Архив Филолая, как утверждают, стал наиболее полным и наиболее точным среди прочих. Даже в ранние годы Платона, когда активная враждебность к пифагорейской секте

осталась в далеком прошлом, пифагорейскую «библию» Филолая было очень трудно достать. Как полагают, Платон достал копию у Архита из Таренто. Архит был восторженным ученым-пифагорейцем. Распознав родственный ум в молодом, но подающем надежды Платоне, Архит великодушно подарил ему бесценную копию пифагорейской «библии». (Один источник говорит, что Платон дал высокую цену за книгу, но по некоторым причинам это звучит неправдоподобно.) За исключением нескольких фрагментов весьма сомнительного авторства, сам труд больше не существует, но письменные упоминания и ссылки на его текст сохранились у греческих историков.

Утрата конспекта Филолая компенсируется бесспорно старательным исследованием, предпринятым со всей глубиной ума Платона, особенно в части нумерологии, представленной, например, в отдельных частях его «Тимея». При отборе для этой книги примеров пифагорейской химии и астрономии много чего было взято из диалогов Платона, к которым любое заинтересованное лицо может обратиться за дальнейшими деталями. Многое, хотя и с критических позиций, дал Аристотель в своих комментариях к науке пифагорейцев. Но по разумной, пользующейся доверием традиции позднейшие греческие историки и философы основывали свои исследования на «библии» Филолая.

Написанный спустя не менее пятидесяти лет после гибели Пифагора, насколько этот конспект заслуживает доверия как первоисточник? Схожий вопрос можно задать в отношении наших Евангелий, ведь, как утверждают некоторые критики, они были записаны не раньше семидесяти или восьмидесяти лет после распятия. В целом, как кажется, мы не сильно собьемся с пути, если отдадим должное Пифагору и его ученикам, как сделал это Платон.

Ссылаясь на труды Платона о науке Пифагора, пренебрегая хронологическим порядком, оказываемся на его месте, когда он сам пришел к этериализации нумерологии Пифагора, чтобы разглядеть ее «неуклонно и в полном объеме», такой, как она есть.

Будет показано, что материальные вещи суть числа. При доказательстве (нумерологическом, конечно), что животные есть числа, приведем пример доисторического искусства. Число любого животного, или любого вида животных, таких как «человек» или «лошадь», определяется унифицированной анатомической арифметикой. Схематичное изображение, скажем человека, нарисовано на песке. У человека, безусловно, есть отличительные признаки: две руки, две ноги, одна голова, одно сердце и т. д. На частях диаграммы поместим гальку, по одной на часть тела. Общее количество булыжников и есть требуемое число. Кстати, это пример подсчета в первоначальном значении слова, поскольку латинское слово calculus, счет, означает «галька».

Недавнее (1942) наблюдение английского натуралиста, сделанное в Индии, свидетельствует о более раннем схематичном представлении о строении человека. Согласно данным указанного обозревателя, начало этого искусства уходит корнями в дочеловеческие времена. Оказывается, еще обезьяны, наводнявшие конкретную индийскую деревню, избрали плоскую вершину холма поблизости для своей культурной деятельности: подвижных игр, ухаживаний и отдыха. Время от времени одна из шаловливых обезьян предпочитала неожиданно прерывать свои танцы, второпях опускаться на корточки, сильно упирать свою левую руку в песок и палочкой, зажатой в правой руке, как карандаш у чертежника, быстро проводила линию вокруг отпечатка левой руки. Затем, очевидно опасаясь, что делает что-то противоестественное, художница вскакивала и убегала на ближайшее дерево. После чего остальные обезьяны собирались вокруг творения, рассматривая его с трепетным восхищением. Это настоящая рука или это абстрактное изображение всех рук, универсальная Рука в сфере Божественных помыслов? Подобно нам, они не могли постичь увиденное. Они возвращались к своим обыденным занятиям.

Посередине между камнесчетом живых существ и более серьезной полугеометрической нумерологией четырех элементов расположена еще одна система счета Пифагора, значительная часть которой вошла в немистическую высшую арифметику наших дней. Она нашла отражение в истории о купце, которого Пифагор спросил, умеет ли тот считать.

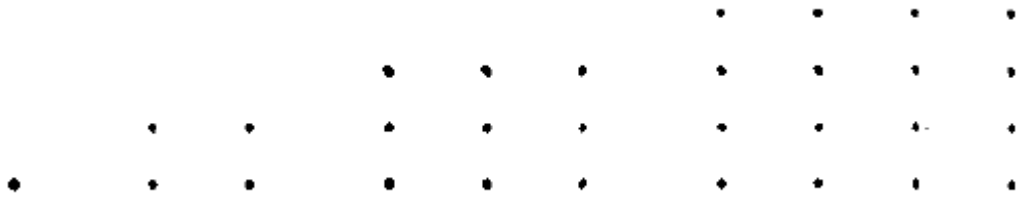
Получив утвердительный ответ, Пифагор попросил продолжить.

– Один, два, три, четыре… – начал купец. Тут Пифагор закричал: – Стоп! То, что вы называете четыре, на самом деле то, что вам следует назвать десять. Четвертое по порядку число не четыре, а декада, наш тетраксис и священная клятва, которой мы клянемся.

Чтобы удовлетворить Пифагора, купцу пришлось считать (в наших цифрах) 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36… Это так называемые треугольные числа; когда их представляют в виде гальки, они образуют равносторонние треугольники. Пифагор располагал эти числа следующим образом:

и далее в том же роде.

Следующие, 15, формируются выкладыванием вдоль 10-го треугольника, вдоль любой из его сторон, дополнительной гальки в количестве 5 штук, следующее число 21 соответственно добавлением 6 камешков, за ним добавляют 7, потом 8, далее 9 и т. д.



Квадраты целого числа – те же камешки гальки, выложенные по тем же правилам, где 9 получается из 4 выкладыванием камешков вдоль двух прилежащих сторон 4, а 16 выкладыванием вдоль 9. Следующее число 25 получается из 16 и так далее до бесконечности. Таким же образом – любая другая прямоугольная фигура на плоскости (все стороны равны, и все углы равны) устанавливает рамки для выкладывания гальки по классам так называемых многоугольных чисел: пятиугольное число, шестиугольное число, семиугольное число, восьмиугольное число и так далее насколько пожелаете.

Эта связь между правильными геометрическими фигурами и соответствующими последовательными рядами чисел имела важное значение для пифагорейцев, а после них для платонистов, отчасти из-за очевидного единения космической симметрии с числами, а отчасти из-за тетрад и декад, проявлявшихся неожиданно в различных обликах. Были и так называемые продолговатые числа, соответствующие камешкам гальки, разложенным в виде прямоугольника со стороной отличной от предыдущей на 1 камешек, например: $30 = 5 \times 6$. Когда Пифагор обратил внимание на то, что продолговатое число равно двойному треугольному числу, как в случае с $30 = 2 \times 15$, он испытал безграничный душевный подъем.

Ободренный видимым успехом с плоскими фигурами, Пифагор отважно ввязался в рискованное предприятие с геометрическими телами. В воображаемом пространстве он успешно выложил из гальки кубические числа 1, 8, 27, 64, 125… унифицированным способом, который может быть оставлен гениальному читателю, желающему открыть его вновь. И тут он застрял, потому что космос для него, как и для всех остальных греческих нумерологов и геометров, имел только три измерения. Они могли себе представить результат умножения трех чисел как объем твердого тела. Так, $3 \times 4 \times 10 = 120$ есть объем короба со

сторонами 3, 4, 10. Но умножение типа 3 × 4 × 10 × 12 сбивало их с толку в их геометрической арифметике, поскольку выражение «умножить четыре линии» лишало само действие смысла в трехмерном пространстве. Подобные искусственные барьеры просто исчезли, когда алгебра заняла место геометрии в качестве языка чисел. Но треугольные и прочие многоугольные числа пифагорейцев, а также кубические выжили, по меньшей мере как названия в современной теории чисел. Продолговатые числа исчезли из словаря давным-давно.

Наиболее значимой деталью для всей пифагорейской науки было четвертое из треугольных чисел 1, 3, 6, 10, 15, 21… Да, 10 или декада. Но при этом и треугольник, а потому – священный тетрасис. Поскольку, согласно Пифагору, все числа находятся внутри декад, становится ясно, почему десять было совершенством для остальных чисел и, согласно Платону, исконным образцом для вселенной. Становится понятен и краеугольный камень обобщений Платона, что мир создан из треугольников. Это будет подтверждено, когда 4 элемента произойдут от 4-го члена последовательности треугольных чисел, конкретно из треугольных декад. Неудивительно, что братство пифагорейцев превратило 10, действительно 4-й треугольник, в свою клятву и свой наиболее жестко охраняемый секрет. Тот, кто дал клятву на тетрасисе и нарушил ее, предавался анафеме, поскольку он предал космос, частью которого был сам, греки бы сказали пропорцией или дробью.

Хотя может показаться занимательным распутывать всю замысловатую нумерологию (в изложении Платона, в частности в «Тимее») создания и структуры материального мира, но нет необходимости это делать, чтобы понять суть идеи пифагорейской химии, физики и космогонии. Вполне вероятно, окажется достаточно уже представленных материалов, чтобы оценить ее возможности в столь типичном отрывке: «Итак, то, что было создано, обязательно телесно, а также видимо и осязаемо. Ничего не видно там, где нет огня, и осязаемое не телесно без земли. По этой причине божественное в начале создания сотворило тело мироздания из огня и земли. Но две вещи не могут существовать без третьей, у них должно быть связующее звено. Ныне прекрасная связь – это та, которая наиболее полно объединяет связанные вещи. Пропорции хорошо подобраны для поддержания этой связи. Всякий раз среди трех чисел, какой бы телесной или иной другой она ни оказалась, не имеет значения, потому что среднее значение есть последнее условие, поскольку на первом плане – среднее значение, а когда значение есть наипервейшее условие, то и последнее условие приобретает среднее значение, и оно становится и первым, и последним, а первое и последнее становятся значимыми, все вещи по необходимости приходят к одному знаменателю, поскольку они едины и стремятся слиться воедино».

Нет сомнений, что это список с утерянной «библии» Пифагора от Филолая, поскольку это чистейший пифагореизм. Чтобы понять, о чем идет речь, следует воспользоваться помощью перевода с запутанного языка на более простой эквивалент в терминах простейшей арифметики. В действительности отрывок относится к банальным конкретным свойствам банальных дробей. До некоторой степени запутанная арифметика нам понятна. Но она была совсем не так понятна пифагорейцам V века до н. э. или даже греческим математикам времен Платона, никто из которых не владел умением толково записывать дроби. Смешно, но для гимназиста XVIII века этот невразумительный отрывок яснее, чем для выпускника колледжа наших дней.

За исключением старомодных учебников, редко встретишь «соотношения» и «пропорции» в современных научных трудах. «Соотношение» числа m к числу n записывается как m/n или $\frac{m}{n}$. Если соотношение m: n равно соотношению r: s, в античные времена записали бы m:: n:: r: s; а в наши дни $\frac{m}{n} = \frac{r}{s}$

или m/n = r/s. Даже использование старой манеры записи понять много легче, чем то, что использовали пифагорейцы и их греческие последователи. Они не имели столь выразительных математических символов, как у нас, а все описывали словами, как в предыдущем отрывке у Платона. «Существенными деталями являются «пропорция» и «среднее значение».

Четыре числа, скажем m, n, r, s, связаны «пропорцией», где первое соотносится со вторым, как третье с четвертым, или на языке дробей, где дробь m: n равна дроби r: s. Следовательно, m, n, r, s состоят «в отношении», если m: n:: r: s в нашем простом примере,

$$\frac{m}{n}=\frac{r}{s}$$

, есть «условия» «пропорции».

Возникает множество специальных случаев. Такие, как средние значения n, r, равны и, следовательно, r = n и m: n:: n: s, которые были очень важны для пифагорейцев, а также для греческих геометров. В этом случае n именовалось «средним геометрическим значением» между экстремальными точками n, s «среднего пропорционального значения» для n, s.

Переводя все на понятный язык дробей, имеем $\frac{m}{n}=\frac{n}{s}$, и, таким образом, как известно ученику начальной школы («освобождаемся от дробей»), m × s = n × n, в элементарной алгебре ms = n2.

Следовательно, «среднее геометрическое значение» (n) двух чисел (m, s) есть корень квадратный ($\sqrt{ms}$) от их результата (ms). Арифметика в тексте Платона означала именно это. Из «пропорции» $\frac{m}{n}=\frac{n}{s}$ незамедлительно следует, что $\frac{n}{m}=\frac{s}{n}$ (если обе дроби равны, результатом деления будет 1, поскольку каждая из них также равна). Это как раз то, что он говорит: m: n:: n: s, – из чего следует, что n: m:: s: n, где «среднее значение» n в первоначальной «пропорции» становится как первым, так и последним вторым числом, а первое и последнее m, s в первоначальной пропорции становятся «средними значениями» в «пропорции», вытекающей из первоначальной. Таким образом, элементарная арифметика у Платона в порядке.

Чтобы разобраться в других замаскированных арифметических расчетах философии Платона, надо вспомнить следующие дефиниции.

В последовательности чисел

1, 5, 9, 13, 17, 21

шаг между числами остается прежним – 4. Числа формируют «арифметическую прогрессию» с первым членом 1 и «разностью арифметической прогрессии» 4. Арифметическая прогрессия с начальным членом 6 и разностью 5 следующая:

6, 11, 16, 21, 26, 31…

Бросается в глаза, что 16 = 1/2 (11 + 21), 21 = 1/2 (16 + 26) и так далее, где каждое последующее число после первого есть половина суммы от своих правого и левого соседей. По этой причине каждое число после первого называется «средним арифметическим

значением» непосредственно предшествующего числа и непосредственно последующего.

Теперь, допустим, мы делим 1 на каждое число в данной арифметической прогрессии, скажем второй сверху:

1/6, 1/11, 1/16, 1/21, 1/26, 1/31…

Полученная последовательность чисел называется «гармонической прогрессией», где каждое число после первого является «гармоническим средним значением» своих непосредственных соседей. В качестве примера одна из последовательностей

3/4, 1, 5/4, 3/2, 7/4, 2, 9/4…
4/3, 1, 4/5, 2/3, 4/7, 1/2, 4/9…

арифметическая прогрессия, а вторая – «гармоническая прогрессия».

Третьим и последним видом прогрессии, постоянно упоминающимся Платоном, является «геометрическая», в которой каждое число после первого получается путем умножения предыдущего числа на постоянный множитель. Например:

3, 6, 12, 24, 48, 96, 192…

является геометрической прогрессией с первым числом 3 и множителем, или общим коэффициентом, 2. «Среднее геометрическое значение» 6 и 24 есть число 12, расположенное между ними, среднее геометрическое значение 48 и 192 есть 96 и т. д.

Несложные алгебраические преобразования продемонстрируют, что если A, H, G соответственно арифметическое, «гармоническое» и геометрическое средние значения чисел M, N, тогда

$$A= {}^{1}/_{2}(M+N),\ H=2MN/(M+N),\ G=\sqrt{MN}$$

Еще чуть-чуть, и становится очевиден простой факт, который обрадовал и ввел в заблуждение древних нумерологов, включая Платона, ведь получается, что G есть среднее геометрическое значение для A and H. В целом, похоже, греческим философам повезло, что они не знали алгебры. Теперь вся элементарная и замаскированная алгебра Платона стала настолько банальной для современных школьников, что любой математик обязан восхититься упрямой изобретательностью, которая впервые задумалась над этим пусть и устно, без математических символов любого рода. Выражение, что A/G = G/H, или A: G:: G: H, было названо пифагорейцами «совершенной пропорцией». Говорят, что его принес Пифагор в Кротон из Вавилона. Любой математик с достаточно развитым воображением в состоянии лишить себя на мгновение всей накопленной техники и задуматься над риторической арифметикой VI века до н. э. и согласиться с братством пифагорейцев, что «совершенная пропорция» не могла быть изобретением человека, а только творением лично Великого арифметика вселенной.

«Гармоническая прогрессия» и среднее «гармоническое значение», не выраженное явно в важном открытии, является результатом нумерологического выражения закона музыкальных интервалов, который вдохновил Пифагора на его изречение «Все сущее есть число». Он и его ученики искали музыку и гармонию в четырех элементах всех материальных вещей и небесных тел. То, что они нашли искомое, не столь удивительно, когда мы вспомним, что вся гармония, весь космос, все предметы и все тела, небесные и земные, вписаны в декады, которые в основе всего. После того как Платон изложил теорию, продолжив по окончании доказательства, что все есть единица, а следовательно – божество: «Если теперь рамки вселенной были созданы просто как поверхность без глубины, единица

приобрела значение достаточное, чтобы объединить ее с другими условиями. Но поскольку мир должен быть тверд, а твердые тела всегда плотные, и не по одной причине, а по двум, бог дал воду и воздух как среднее значение между огнем и землей и, насколько это возможно, заставил их придерживаться пропорции, поскольку огонь нужен воздуху, воздух нужен воде, а если воздух нужен воде, то вода нужна земле. Так он создал и объединил видимые и осязаемые небеса. Вне четырех элементов он расположил тела во Вселенной в совершенной гармонии и пропорции (совершенной пропорции). Будучи, таким образом, наделенным духом дружбы, в полном единении с самим собой, космос стал неразрушимым для любой другой руки, кроме руки творца».

Не вдаваясь в детали этого конкретного утверждения об основных принципах, отметим, что «дух дружбы» относится к любопытным особенностям конкретных пар чисел, открытых пифагорейцами. Если каждое из чисел m, n равно сумме делителей эфира, то т, п называются «дружественной парой чисел», а m, n становятся «дружескими», или «дружественными», числами. Что касается делителей «совершенных чисел», само число не рассматривается как делитель. Наименьшие «дружественные числа» – это 220 и 284. Пифагорейцы рассматривали этот близкий союз между «дружественными числами» как концентрированное выражение дружбы и глубоко спрятанную душу гармонии.

Платон подвел итог своему рассказу о создании мироздания абсолютно нумерологическим отрывком, в котором показал, что бог одарил мир любовью к универсальному Животному, «содержащему в себе всех других животных». Доказательство, что это Мировое Животное не знает смерти и разложения, как у других животных, включая человека в его бренном теле, было невразумительно даже для нумерологии. Цитируемая часть, однако, представляет глубокий научный интерес, при этом науку следует понимать в духе пифагорейцев. Двух-трех комментариев хватит для ясного понимания. Следующий текст – просто краткий курс пифагорейской космогонии и космологии.

Правильное твердое тело – это тело, стороны которого составляют правильные многоугольники, одинаковые по размеру и форме. Если быть точным, пять правильных тел возможны и могут быть построены в нашем трехмерном пространстве (Евклида). Первое – это тетраэдр, у которого четыре равносторонних треугольника составляют стороны, второе – куб, или шестигранник, у которого шесть квадратов составляют стороны, третье – восьмигранник, где восемь равносторонних треугольников составляют стороны, четвертое – двенадцатигранник, у которого двенадцать правильных пятиугольников составляют стороны, и пятое – это двадцатигранник, у которого двадцать равносторонних треугольников составляют стороны. Четырехгранник, шестигранник, восьмигранник, двадцатигранник, но не двенадцатигранник были известны Пифагору. И когда ранние пифагорейцы ошибочно предположили, что возможно создание и существование только четырех правильных тел (очень скоро Платон докажет существование пяти), это вдохновило их на доказательство, что все четыре соответствуют четырем базовым элементам материальных тел.

В качестве умозрительного предположения, которое они приложили к своей космической нумерологии, они представили свой постулат, что четыре элемента: огонь, воздух, земля и вода – соответственно есть четырехгранник, восьмигранник, шестигранник (или куб) и двадцатигранник. Гранями у всех фигур, кроме шестигранника, являются треугольники. Этот недостаток был легко преодолен путем деления каждой грани куба на два треугольника простым проведением диагонали по площади. Таким образом, как отмечает Платон в «Тимее», речь теперь шла только о треугольниках. Числа, соответствующие треугольникам, олицетворявшим элементы, стали 4, 8, 12, 20. Затем эти числа, коль нумерология настаивала на том, могли быть использованы как числа, которые «олицетворяли» элементы: огонь, воздух, землю и воду – соответственно.

«Неотъемлемая треугольность» материи невольно идентифицировалась с магическим числом 3, наводила на мысль, что 4, 8, 12, 20 будут соответствовать высшему достоинству в нумерологии химии Пифагора. Но не исключались и другие возможности, поскольку допускалось, что результирующие числа способны каким-то образом быть прилажены к

четырем базовым элементам, известным пифагорейцам, когда они в некоторой степени в предварительном порядке объявили о своей теории элементов. Позволяя себе разумную свободу, можно легко проверить нумерологию Платона, согласно которой «бог создал воду и воздух как средние значения между огнем и землей».

Но если цель состоит в том, чтобы доказать базовую теорему, что все значимое есть треугольник, можно это сделать более элегантно и более удобно (для хорошего нумеролога) посредством следующих 6 пропорций, где F, A, E, W являются соответственно огнем (четырехугольник, 4), воздухом (восьмигранник, 8), землей (шестигранник, 12), водой (двадцатигранник, 20)

F: A:: 3: 6, A: E:: 10: 15,
F: E:: 1: 3, A: W:: 6: 15,
F: W:: 3: 15, E: W:: 6: 10.

Числа, появившиеся в этих мистических пропорциях, следующие: 1, 3, 6, 10, 15. Но это же первые пять треугольных чисел, которые сами по себе треугольники. Поскольку существует точно 5 правильных тел и точно 6 необходимых пропорций продемонстрированного вида и поскольку 6 были представлены, то следует, что допущение справедливо, как объявил Платон, потому что число 6 совершенно. Этим заканчивается доказательство, которое само по себе совершенно, так как состоит из 6 пропорций. Насколько известно, это красивое доказательство не пришло в голову пифагорейцам и их последователям.

Теперь задумаемся, что могло заставить пифагорейцев прежде всего заняться идентификацией четырех элементов Эмпедокла с четырьмя правильными фигурами, известными им? Существует множество ответов, еще больше ответов можно себе представить. К сожалению, оставив без внимания древние ответы на эту знаменитую головоломку, процитируем одного мудреца-астронома, математика и нумеролога много более поздних времен. Йоган Кеплер, живший в 1571–1630 годах, ставший бессмертным астрономом за три закона движения планет по своим орбитам. Опираясь на законы Кеплера (вполне успешно), Ньютон открыл свой закон всемирного тяготения. Последствие слишком известно, чтобы его пересказывать в данной работе. Но интересный факт: всего семьдесят лет разделяют законы Кеплера и законы Ньютона. Первый из идолов науки был явным нумерологом, в то время как второй, построивший свое достижение на надежном основании, заложенном первым, сообразно складу ума и характера был не способен признать хоть что-либо из нумерологии. В этом плане нумерология и теология схожи: незаурядные человеческие способности проявляются независимо от того, верит или не верит он, верит в одно или в другое. Некоторые из ведущих научных нумерологов XX века известны в науке не меньше своих оппонентов, которые презирали всякое проявление мистики чисел.

Решение проблемы элементов у Кеплера было гениальным и обворожительным. Среди всех правильных фигур четырехугольник имеет наименьшую величину площади поверхности, в то время как двадцатигранник наибольшую. Но этот показатель величины площади был разновидностью показателей сухости и влажности соответственно. Поскольку огонь – самый сухой из четырех элементов, а вода – самый мокрый, тогда четырехугольник – это символ огня, а двадцатиугольник – символ воды. Чтобы облегчить восприятие, Кеплер украсил рисунок четырехугольника изображением костра, а двадцатиугольника – раком с абстрактной рыбой. Очевидно, согласно Кеплеру, земля – это куб. Если, с позволения сказать, любой материальный предмет на планете Земля может расположиться более уверенно на четырехугольном основании, чем куб, даже Бог не ведает, что бы это могло быть. Кеплер украсил свой земной куб морковкой, деревом и различными садовыми растениями. Нумерологически и физически противоположностью сверх-устойчивому кубу является неустойчивый восьмигранник. Если это тело слегка придерживать за две противоположные вершины указательным пальцем и большим пальцем руки и щелкнуть его,

он начнет вращаться, как волчок. Это обращение к опыту призвано доказать, что восьмигранник нестабилен, как воздух. Профессиональные знания подтвердили – это воздух. Это материальное тело было разрисовано облаками и летающими птицами. Последним оказался двенадцатигранник – крепостной химии Пифагора, со своими двенадцатью пятиконечными гранями. Он не мог стать одним из четырех элементов, поскольку они были уже приписаны к многогранникам. Чем же, черт возьми, его можно представить? Явно нечем. Он должен стать, как осознал Платон задолго до Кеплера, «небесным объектом». Но знаки зодиака символизируют чистые небеса. Поскольку знаков зодиака двенадцать, а у додекаэдра двенадцать граней, пусть двенадцатигранник символизирует вселенную. Графическое изображение тела было украшено изображениями солнца, луны и звезд.

Небесный додекаэдр был величайшей головной болью для пифагорейцев, как и проявление дисгармонии с квадратным корнем из двух, которое не является рациональным числом. Их доказательство, что элементов всего четыре и они правильные тела, было практически завершено, когда появился пятый правильный элемент – двенадцатигранник. Он оказался наименее желанным. Гипас, один из членов братства, как говорят, представил новое тело своим коллегам, принявшим новость достаточно холодно. Одна из легенд утверждает, что Гипас был брошен в лодку без парусов, весел и руля, дабы наказать за его самонадеянное утверждение, что это страшное открытие совершил он сам, а не учитель. Другая легенда гласит, что Пифагор

был настолько смущен появлением двенадцатигранника, что приказал убить первооткрывателя, тело которого зашили в мешок и сбросили в море на скалы. (Вся хронология в легендах искажена.) Но двенадцатиугольник нельзя было спрятать, и братство приняло меры, чтобы извлечь из ситуации максимальную выгоду. Чтобы объяснить, как, к своей радости, они додумались, что он все же встраивается в их нумерологию вселенной настолько удачно, насколько ключ подходит к замку, следует проанализировать знаменитый труд Платона «Брачное число». Но он слишком запутан и усложнен загадками, чтобы вскользь разбираться в нем. Достаточно сказать, что двенадцатиугольник, вместо разрушения нумерологии четырех элементов Пифагора, блестяще подтвердил ее в мелочах и раскрыл гармонию, о которой даже не догадывались, Гармонию необыкновенной красоты в имеющихся в изобилии тетрадах, огромных тетрасисах и все созидающих монадах.

Упоминание Платона о неудобном двенадцатиугольнике так поэтично, как и его «толкование» четырех «элементных» тел. «Пятое тело, – пишет он, – было использовано, чтобы украсить небеса с плеядами». Додекаэдр поэтому не стал элементом сущего, а только неуловимым «воплощением», «пятой сущностью» всех элементов и сутью вселенной. За дальнейшими деталями следует еще раз обратиться к «Тимею».

Чтобы вернуться на момент на Землю прежде, чем покинуть элементы навсегда, запомним деталь доказательства пифагорейцев, что земля есть куб, что, кстати, вошло в нашу повседневную речь. Земля есть «квадрат». Почему? Потому что у нее четыре кардинальные точки, и линия, соединяющая север и юг, пересекает линию, соединяющую восток и запад под прямым углом, опять квадратный феномен, и поэтому справедливо, поскольку 4 есть божественная справедливость Единицы.

Покидая Землю и все ее элементы, последуем за Пифагором в более высокие сферы небесных тел, чтобы приобщиться вместе с ним к части той небесной гармонии «музыки сфер», которая подбадривала Кеплера в самые мрачные часы бедности, домашней трагедии, травли и двадцати одного года подавления, когда он считал, считал, считал, чтобы открыть законы планетарных орбит. Только пифагорейская уверенность в гармонии чисел во вселенной поддерживала его в перемалывании монотонной работы и подгоняла от одного разочарования к другому, пока наконец он не превзошел свои самые амбициозные надежды. Если нумерология доставляла удовольствие Кеплеру, ее стоит простить за любые шалости, что она с ним себе позволяла, пользуясь его упрямым легковерием.

Увидев раз, как закон музыкальных интервалов вдохновил Пифагора на философию чисел, следует посмотреть его глазами на полученную в результате музыку божественных

декад. К своей радости по этому поводу, Пифагор открыл, что тетрады 1, 2, 3, 4 как таковые содержат небесную гармонию. Что до «октав» в нотах, то справедливо соотношение 2/1 с их «пятой» в соотношении 3/2 и с их «четвертой» в соотношении 4/3. Эти базовые, установленные опытным путем факты гармонии были открыты (возможно) передвижением клина монохорда и подергиванием различных долей струн.

Пифагорейцы, а после них Платон вывели из элементарной акустики: вселенная одушевленная и небеса с планетами и «зафиксированными» на сфере звездами есть число и гармония. Одной детали доказательства вполне достаточно для примера. Поскольку в музыкальной гамме Пифагора семь интервалов и поскольку на момент изобретения гаммы было известно всего пять подлинных планет, и потому что эти пять планет, если прибавить к ним Солнце и Луну, становятся числом семь, то, следовательно, планеты есть музыкальная гамма. Принимая во внимание фундаментальные постулаты учителя, что все сущее заключено в декадах и что «все сущее есть число», ни один логик или математик не стал бы спорить с доказательством Пифагора или Платона, если только он не имел намерения транспонировать их в символы, с которыми только он был знаком. Такого рода опыт убедит любого, что результат, достигнутый прямым математическим (или дедуктивным) доказательством, может не иметь отношения к миру научного или чувственного опыта или просто не отвечать здравому смыслу. Если постулаты не согласуются с проверяемым или уже проверенным опытом, выводы, основанные на них, не имеют значения в чувственном мире. Подобные утверждения, вне всякого сомнения, банальны, но от этого они не менее справедливы. Любой человек с рациональным мышлением принял бы их, однако многие рациональные ученые убеждали коллег принять фактически непроверяемые утверждения, потому что они были выведены с помощью безупречной логики, математической или иной, из допущений, которые рациональному мышлению нет нужды принимать.

Итак, нам придется опять воздержаться от презрительной усмешки в адрес науки и теологии наших предшественников.

Принимая сказанное во внимание, было бы крайне поучительно взглянуть на выводы, которые ученые мужи, чей интеллект был явно не ниже нашего, вывели из кругового движения планет. Начнем с Платона и его выводов, наиболее рафинированных из всех.

«Когда разум, – начинает Платон, – который занимается равными истинами как в круге Иного, так и в круге Такого же, в сфере самодвижущегося безмолвного движения тишины, когда разум, говорю я, находится вблизи восприятия, а круг Иного также движется по намекам разума для всей души, тогда появляются справедливые мнения и убеждения. Но когда разум попадает в зону рационального и круг Такого же, плавно продвигаясь, свидетельствует об этом, тогда образование и знания неизбежно совершенны». Все подобные утверждения поддаются прямому доказательству при допущении, что мы принимаем постулаты нумерологии пифагорейцев. Но все они потеряли ту значимость, которую когда-то могли иметь, возможно кроме чрезвычайно зачаточного описания движения планет. Тем не менее не все из подчеркнутых высказываний, сокрытых в совокупности мысленных образов Платона о сферах и движущихся кругах, утратили свое значение, когда мысль человеческая расширилась «солнечными процессами». Было бы интересно увидеть, какими могли бы быть некоторые предполагаемые факты в сокрытой астрономии метафизики Платона о «чувстве» и «разуме». Пифагорейцы отталкивались от наблюдения (возможно, теневых контуров во время затмения), что Земля есть сфера или как минимум закругленная. И это был предполагаемый факт, такой же старый, как само человечество, что звезды закреплены на поверхности широкой сферы с Землей в центре. В данном случае слово «чувство» (чувственный опыт), о котором говорил Платон, запутал разум. Никакой сферы нет, хотя чувственное, зрительное восприятие подтверждает это с такой же уверенностью, с какой астрономы, раздвинувшие человеческое видение с помощью созданных человеком инструментов, сообщают, что нет пределов по глубине «звездных небес». Тверже, чем сам Пифагор в своей вере в число, Платон пренебрег наблюдением в астрономии и вывел шарообразность Земли напрямую из допущения, что из всех тел совершенна только сфера. И

подобным же образом он поступил с небесной сферой для звезд. Они обе должны быть сферами, что вытекает из того, что Единица, создатель небес и Земли, самим своим совершенством не может создать ничего несовершенного.

Пифагорейцы были не столь категоричны, как Платон, в пренебрежении индуктивным методом, основанным на чувственном восприятии. В центр своего космоса они поместили Гестию и ее Центральный огонь, чтобы распределить пламя и тепло на Солнце и другие планеты. Теперь это кажется достаточно наивным предположением. Но необходимо помнить, что надо было как-то пристраивать богов, а Гестия предложила именно то, что требовалось. Невидимый глазам простых смертных, Центральный огонь стал объектом размышлений бессмертных, видевших все, при этом оставаясь незамеченными. Отец богов и людей, следовательно, использовал Гестию как хранительницу смотровой башни, с которой можно было обозревать грешное человечество.

Хотя Гестия не была солнцем, как это могло поспешно показаться, этот гипотетический центральный очаг вселенной дал Копернику, жившему в 1473–1543 годах, толчок к его гелиоцентрической теории строения Солнечной системы. По крайней мере, он (или его любезный редактор) написал об этом в посвятительном послании тогдашнему папе римскому, возможно в попытке избежать порицания, подкрепив описание своего нововведения ссылками на Античность. Так Гестия, хотя и чистая выдумка, и слабая гипотеза, наконец оправдала Пифагора на суде науки.

Вокруг невидимого очага своей вселенной пифагорейцы расположили Землю, Луну, Солнце, пять планет, известных в то время, и сферу с неподвижными звездами. В наборе не хватало десятого элемента, как требовала совершенная десятерица. Мы уже не раз показывали, как они покрывали дефицит, подставив невидимую планету Антипод между Гестией и Землей. Это десятое тело их небесной системы было более реально для них, чем девять остальных, поскольку это было абстрактное число десять.

Скептик, не веривший в богов, едва ли мог согласиться с теологическим объяснением невидимости Центрального огня. Чтобы удовлетворить и его, пифагорейцы измыслили одну из своих наиболее оригинальных теорий. Населенные регионы Земли, указывали они, все расположены на той стороне Земли, которая всегда повернута в противоположную сторону от центра ее орбиты. Поэтому, чтобы увидеть Центральный огонь, было бы необходимо пройти дальше Индии. Поскольку даже сам Пифагор не путешествовал так далеко, маловероятно, что кто-то еще сделает это. Но предположим, такой человек нашелся. Гестия все равно останется ему не видна, потому что между ней и Землей окажется невидимый Антипод. Разве путешественник не может подождать, пока Анти-Земля пройдет мимо? Он не может: Земля и Анти-Земля держат равную скорость, вращаясь вокруг Центрального огня. Даже новаторы XIX века, заполняя космическое пространство, не могли объяснить невозможность увидеть невидимое.

Заполнив небесную декаду с нумерологической точки зрения, каждое из десяти небесных тел распределили на свою собственную вращающуюся сферу. Расстояния этих вечно вращающихся сфер от Центрального огня предположительно соответствуют простым нумерологическим отношениям одного числа к другому. Естественно, тетрады и их гармоничные отношения были открыты в этой небесной арифметике. Они были ловко внедрены в нее до начала астрономических вычислений. Декады были также спрятаны в десяти небесных телах, сферы в своем движении создавали к тому же неслышимую музыку, «музыку сфер», которая очаровывала ученых и поэтов от Пифагора и Платона до Кеплера и Шекспира: «Нет, то не круг, что у тебя в руках, / Он как полет божественных созданий, / Еще поет как хор церковный в храме» – так говорил Лоренцо Джессике. Абсурд, без сомнения, но в какой-то степени угнетает меньше, чем морской альманах. Венценосная каверзность всего этого состояла в совершенно рациональном объяснении, почему же так случилось, что смертные (за редким исключением в лице настырного и одаренного богатым воображением Кеплера) не слышали ничего о небесной гармонии сфер. Это возвращает нас обратно во времена Пифагора и легендарной наковальне. Потому что наковальня продолжает издавать

свой резкий металлический звук вечно, днем и ночью, год за годом, музыка сфер производит на наш истощенный слух не больше впечатления, чем грохот в кузнице с десятью музыкальными наковальнями. Этот штрих наверняка добавил сам учитель.

Возможно от более прямой интеллектуальной честности, чем у Пифагора, Кеплер с презрением относился к попыткам уклониться от настоящих трудностей при помощи таких слишком поверхностных ухищрений. Уверенный в том, что его неземная душа, если не все буйные чувства, ощущает небесную гармонию, Кеплер записал песню сфер на нотный лист. Медлительные тела, оказавшись рядом с Центральным огнем, поют басом или контральто, как и у Пифагора, издалека, но высоким голосом поет тенор или сопрано. Мелодия едва ли сравнима по сложности с любой из необычных симфоний планет Холста. Но она устраивала Кеплера, когда он выстукивал ее для себя, делая расчеты одной за другой орбиты, плохо сочетающейся с другими орбитами, в самой удивительной работе по арифметике, когда-либо выполнявшейся подверженным ошибкам человеком для получения проверяемого научного результата. Музыка, услышанная Кеплером, должна была быть чище и проще, чем мелодии сирен, что транспонировал Платон в свою небесную метафизику.

Переходя сейчас к более высокой области пифагорейской астрономии, необходимо вернуться к далекой предыстории, задолго до того, как Египет и Вавилония были лишь предполагаемой возможностью для кочевых племен, совершавших свои переходы в местах будущих центров древних цивилизаций. В умеренном климате до сих пор не обнаружено каких-нибудь апатичных к знаниям рас, которые не обращали бы внимания на неизменное повторение весны, лета, осени и зимы. Века пассивного наблюдения особенностей поведения небес, например смены времен года, научили первобытных людей, что смена времен года и движение созвездий настолько предсказуемы, насколько предсказуема смена дня и ночи. Медленно раздвигая границы познания в астрономии, они установили более замысловатые периодичности в движении небесных тел и менее заметной смене сезонов и спустя тысячелетия добрались до наивысшего уровня в потрясающем открытии о предварении равноденствий. Следом зафиксировали на небесах Великий год (то есть полный цикл предварения равноденствий), равняющийся около 25 800 годам, в конце которого все движение начнется вновь по старым марш рутам, которые они только что завершили, пока новый Великий год не начнет свой путь по небесам, и тогда цикл повторится еще раз, и так далее, пока существуют звезды. Повторение этого вечного движения имеет точность до минуты: это не просто последовательность созидания, как представлял себе Анаксимандр.

Одно из наиболее понятных и побуждающих к мысли утверждений в данной циклической теории движения вселенной, хотя и долго непризнаваемое, разумеется, принадлежит Евдему Родосскому, неизвестно когда родившемуся, но жившему до 350 года до н. э., ученику Аристотеля, историку математики и астрономии. Его версия, по крайней мере, намекает на видение Платоном Великого года, или Вечного движения. Евдем, обращаясь к своим ученикам, говорит: «Если верить пифагорейцам, то наступит час, и я снова буду секретничать тут с вами, и в руке у меня будет такая же маленькая указка, и снова вы будете сидеть передо мной, и так будет со всем остальным». Время и вечность идут по жизни в паре, как на изображении змеи Уроборос, пожирателя своего хвоста, пожирателя, не покусившегося на «бессмертного червя». Этот мрачный сон вращения времени, как говорят, посещал вавилонян, когда они открыли предварение равноденствий. До тех пор Время не настолько было захвачено Вечностью, и оставалась надежда, что человек может стать хозяином своего будущего. Но когда стало очевидным, что небесные тела повторяют все сложные элементы своего пути бесконечное число раз, стало ясно, что Время, почти поглощенное Бесконечностью, мгновенно объединило прошлое и настоящее. На основании этого открытия все, что случилось когда-то, начинает случаться заново, поскольку оно должно происходить время от времени, раз уж Время и Вечность впервые объединились.

Должно существовать что-то непреодолимо привлекательное для пытливого ума в этом древнем изображении змея, ловящего себя за хвост. Любопытная деталь его собственного кольцевого движения в созерцательной философии от вавилонян до Ницше, жившего в

1844–1900 годах, состоит в том, что многие из веривших в круговое движение Времени также поверили в то, что они были первыми, кто когда-либо поверил в бесконечно повторяющееся движение вселенной. То, что здесь содержится очевидное положение, противоречащее самому себе, вовсе ничего не значит для тех, кто, подобно несчастному Ницше, самоистязал себя, безумно размышляя об ужасе бесконечной реинкарнации в их теперешнюю форму. Лучшим примером бездумной отваги неконтролируемого воображения при экстраполяции одного обозреваемого факта (в данном случае предварения равноденствий) на другой является Вечное движение.

Было бы интересно рассмотреть нумерологическую версию Платона о Вечном движении, особенно в беспорядочном сплетении его Великого года с Брачным числом, затянутым в крепкий узел, но следует двигаться дальше, кратко остановившись на одном или двух витках. Брачное число, как утверждает ряд экспертов по платонизму, равно 60 в четвертой степени, или 12 960 000. Это большое число было упомянуто в связи с арифметикой вавилонян, там же было отмечено, что одним из самых жестких требований к осмысленному вниманию всех нумерологов является наличие множества делителей. Мистические последствия этого факта элементарной арифметики неисчерпаемы.

Чтобы найти подсказку и определиться с возможностями, последуем за Платоном и ограничим наше исследование двумя делителями 360 и 36 000. Первое является изначально грубым примитивным приближением к количеству дней в году. Отклонение не больше чем на 5 дней практически нечитаемо для целей нумерологии, поэтому легко оправдать Платона за то, что он не обратил на него никакого внимания, как и жившие ранее шумеры и существовавшие до них дикари. Те, кто жили еще раньше, возможно, поступали похоже. Поскольку 360, согласно Платону, пифагорейский или земной год, 36 000 – это 100 таких годов. Но 100 – «законно» квадрат (10 × 10) божественной декады (10), а следовательно, божественно божественное. Но опять некоторые из пифагорейцев, а возможно, и астрологов-вавилонян утверждали (исходя из первого в наивысшей степени ошибочного предположения по поводу требуемого периода для полного цикла равноденствий), что 36 000 земных лет и есть число, точно соответствующее равноденственному, или космическому, году. Из этого Платон сделал вывод, что полный срок жизни одного человека есть или должен быть 100 земных лет, где каждый год состоит из 360 дней. Из этого вытекает, по словам Платона, что один день в жизни человека равен одному году в жизни вселенной. Человек проживает только короткий отрезок времени, но он проживает этот отрезок быстро.

Даже такие области, как эсхатология, искусство управлять государством и эпистемология, не были оставлены вниманием пифагорейцев, как, разумеется, и должно было быть. В противном случае все сущее не стало бы числом. По одному примеру синтеза по каждому направлению будет достаточным. Первые два неинтересны для истории, в отличие от третьего. Все типичные для философии учителя, без сомнения, были основательно изложены в пропавшей «библии» Филолая.

Во-первых, в «Республике» Платона есть несколько жутковатая нумерология преисподней, о которой рассказывает «бравый парень Эр, сын Армения, памфилиец по рождению». Кто заинтересовался, пусть ищет детали там.

Затем упомянем таинственное число 5040, которое Платон приводит в своих «Законах», где этому числу соответствует количество жителей его идеального города. Всякий, кто учил перестановки и комбинации элементарной алгебры, распознает 5040 как общую сумму различных вариантов положения числа 7 в ряду, скажем, 7 книг на полке. Число равно 1 × 2 × 3 × 4 × 5 × 6 × 7. Записанное в таком виде, оно, к нашему смущению, очевидно раскрывает нумерологические возможности. Проявляется даже сверхсакральное число 7, не говоря уж о женском числе 2, мужском 3, числе справедливости 4, числе здорового тела 5 и совершенном числе 6. Среди прочих значений, представляющих интерес для гражданского уложения, 7 есть число вершин Платона, которые должны быть преодолены для приобретения знаний и мудрости, а в действительности 7 есть сами эти

вершины. В этом энциклопедическом числе заключено бесконечно многое. Любой нумеролог космоса насчитает в 5040 точно 60 делителей, в то время как в 60–12, в 12 – совершенное 6, а в 4 – справедливость 4, когда 4 содержит точно 3, а 3 содержит точно женскую 2, которая точно содержит 2, и т. д. 2-2-2-… навеки. На основании указанных фактов можно показать, что Идеальный город заключен в Брачное число и что он вечно возвращается, будучи однажды жестко («четверно») возведенным. Внедрение зодиакального 12 слишком очевидно, чтобы говорить о нем специально. Число 3 представляет Идеальную семью в городе в течение всего Великого года.

Третий пример совсем другого толка. Это ограниченный принцип дихотомии, или последовательного деления на 2, за исключением декадического ограничения до 10 дихотомий, фундаментальный инструмент классической логики от Аристотеля до Средних веков и далее.

В предыдущей главе было указано, что первый шаг в науке – это классификация, как в истории природы деревьев и животных. Дихотомия – один из методов классифицирования сложносоставного вида на более простые подклассы и подвиды, до тех пор пока (если процесс продолжается достаточно долго) исходный вид не будет разделен на подвиды, в которых либо будет только один член, либо ни одного. На каждой стадии по меньшей мере один из подвидов разбивается на два. Теперь все вещи, согласно теории пифагорейцев, делятся на две категории противоположностей, одна из которых относится к числу ограниченных, а другая располагается на стороне неограниченных. Но поскольку декада есть часть вселенной, то должно существовать 10 пар противоположностей. Каждая пара есть дихотомия от Единицы. Например, ни одно тело во вселенной (Единица) не может быть в покое и в движении в любую единицу времени, и каждое тело находится в покое и в движении в любую единицу времени. Следовательно, Покой и Движение составляют пару противоположностей, которые призваны дихотомировать Все, или Единицу. Полная декада противоположностей, как решили пифагорейцы, должна выглядеть следующим образом:

1. Ограниченный – Неограниченный
2. Нечетный – Четный
3. Единственный – Множественный
4. Правый – Левый
5. Мужской – Женский
6. Покой – Движение
7. Прямой – Непрямой
8. Свет – Тьма
9. Добро – Зло
10. Квадрат – Овал

После того как несколько примеров пифагорейской науки были продемонстрированы, должно стать очевидным, что дихотомированная декада содержит неограниченные возможности для нумерологии в науке, философии и чистом разуме. Многие из них были выработаны нумерологами и логиками Античности и Средних веков. Миллионы человеко-часов и тысячи жизней растрачены ради этой беспредельной задачи, цели которой ни один здравствующий ныне человек не сможет определить. Весь проделанный труд оставил лишь небольшой сухой остаток в тривиальных тонкостях логики, которая долгое время представляла лишь антикварный интерес только для тех немногих, кто действительно помнит о ее существовании. И в то время как все это, несомненно, неплодородное поле деятельности культивировалось со страстью почти уникальной в истории человеческой мысли, куда более потенциально урожайное поле деятельности экспериментальной науки, о которой Пифагор также упоминал, лежало невозделанным и запущенным.

За этот неправильный выбор области приложения (если при последнем обследовании его сочтут таковым) Пифагор ответствен в первую очередь. Когда он открыл законы

музыкальных интервалов, перед ним расстилались два пути. Один вел обратно в потемки мистицизма и суеверий, а другой – вперед к неоткрытым возможностям экспериментальной науки. Сделав первый шаг в неизвестном направлении, Пифагор внезапно повернулся и пошел старым избитым путем в прошлое. Но он не всегда двигался назад, подобно некоторым из его учеников. Если в своих слишком амбициозных попытках создать сложную науку о вселенной уровень его мышления был донаучным, подобное нельзя сказать о его вкладе в традиционную математику. Только из-за фанатичных стараний Пифогора подчинить все возможное, от звезд до гуманистических ценностей, власти чисел, его мышление оказалось донаучным и дологическим. В этом плане его интеллектуальная активность оказывалась отброшенной назад к каменному веку. Примитивность столь длительных сумерек между абсолютной дикостью и примитивной цивилизацией была не менее суеверной перед лицом природы, чем сам Пифагор со своей лучезарной мечтой о том, что бесконечная сложность природы проста, как арифметика для детей. И это стало его последним открытием. Дороги по-прежнему не выбраны. По какой пойдем мы? Возможно, это окажется не столь важно, когда настанет конец путешествия и мы приляжем отдохнуть в холодных лучах заходящего солнца. Но какой бы путь мы ни избрали, мы будем слишком холодными и равнодушными, если не почувствуем хоть немного того тепла, которое согревало первых поверивших в рациональность мироздания. Только одно в вечном потоке, кажется, остается неизменным, является ключом к единству, к Единице в хаосе многообразия и смятения Многого. Два огня, две планеты, двое родителей – это просто разные аспекты одного неизменного числа при неизменности вечного. Если число не было по-настоящему Богом, откуда же взялись бы силы создавать или разрушать других. Число правит космосом с неподкупной справедливостью, более беспристрастной, чем та, которую проявляют целые пантеоны капризных богов. Только число в одиночку держалось против ветра в утверждении: «Нет ничего постоянного». Оно одно выдюжило и существует, все остальное стало временным проявлением и иллюзией. Все сущее стало числом только в том смысле, что рождало понимание, а для понимания всего сущего, от движения планет до воплощения суда Божьего, необходимо и достаточно понять число.

Это была великая мечта, простая, как детство, но великая, и она не погибла. Но она была только мечтой, и ее возвращение в наши дни не может ничего добавить.

Глава 15
Так создал он?

«Все, что зрится, мнится мне, / Все есть только сон во сне…» – эта строчка передает сомнение, которое многие люди науки чувствовали, оглядываясь на результаты своего жизненного пути, посвященного попыткам разобраться в своем отношении к вселенной. То же случилось с Пифагором, если верить свидетельству его ученика (кем бы он ни был), который записал последнее земное откровение своего учителя. Это пугающее (хотя и в некоторой степени характеризующее нравственное величие мечтателя) размышление, пусть и в менее зловещей форме, еще не раз будет волновать передовых пифагорейцев XX столетия. Приведем одну современную версию в качестве введения к учению предка, жившего двадцать пять столетий назад. Так мог бы сказать и сам Пифагор, но это – Эддингтон, работа «Пространство, время и тяготение», изданная в 1920-м.

«Одно дело для человеческого разума извлечь из явлений природы законы, которые он сам поместил туда, много сложнее извлечь законы, над которыми он совсем не властен. Вероятно даже, что законы, которые никак не связаны с человеческим разумом, могут оказаться иррациональны, и мы никогда не сумеем даже сформулировать их.

…Мы обнаружили, что там, где наука продвинулась дальше всего, разум лишь заново обрел то, что когда-то вложил в природу.

Мы нашли странный след на берегах Неведомого. Одну за другой мы изобретали солидные теории, чтобы объяснять его происхождение. Наконец нам удалось

реконструировать существо, оставившее след. О боже! Это же наш след!»

Когда Пифагор ощущал потребность в одиночестве, он уходил со своей лирой к тому самому гроту Прозерпины, где когда-то его отыскала Теано. Однажды, медитируя и играя на лире, он извлек аккорд главной терции и под затухающие звуки погрузился в свои грезы. Все, от чего «строгая власть потребности» (его собственная фраза) ограждала его в реальной жизни, теперь было легко достижимо. Наяву он когда-то разложил музыку на числа; в своем сне-размышлении он отыскал эмпирические ключи (столь же простые, как его монохорд), отпирающие все тайные двери физической вселенной – от движений небесных тел до циркуляции исходных частиц материи. Некий разум, много более прозорливый, чем его собственный, подвел его к пониманию немногочисленных и удивительно простых законов, управляющих всем. Подобно собственному закону музыкальных интервалов, законы целого мироздания, воспринимаемые чувствами, оказались законами математики. Поэтому они могли быть только работой разума. Но какого разума? Только разум Великого архитектора вселенной, Высшего математика, способен был на создание этих немногих простых и универсальных законов, регулирующих все от планет до атомов. Подобравшись к пределу вселенной, мыслитель подошел к непроницаемой стене Хаоса – «Внешней бесконечности» – пределу узнаваемого.

Видение становилось менее четким. Проскользнув в одно из своих самых ранних воплощений, Пифагор снова почувствовал себя Орфеем. В той туманной жизни он умел околдовывать все живые существа своей музыкой, и даже недвижные камни откликались на его лиру. И вот в том своем воплощении, во сне, он видел, как все во вселенной повиновалось его музыке. Он, а не Высший математик был учителем. И на этом пророчески тревожном узнавании сновидец прекратил быть Орфеем и, погрузившись в более глубокий сон, стал снова человеком, ищущим основное знание.

Эпизод с Орфеем был всего лишь грозной интерлюдией, предупреждением самонадеянному мыслителю о том, что может произойти, если он продолжит грезить. Аккорд доминанты седьмой ступени послужил сигналом к возвращению в мир грез человеческих чувств. И поскольку способности мыслителя усилились до сверхъестественных, Пифагор возобновил анализ материальных вещей. На сей раз он будет искать и конечно же найдет пределы и максимумы, хотя и сомневаясь в их существовании.

Геометрические формы всех тел уже стали знакомыми ему; и по мере того как он двигался по шкале от материального к нематериальному, от вещей осязаемых к невидимым атомам, составляющим их, он открывал одни и те же математические законы, управляющие всем. За атомами вещество рассеивалось. Оставалась только мысль, проявленная как математика. Он начал сомневаться в существовании внешней стены ограничения между разумом и Хаосом, между существующим и несуществующим, между бытием и небытием.

Если не существовало больше границы познаваемой вселенной, где находился он? Неужели и стена тоже исчезла или обратилась в чистую мысль? Если хоть что-нибудь противостояло его разуму, безмерно крепкая, непроницаемая стена Хаоса оставалась бы неизменной на его пути, и он почувствовал бы ее на ощупь. Но это неощутимое ничто, которое струилось сквозь пальцы, этот бесполезный остаток от всех его исследований сути разумного наполнял его страхом и безотчетным желанием упереться во что-то твердое. Подталкиваемый ужасом безумия, он начал ощупывать пустоту в поисках стены, границы Хаоса.

Граница двигалась навстречу. Но она оказалась совсем не такой, какой он увидел ее сначала. Теперь это было бесконечное зеркало без вещества. Он, казалось, увидел себя в зеркале, потом превратился в кого-то бесплотного. Соединившись со своим собственным изображением, он прошел в стену. То, что воспринималось как непроницаемый Хаос, не оказало никакого сопротивления.

За пределами Хаоса Внешнего бесконечного, ограничивающего вселенную, где был он? Неужели он преодолел весь этот путь? Он понял, что вселенная закрыта, но не

Хаосом или любой другой стеной, поскольку он возвратился к тому месту, откуда

начал свой путь. Но где был он теперь?

Потрясенный Пифагор осознал, что он был сразу всюду и нигде в противоречащем мироздании своих собственных мыслей. Борясь, чтобы найти что-то вне себя, за что могло бы уцепиться его сознание, он вспомнил своих учеников. И тут же засомневался в их существовании. А не были ли они также иллюзорными созданиями его собственного разума?

Чтобы прийти в себя, он повторил их формулу окончательности: «Так сказал он!» Все их сомнения относительно действительности сметала одна эта формула. Пробудившись от звука собственного голоса, Пифагор услышал себя, как он предостерегает своих учеников:

– Разве не лучше говорить: «Так создал он»? С этими словами Пифагор поднялся, вышел из грота Прозерпины и направился к своим живым ученикам. Он предстал перед ними «бледный, с мрачным выражением на лице и сказал, что побывал в Аду».

Мирные дни в Кротоне подходили к концу. Две губительные глубочайшие болезни философии Пифагора вызрели и ускоряли распад братства как единого организма. Одна уже была упомянута: агрессивная антидемократическая философия братства и его постоянное вмешательство в политику вызывало угрюмую ненависть у большей части населения. Разногласия по поводу дележа трофеев после победы над Сибарисом дали Килону возможность взвинтить эту пассивную враждебность и побудить ее к активному восстанию против аристократической олигархии. Более серьезной болезнью организации была ее замкнутость.

Тайны, наиболее ревниво охраняемые братьями, имели предполагаемую космическую и практическую важность. Одновременно трагично и смешно, что все они были нелепым абсурдом. Главным поводом к восстанию против пифагорейцев являлось опасение, что тайное знание, которым владеют аристократы, навсегда останется в их руках. Слухи о могущественных тайных знаниях, которые копят математики, просочились в демократическую толпу. Необразованные мятежники всех видов и мастей строили свои домыслы на слухах, полных искаженными намеками на то, что вещал Пифагор за занавесом. Почему только математикам дозволено разделить опасное знание их учителя? Поскольку они были его соучастниками в нечестивой и богохульной черной магии. Толпа начала возмущаться, что магия угнетает народ. Пифагор и горстка его приспешников подрывали основы демократии своим колдовством. Выгнать их прочь, пока не станет слишком поздно. Та часть учения, которая самими пифагорейцами возносилась превыше всего, так же воспринималась и толпой. И то единственное, что из всех изобретений учителя могло бы помочь угнетенным возвыситься и рабам наконец сбросить свои цепи, осталось без внимания, как мишура, не имеющая никакой общественной ценности. Если восставшие против хорошего управления (каким таковое воспринимал Пифагор) и подозревали о существовании экспериментальной науки, ради приобретения полученных этой наукой знаний или права управлять плодами этих знаний они не сделали никаких усилий, так же как сегодняшние мятежники против плохих правительств упускают самые очевидные возможности. Вместо этого толпа жаждала получить другие могущественные средства для достижения умственного и физического благополучия. Узнать, что мужским числом брака является число пять, женским – шесть; что два есть число мнения, а четыре – справедливости; что всему божественному соответствует число единица, что никогда нельзя садиться на горшок объемом в кварту; что огонь в очаге никогда нельзя ворошить железной кочергой; что в зеркало нельзя смотреть, когда оно отражает свет; и, что самое важное, коромысло весов никогда нельзя переступать, чтобы стрелка весов божественного правосудия не оказалась направлена в преисподнюю. Им предлагали науку, они выбрали суеверие.

Пока это суеверие сам учитель преподносил как священные тайны, они не казались детским лепетом, лишенным смысла. Но всякий, задавшись целью, не прилагая особой фантазии, мог карикатурно исказить даже самые рациональные из них, превратив в пародию разумное рассуждение. Килон обманом завладел полным описанием и толкованием всей нумерологической божественной декады. Чтобы успокоить страхи тех, кто шел за ним,

Килон поделился с ними всеми высшими тайнами математиков. Килон выставлял перед толпой секретные доктрины математиков в нелепо карикатурном виде, умышленно искажая и уничижительно высмеивая их как бессвязные блуждания мыслей безумных лунатиков.

Толпа избавилась от веры в превосходство интеллектуалов. Обрадованная, она начала переносить смоделированное демагогом превосходство на всякое знание и мудрость. В душе каждый все еще боялся магии математиков, но, слившись с толпой, он легко мог впасть в тот трусливый вид храбрости, когда «один за всех и все за одного». Они созрели для коллективного убийства. Куда бы ни направил их Килон, они последовали бы за ним. Он повел их к дому Милона.

Милон один был сильнее любых двадцати человек из взбесившейся толпы, он пробился сквозь них и убежал. Прошли годы. Глубоким старцем, в горьком и мучительном изгнании, в одиночестве встретил свой конец. Милон пытался разорвать раздвоенное трещиной дерево, но силы оставили его. Трещина сомкнулась, зажав как в тиски, его руки. Шел снег. Даже днем фигура человека, пытавшегося освободиться, четко выделялась на фоне снега, ну а когда взошла полная луна, пустынный пейзаж заблистал столь же ярко, как днем. Прежде чем беспомощный человек умер от голода или замерз, волки нашли его.

Другие не спаслись. Записи разнятся по числу погибших в огне. Некоторые повествуют, что и Пифагор оказался в огненной ловушке с лучшими своими учениками, когда толпа подожгла дом, предварительно заблокировав все выходы. Другие утверждают, что учитель скрылся и добрался до Метапонта, где нашел почитание себе и своему учению вплоть до времени, когда вечность забрала его.

Третьи рассказывают, что Пифагор не стал ждать, пока время возьмет власть над ним, и по достижении семидесятого дня рождения решил, что он прожил достаточно долго, и отказался от еды и питья. Спустя два столетия (а по свидетельству некоторых, и того меньше) после его смерти братство пифагорейцев повсеместно прекратило свое существование.

Глава 16
Намеки на бесконечность

Два вывода из позитивных достижений пифагорейцев в области арифметики и элементарной геометрии повлияли на последующее развитие науки и философии. Во-первых, вера в то, что «число» можно выразить определено таким образом, что по крайней мере физическая вселенная может быть последовательно описана в числовых значениях. Во-вторых, всеобщая уверенность в том, что выводы, полученные в ходе математических рассуждений, обладают большей достоверностью, нежели полученные любыми другими способами. Оба вывода были подвергнуты сомнению, особенно в последнее десятилетие XIX столетия. Каждое было последовательно изменено много раз, чтобы соответствовать возросшему уровню знаний, но базовые положения в обоих случаях оставались неизменными. Вместе они по-прежнему остаются сопряженными постулатами до сих пор не опровергнутой, но и не подтвержденной гипотезы: рациональный расчет (как минимум) физической вселенной возможен, и, когда он наконец будет выполнен, он будет соответствовать чувственному опыту и наделит человечество способностью предсказывать естественный ход развития природы.

В этой честолюбивой мечте не утверждается, что вся природа найдет отражение в одной-единственной формуле, как когда-то предполагали античные нумерологи. Но предвидение все более и более инклюзивного синтеза и последовательно более близкие приближения к «реальности» не все воспринимают как иллюзию, хотя сомневающихся предостаточно. Весь прошлый опыт подтверждает, что первый шаг в неизведанное в конкретном направлении может увести нас далеко от цели исследования, следующий уже не столь далеко, и так далее, пока мы не выдохнемся. Но все вместе приближаются к воображаемой конечной цели, хотя и никогда не достигают ее окончательно, а немногим

приходится начинать путь сначала.

Ни в математике, ни в естествознании нет никакой уверенности в достижении подобного устойчивого прогресса. Одна надежда – что, продвинувшись по избранному пути столь далеко, мы (или наши преемники) сумеем найти верную дорогу к будущему. До настоящего времени все свидетельствует только лишь о беспорядочных предварительных исследованиях во многих направлениях с частыми возвращениями почти к отправной точке. Но не совсем. Некоторые знаменитые достижения все-таки имели место, пусть даже они лишь достигли преград, о которых и не подозревали наши предшественники. Они или удаляли преграды, или обходили их и перемещались на новое направление. Так же можем поступать и мы.

В этом непрерывном, хотя и не слишком заметном продвижении каждая эпоха передает следующей моральное обязательство не пренебрегать задачами, решенными только частично. Пока прошлое неясно, будущее неопределенно. Две трудноразрешимые задачи двадцатипятистолетней давности все еще сопротивляются окончательному решению и остаются столь же урожайными на новые методы скрупулезного размышления, как и в тот момент, когда с ними впервые столкнулись. Одна касается значения «числа»; другая – возможности и надежности дедуктивного умозаключения. Обе ведут свое начало от оптимистичной веры пифагорейцев, что «числа» в своем первозданном виде представляют собой самый простой язык, достаточный и для математики, и для рационального описания целой вселенной. Такой подход пифагорейцев был слишком упрощенным и явно недостаточным.

Как мы видели, ранние пифагорейцы признавали, что натуральные числа 1, 2, 3… и дроби, или «отношения», полученные делением одного целого числа на другое, не могут быть использованы для измерения столь элементарной «величины», как диагональ квадрата, сторона которого взята как единица измерения по длине. На самом деле они доказали, что корень квадратный из двух не является рациональным числом. В частности, они предположили, что их первичные числа (рациональные числа) не измеряют длину всех линий. Тогда возник вопрос значения такого понятия, как «длина линии». Было ли обязательно измерять все линии числами?

Перед ними открывались три возможности. Либо за иррациональными числами (такими, как корень квадратный из двух) не признается статус «числа»; либо первоначальное понятие «числа» расширяется и оно начинает включать в себя и рациональные и иррациональные числа; либо в науке появляется нечто совершенно новое, и числа перестают коррелироваться исключительно с линиями. Греки после пифагорейцев выбрали третью возможность и на этом пути столкнулись с понятием математической бесконечности.

Чтобы рассуждать о бесконечности, им пришлось усовершенствовать дедуктивный метод. Преодолевая сложности решения отдельных задач с иррациональными числами, они по неосторожности допустили в свою логическую цепочку некоторые допущения. Эти допущения либо не замечались, либо игнорировались как не имеющие прямого отношения и несущественные для математики, пока ближе к концу XIX столетия они резко не заявили о себе в современной математике. Вот тогда-то в самых основах, на которых зиждилась вся математика начиная с XVII века, стали проявляться противоречия и парадоксы. Сначала все обнаружили несовершенное понимание математической бесконечности. Затем более тщательный анализ некоторых парадоксов бесконечности показал, что более серьезные трудности веками были скрыты в логике, которую великие математики от Древней Греции до конца XIX столетия считали отвечавшей требованиям математики и достаточной для ее развития.

На первый взгляд некоторые из этих логических упущений были странно нематематическими. Одни были того же рода, что и высказывание Эпименида Критского «о лживости критян». О других же поговорим, когда представится случай. Пока будет достаточно рассмотреть, как тщательно возделывалась почва для этой сорной травы математиками и логиками в интервале между Пифагором и Платоном.

Из трудов Платона ясно видно, насколько отчетливо он ощущал фундаментальные трудности для эпистемологии, создаваемые иррациональными числами. Борьба по их преодолению, возможно, частично послужила причиной предполагаемого отказа Платона от теории идеальных чисел. Некоторые исследователи считают, что в преклонном возрасте Платон разуверился в своем главном научном достижении – теории идеалов, убедившись если не в полной безнадежности этой теории, то в ее неосуществимости. Правда это или нет, но существенно другое. Один из величайших философов в истории счел необходимым направить основательные усилия на понимание природы чисел, в особенности иррациональных. Проблема иррациональных чисел сильно занимала Платона, и он ругал своих собратьев греков, что они все еще верят (в большинстве своем) вместе с пифагорейцами, что все «измерения» рациональны. «Кто не признает, что диагональ квадрата несоизмерима с его стороной, – заявлял Платон, – не человек, а животное».

Примитивное сознание, по-видимому, испытывает инстинктивный ужас перед бесконечностью – беспредельной, безграничной, бескрайней – в любой из многочисленных форм, в которых бесконечность вынуждает обращать на себя внимание даже дикарей. Знакомые объекты их повседневной жизни кажутся им статичными и по существу неизменными, каждый со своей собственной, постоянно распознаваемой индивидуальностью. Дерево росло здесь, на этом самом месте, сегодня и не исчезало завтра. Оно могло считаться живым, и, без сомнения, в нем укрывался дух, но это было одно и то же дерево, а не другое каждый новый день. Но ветер был динамичным, изменяющимся от момента к моменту, он непрерывно менялся по силе и направлению. Ветер находился вне человеческой власти – «ветер веет где хочет», и его появление и его исчезновение были недоступны человеческому зрению. В некотором смысле ветер оказывался более живым, нежели камни и деревья; ведь ветер никоим образом не был ограничен ни местом, ни временем. Спустя столетия, когда люди научились свободно и без страха считать, предметы, которые были ограничены своим местом в пространстве, как галька и деревья, подчинились правилам чисел и были сосчитаны. Но ветры и непрерывно текущие воды рек и ручьев избежали владычества человека. Что позволяло им перемещаться с места на место и при этом оставаться неизменными во времени, оставалось тайной, и они не поддавались подсчету. Движение ускользало от чисел. Движение оставалось безграничным, бескрайним, бесконечным, не единицей и все-таки не множеством, как, например, горсть гальки.

Но много раньше этого инстинктивного осознания существования неисчислимой бесконечности не столь значительная, но все-таки достаточно тревожащая душу бесконечность появилась из, казалось бы, поддающейся пересчету природы. «Натуральные числа», которыми нумеровались камни и деревья, как выяснилось, не имели конца, хотя осязаемые предметы, обозначенные числами, можно было собрать в конечное множество. Что считали числа, когда все предметы в мире и все звезды в небе были пересчитаны? Хотя человек легко представлял конец всему количеству исчисляемых осязаемых предметов, разуму не удавалось постичь, где лежит предел числам и как выглядит самое большое число, которое уже не превысит никакое другое. Что тогда останется считать во вселенной числам, которые самопроизводились, если только не сами числа? Ничего. Получалось, числа существовали сами по себе. Поэтому пифагорейцы придумали, а за ними в это поверили и все, кто верил им, что числа не были изобретены людьми, а были обнаружены и записаны.

Некоторые выдающиеся математики (современные и из ближайшего прошлого), отказываясь приговаривать себя к подобной резкой дихотомии, пошли на компромисс и остановились на промежуточной позиции. Для Гаусса (1777–1855) (обычно включаемого в число трех или четырех величайших математиков в истории) число, одно из всех математических понятий, являлось потребностью разумной мысли, если не фактически «созданием этой мысли». Для Л.Э.Я. Брауэра (1882—[1966]), лидера в пересмотре логики бесконечного, люди рождены с «первоначальной интуицией» «бесконечной последовательности индивидуально различимых предметов», и поэтому, может статься, уже при рождении им дана способность представлять, что последовательность натуральных

чисел не имеет никакого конца.

Но для большинства нет середины. Числа или плоды человеческого изобретения, или они существуют «вне времени и вне пространства», как существовали для Платона его идеальные числа, навсегда независимые от человеческого сознания, хотя и не за пределами некоторого восприятия со стороны человеческой мысли.

Кем бы ни был тот, кто первым постиг, что натуральные числа не имеют конца, он, видимо, был сокрушен внезапным открытием. Конечно, исчисляемые дни его жизни, даже если бы ему предстояло прожить миллион лет, оказывались ничем в бесконечной продолжительности вечности, и вся его жизнь была всего лишь мгновенной вспышкой в бесконечной темноте. Частица того позабытого ужаса нашла отражение в декаде пифагорейцев. Чтобы избежать «исчисляемую бесконечность» чисел, противостоявшую им, они спрятались за сказку, что все числа за пределом примитивных десяти, которые можно пересчитать по пальцам, имеют лишь повторную, подражательную действительность и могут игнорироваться для целей науки и философии. Самое раннее документарное свидетельство, что этот суеверный ужас перед «исчисляемой бесконечностью» был преодолен, – это доказательство Евклида (приблизительно III век до н. э.), что последовательность натуральных простых чисел 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37… бесконечна. Доказательство косвенное, и сами пифагорейцы могли бы додуматься до него, если бы они столь не боялись довериться разуму за пределами конечного свидетельства очевидности чувственного восприятия.

В чрезвычайно искусном доказательстве Евклида есть намек на коварные логические трудности, на которые реально прольется свет уже только в XX столетии. Особенно это касается метода доказательства от противного и значения «вещественности» в математике. Прежде чем описывать суть, следует вспомнить две детали традиционного дедуктивного умозаключения. Позже мы еще раз столкнемся с этим в связи с диалектикой Платона.

Если мы надеемся доказать, что некое утверждение S истинно и нет никакого иного способа доказать это, мы допускаем, что S, напротив, ложно. Тогда, если из этого допущения мы можем вывести противоречие, по классической логике немедленно следует вывод, что S истинно. Это и есть метод доказательства «от противного», знакомое reductio ad absurdum, или сведение к абсурду, из курса школьной геометрии. Впервые Евклид использовал метод от противного при доказательстве, что, если два угла треугольника равны между собой, противоположные этим углам стороны тоже равны. Он также прибегнул к этому методу при доказательстве, что последовательность простых чисел является бесконечной.

Другой метод классической логики также нашел частое применение в математических рассуждениях. Вместо допущения, как в методе от противного, что утверждение S, которое мы надеемся доказать, ложно, мы предполагаем, что оно истинно. Затем мы выводим следствия из этого предположения. Если известно, что одно из них является истинным, и если шаги, которые вели к этому, логически обратимы, мы можем вывести по всем правилам классической логики, что утверждение S истинно. Но если шаги необратимы, мы не можем вывести правомерность утверждения S, и действительно утверждение S оказывается ложным. В спешке или по невнимательности необходимая обратимость шагов иногда упускается из виду. Подобный метод получил название «анализа», хотя слово это имеет другое важное значение (ненужное для нашей цели) в современной математике. Некоторые историки приписывают изобретение этого метода Платону, который конечно же оценил его возможности и в философском и в математическом рассуждении, даже если он и не являлся ни первооткрывателем этого метода, ни тем, кто первым отстаивал его использование в геометрии.

Метод доказательства от противного и аналитический метод вместе составляют главную тактику, по крайней мере более ранних стадий платоновской «диалектики» – категоричное слово для краткого определения метода рассуждения, но значение которого дает не слишком туманное понимание конкретного метода достижения истины. В диалектике все ложное счищается, как скорлупа ореха, и отбрасывается прочь, пока не

останется ничего или только ядро неоспоримо очевидных утверждений. Однако в который раз природа обнаруженных истин зависит от тех постулатов, на которых базируется логика. Ученый легко может предоставить универсальную вескость постулатов и подобным же образом доказать непогрешимость логики. Как результат – система истин, приемлемых для тех, кто сходится во мнении, что и постулаты и логика бесспорны. В частности, если система должна удовлетворить рациональное мышление, логика не имеет права строить выкладки, не соответствующие постулатам, на которых она базируется. Именно в этом пункте современные математики нашли необходимым проявить осторожность. Утверждение относительно конечного множества предметов или явлений может быть доказано или опровергнуто опытным путем, или поочередно для каждого элемента множества, или, если множество слишком многочисленно, созданием четко определенного правила, посредством которого такое испытание могло бы быть осуществлено в конечный отрезок времени. Если «предметы» являются суждениями и требуется установить правдивость их всех, классическая логика разрешает утверждать, что каждое из них определенно «истинно» или «ложно», и испытание должно сводиться к решению, что есть что. И снова каждый элемент конечного множества имеет легко распознаваемую индивидуальность, благодаря которой может быть отличим от остальных: он именно такой, а не иной. Мы по-прежнему остаемся в пределах области здравого смысла, и пока никто не внес серьезных возражений против математического рассуждения относительно конечного множества, основанного на этих допущениях традиционной логики. Но с бесконечным множеством или бесконечной совокупностью у рационального мышления возникает повод для сомнений.

Возьмем, например, арифметическое утверждение, в котором каждое натуральное число является или четным, или нечетным. Поскольку множество всех натуральных чисел бесконечно, невозможно проверить каждое из них (поделив на 2 и отметив, является ли остаток 0 или 1), чтобы установить, какое оно. Аналогично для простых чисел: мы утверждаем, что любое натуральное число является либо простым числом, либо составным, и, если нам дано число из конечного множества чисел, с которыми возможно производить вычисления в пределах человеческих возможностей, мы определим, какое оно. Но если мы не в состоянии генерировать все четные числа или все простые, до какой степени, если таковая известна, мы можем здраво заявлять, будто все натуральные числа являются или четными, или нечетными; или простыми, или составными? И до какой известной степени можно считать, что существует то, что не может быть ни сгенерировано, ни использовано в выполнимых вычислениях? Есть ли у доказательства «вещественности» без определения метода изготовления та же самая логическая надежность, как у доказательства, которое фактически показывает, как произвести «вещественное» нечто?

Такие сомнения не тревожат тех, кто полагает, что числа существуют сами по себе и люди лишь наблюдают и изучают идеальное царство, в котором числа продолжат существовать, когда человеческая раса прекратит загрязнять землю. Подобно правилам классической логики и теорем геометрии, они также «существуют» в запредельной для человечества сфере Вечной жизни.

Другие же, более приземленные, в попытках обнаружить любые присущие ограничения, которым подчинена определенная система дедуктивного умозаключения, достигают следующих неожиданных выводов. В любой дедуктивной системе, достаточно инклюзивной, чтобы принимать арифметику натуральных чисел, «неразрешимые» утверждения могут быть построены. Утверждение считается «неразрешимым» в отдельно взятой специфической системе, если ни его правдивость, ни его ошибочность не может быть доказана любым способом в пределах этой системы. Существование неразрешимых утверждений обосновывается их демонстрацией и доказательством, что они являются неразрешимыми. Это не вопрос неспособности доказать или опровергнуть некоторые утверждения из-за элементарного недостатка мастерства. Никто и никогда не сможет доказать или опровергнуть неразрешимое утверждение.

Этот конечный вид достоверности возникает из метода дедуктивного умозаключения,

существовавшего приблизительно двадцать три столетия от Платона и Аристотеля к Гёделю, который первый выдвинул (1931) неразрешимое утверждение. Философы Античности и их традиционные последователи Средневековья, похоже, стремились ко всемогущей логике, которая в конечном счете разрешает любую проблему либо положительно, либо отрицательно. Математические логики XX столетия показали, что по крайней мере в математике цели древних недосягаемы. Но усилия всех математиков и логиков от Фалеса до XX столетия по достижению недосягаемого ни в коем случае не являлись пустой тратой времени и мысли. Возникнув из признания Фалесом, что дедуктивное умозаключение одновременно возможно и полезно, и продолжившись в успешных попытках греческих математиков (от Пифагора до Платона) дать последовательный счет как рациональных, так и иррациональных «величин», поиск универсальной достоверности многое выявил из того, что представляет непреходящий интерес для философии не меньше, чем для математики. Столетия позже часть всего, что было открыто во времена культивирования познания ради самого познания, оказалось непреложным и необходимым одиноким труженикам на заре новой эры науки. Можно привести классический пример. Кеплер, возможно, никогда не определил бы орбиты планет как эллипсы (с Солнцем в едином центре), если бы ему была недоступна греческая геометрия конических сечений. Не имея в качестве ориентира законов Кеплера, описывающих планетарные орбиты, Ньютон никогда не предложил бы миру свой закон всемирного тяготения; а без закона всемирного тяготения Ньютона развитие астрономии, физики и современной технологии шло бы совсем не так, как последние два с половиной столетия.

Потрясающее открытие пифагорейцев, что не все числа рациональны (то есть выражение a/b, где a, b – целые числа), знаменует основной поворотный момент в развитии дедуктивного умозаключения. Это оказалось началом возникновения математических теорий непрерывности и бесконечности. Это также послужило поводом для появления значительно иной эпистемологии и пересмотра некоторых старых теорий познания; а в направлении современной науки теория греков о непрерывности подготовила путь к пониманию движения. Эта эпохальная веха в развитии математической и философской мысли столь значительна, что кое-что из ее истории может быть интересным.

После открытия, что квадратный корень из двух не является рациональным числом, греческие геометры доказали подобное для многих других квадратных корней. Во времена Платона существование иррациональных чисел (как мы сейчас сформулировали бы) занимало философов, которые только от случая к случаю интересовались математикой. В диалоге Платона «Теэтет» Сократ пытается добиться от Теэтета объяснения понятия «знание».

«– Наберитесь храбрости и смело скажите, что вы считаете знанием:

Набравшись храбрости, Теэтет отвечает.

– Думаю, что науки, которые я изучаю у Феодора [Киренского, славившегося в 380 году до н. э.], – геометрия и те, что вы сейчас упомянули, и есть знание. Я бы еще прибавил мастерство сапожника и других ремесленников. Все это – знание».

Понятно, что Теэтет не поскупился и включил слишком много в свой перечень, дабы угодить столь непреклонному экзаменатору, как Сократ, и философ вынуждает свою жертву признать, что тот так и не сумел сформулировать, что такое «знание» как отвлеченное понятие, и затем пытается вытянуть из него, что такое глина. Сократ, видимо, мучительно пытается заставить Теэтета уловить и понять, что универсальная глина – не эта глина и не та глина, а глина как Вечная идея, Форма, в которой простые конкретные глины изготовителей кирпичей и очагов, гончары и другие ремесленники в некотором смысле «участвуют». Сократа не интересует ни одна из них. Он ищет нечто универсальное, абстракцию, идею, и Теэтет довольно оптимистично решает, будто постиг суть. В ответ на вежливую просьбу Сократа он делится с ним:

– Феодор выписал нам кое-что относительно [квадратных] корней, таких как 3 или 5, показывая, как в линейном измерении (то есть согласно сторонам квадратов) они

несоизмеримы с единицей. [В нашей терминологии квадратные корни из 3 и 5 – иррациональные числа.] Он выбрал числа, которые являются корнями вплоть до 17, но дальше он не пошел. Поскольку имеются неисчислимые корни, мы задумали объединить их всех под одним названием.

Теэтет рассказывает Сократу, что они нашли желаемую классификацию, но признает, что не способен дать Сократу столь же удовлетворительный ответ по поводу знания, таким образом подтверждая постулат Платона (повторяемый в различных формах повсюду в его трудах), что философия является более основательной и сложной наукой в сравнении с математикой.

Кстати, в этом рассказе Теэтета нет ничего, что подтверждало бы вывод некоторых историков математики, будто Феодор Киренский первым доказал, что квадратный корень из 2 является иррациональным числом. Полугеометрическое доказательство Евклида (III век до н. э.) дается в книге 10, суждении 27 его «Элементов». Хотя и менее понятное, нежели современное строго арифметическое доказательство, исторически оно более значимо. Оно иллюстрирует радикальное преобразование греческой математической мысли как следствие появления иррациональных чисел. Евклид формулирует теорему: «Сторона квадрата и его диагональ не имеют никакой общей меры». «Мера» здесь самое важное слово. Если диагональ квадрата, длина стороны которого равна единице, не измерима числом (имеется в виду рациональным числом), то чем же она «измеряется»? Греческие геометры назвали это измерение «величиной» и построили теорию «измерения» величин, в которых вместо обращения за поддержкой к знакомым натуральным числам они призвали на помощь пространственную интуицию. В отличие от декларации Пифагора, что «пространство является числом», новое кредо могло бы утверждать, что «число есть пространство».

Как было упомянуто раньше, геометрия должна отталкиваться от некоторых, не поддающихся анализу, но общепринятых исходных концепций, таких как «точка» и «линия». Хотя греческий геометр и пытался объяснить, что он подразумевает под «величиной», создавать геометрию он начал как раз с примитивных исходных понятий. Он принял без доказательства, хотя и не слишком детально, что величины «одного и того же вида», например длины линий, или площади плоских фигур, или объемы твердых тел, ограниченных плоскостями, могут сравниваться с точки зрения равенства или неравенства. Таким образом, имело смысл отмечать, что одна величина больше, равна или меньше другой величины того же самого вида. Величина, содержащаяся целое число раз в другой «величине», называлась «мерой» той другой. Например, если измеряемые величины являются долями прямых линий, или, кратко, линий, линия A – мера линии B, если A можно уложить некоторое точное число раз на линию B. Если A – мера и B и C, A считается «общей мерой» для B и C. Если две величины имеют одну общую меру, они имеют любое требуемое конечное число общих мер, все из которых производные из первого. Так, например, линии длиной 10 и 12 футов имеют общую меру длиной 2 фута, и любая доля линии длиной 2 фута также является общей мерой. Но сторона и диагональ квадрата не имеют никакой общей меры. Греческие геометры говорили, что диагональ является «несоизмеримой» со стороной. Любые величины называются «несоизмеримыми», если они не имеют общей меры. Известная пара – диаметр и длина окружности круга.

Греческое решение проблемы измерения опиралось на стержневое определение «пропорции», приписываемое Евдоксу. В «Элементах» Евклида это знаменитое определение приводится пятым в пятой книге. Мы процитируем его в классическом варианте, чтобы иллюстрировать раннее свидетельство, как смутные предположения проникают незамеченными в математику, несмотря на предельную осторожность и желание не допустить этого. Сначала мы обращаем внимание, что «многократная» величина – вполне признанная и законная концепция: если «множитель» натуральное число m, m-кратное величины A получается, если отмерить число A m раз на линии достаточной длины. Если линия недостаточно длинна, ее можно увеличить – удлинить, пока ее длина не станет достаточной. Греческие геометры заметили необходимость включения (в качестве

постулата) возможности удлинения линии до любой конечной длины и сделали это. Немного удивляет, что они упустили бесконечно большую нужду в объяснении понятия «то же самое отношение». «Первая из четырех величин считается имеющей «то же самое отношение» ко второй, что и третья к четвертой, когда берутся любые множители первой и третьей величины, и любые множители второй или четвертой величины, то кратная величина третьей величины больше, равна или меньше, чем кратная величина четвертой, соответственно, как и кратная величина первой больше, равна или меньше кратной величины второй величины». Это объясняет значение словосочетания «то же самое отношение» или «пропорционально», из чего появляется «пропорция» как простое вербальное определение. «Если первая из четырех величин имеет то же самое отношение ко второй, что и третья к четвертой, все четыре величины называются пропорциональными, или членами пропорции».

Такой была формулировка, по которой многие поколения школьников пытались воспринять элементарную геометрию до тех пор, пока «Элементы» Евклида в качестве школьных учебников не были отвергнуты. Для нашей цели нет необходимости переводить определение во вразумительную и легко воспринимаемую форму в символике, общепринятой сегодня. Но, даже не воспринимая смысла, а просто перечитывая это определение, как какое-нибудь упражнение по чтению, легко заметить, что за словами в дважды повторяемой фразе «любые числа, имеющие общие множители» прячется грандиозное предположение. «Числа с общими множителями» двух величин означает «одинаково кратные», например три или восемь раз взятая каждая из величин. Чтобы установить, находятся ли четыре величины в пропорции («любые» из определения), требуется проверить все пары чисел с общими множителями. Когда таких пар бесконечность, такая проверка выше человеческих сил. Но разве это возражение существенно? Не для тех, кто способен вообразить себя выполняющими бесконечное количество умножений и сравнений результатов, как то требуется по определению. Какая крайность более рациональна – вопрос спорный, если только не должно оказаться, что один или другой не вступает в противоречие своим преимуществом. Но определение обнаруживает, что в попытке избежать ловушек «числа» и обращаясь к геометрически (или визуально) интуитивной концепции «величины» мы теряем себя в той же самой бесконечности, как и прежде.

Теория измерения и сравнения величин была способна (с некоторым преувеличением) предоставить рациональный счет непрерывного движения. Но, как часто случалось, греческий гений испытывал антипатию ко всему переменному и динамичному, предпочитая увековечить себя в четко отличающихся объектах, каждый из которых стоит особняком от других в своей конечной завершенности и совершенстве. В их геометрии эта склонность к статичности в противоположность динамике произвела множество специальных теорем без единого намека на общий принцип, объединяющий значительное число в их единстве и целостности. Современная геометрия лишь пассивно интересуется частными теоремами. Что она ищет и находит? Всестороннее обобщение, из которого любое заданное или требуемое число частных теорем может быть получено однородными способами. Различие между античным подходом и современным как-то сравнили с разницей между попыткой зубилом по кусочку раздробить гранитную глыбу и той же самой попыткой, но уже с заложенным динамитом. Другое обычное сравнение уподобляет греческую математику Парфенону, а современную математику готическому собору. Древний храм – символ конца всего, что он представляет, собор же – символ неограниченной бесконечности.

Справедливо ли это сравнение, или оно основано лишь не более чем на воображении, но греческие математики остановились, не доходя до рационального описания движения, для которого их теория измерения была вполне достаточна. Преодолев основную трудность, создав работоспособную теорию соизмеримых и несоизмеримых величин, греки застопорились, столкнувшись с парадоксом, который могли бы, проигнорировав, обойти. Возможно не вполне осознавая, что несла в себе их теория, они фактически создали (или открыли) континуум (совокупность) «реальных чисел», в особенности представленный

несчетно-бесконечным множеством всех точек на линии. Но потому что все их неприятности с иррациональными числами шли от попытки пифагорейцев распространить рациональные числа на линии, создатели континуума намеренно воздержались от применения «чисел» в «величинах». Линии сравнивали по равенству или неравенству, но общего арифметического определения «длины», применимой ко всем линиям, тщательно избегали. Пока не пришло время заменить несколько туманное понятие «величин» на обобщенный и точный эквивалент, выраженный числами, практичная теория движения едва ли была выполнима.

Прежде чем мы бросим взгляд на парадокс, который остановил греков на самом пороге современной математики, стоит посмотреть, как Платон попытался унифицировать все числа. Пифагорейцы произвели все натуральные числа от единицы, или Монады, через мистический союз Нечетного и Четного, или, что было нумерологически эквивалентно, брак Конечного с Бесконечным. С открытием иррациональности пифагорейские категории нечетного и четного, конечного и бесконечного были уже недостаточны для конкретизации понятий «числа» и «пространства». Вместо дискретной сущности числа, подобной горстке гальки, число стало по существу континуумом, непрерывностью, подобно атмосфере, передаваемой чувствами. В этом неотделимом и неисчислимом целом натуральные числа и все другие рациональные числа были рассеяны реже, чем звезды в полуночной тьме. Желая цельной замены совершенной простоты «все сущее есть число» Пифагора, Платон искал расширенное определение числа, которое вместило бы в себя и рациональные и иррациональные числа и которое, кроме того, вмещало бы в себя их как числа, независимо от пространственной интуиции, как в «величинах» математиков.

Если бы он преуспел в этом, он бы приблизил по меньшей мере часть современной теории континуума.

Вместо «конечного и бесконечного» Пифагора, Платон использовал понятие «большое и малое», что напоминает наш континуум, как, например, «все множество чисел, соответствующее точкам на линии».

Из этого и Единицы он попытался получить свои Идеальные числа, которые некоторые толкователи, включая Аристотеля, наделяли идентичной сутью с его Идеями или Формами. Но, подобно всем своим современникам, Платон оказался ограничен недостатком системы обозначений, способной записать и придать форму неуловимой концепции, которую он, возможно, создал в своем воображении, и профессионалам-платонистам еще только предстоит достигнуть согласия по поводу, какова она все-таки как единое целое. Возможно, если бы Идеальные числа были созданием юного Платона, а не Платона-старца, их было бы много проще понять.

Мы рассмотрим затем ту роль, которую парадоксы Зенона могли сыграть и, вероятно, сыграли в неспособности греков перейти от их теории величин к обобщенной арифметике, способной описать движение. «Бесконечное число», заложенное в «величинах» геометров, ускользало как от математиков, так и от философов вплоть до последней трети XIX столетия.

Глава 17
Ошибка рассуждений

Нельзя добежать до конца дистанции в забеге, потому что, прежде чем пробежать всю дистанцию, необходимо пройти ее половину, а чтобы дойти до половины, надо перевалить через четверть дистанции, и так далее до бесконечности. Из этого следует, что в любом заданном месте пространства существует бесчисленное множество точек. И нет никакой возможности дотронуться до каждой точки бесчисленного множества точек за определенный момент времени.

Но атлеты-то доходят до финиша, а некоторые из них пробегают сто ярдов за девять с половиной секунд, что само по себе является конечной величиной времени.

Атлеты не только проходят дистанцию, а самый быстрый из них обходит всех, кто оказался ближе к финишу, и выигрывает забег. У нас, наверное, что-то не так со зрением,

поскольку «того, кто медленнее, никогда не обгонит на его траектории тот, кто быстрее, поскольку преследующий обречен всегда прибегать сначала к точке, которую преследуемый только что покинул. Следовательно, тот, кто медленнее, всегда будет впереди».

Еще более увлекательно звучит, что нельзя совершить убийство с использованием стрел, огнестрельного оружия, ножей или любых других материальных орудий. Потому что стрела, или пуля, или нож должны проходить сквозь тело жертвы, а чтобы сделать это, они должны двигаться. Но они не могут двигаться, потому что для них самостоятельное движение невозможно, и далее все, как в предыдущем примере, используя подобную же схему умозаключений. Хотя тысячи человек были застрелены или заколоты насмерть, а других повесили за совершенные убийства. Либо имеет место серьезная ошибка в логике, либо еще большая судебная ошибка. Но логика не ошибается, ведь она самая проверенная подручная чистого разума. Следовательно, наши ощущения, как всегда, должны были сознательно ввести нас в заблуждение. Мы выдумали все эти легкоатлетические состязания, а быстроногие атлеты, выигрывающие забеги, которых мы наблюдали, и все эти убийства, о которых читали в газетах, были всего лишь иллюзиями нашего чувственного опыта. Ничего этого не было.

Если последнее звучит как пародия на нормальное доказательство и еще более нормальный жизненный опыт, каковым он является, можно вспомнить множество примеров из истории, таких же абсурдных карикатур на нормальную психику и здравый смысл. Чтобы привести пример, который не будет спорным, поскольку все поводы для споров давно исчерпаны, обратимся к истории с ортодоксальными логиками времен Галилея (конец XVI века), отрицающими очевидность чувственного опыта в случае падения тел. Логики видели, как тела весом один фунт и десять фунтов падали с равной высоты и коснулись земли одновременно. Но их интуитивная логика подсказывала им, что следует предположить, что более тяжелое тело должно падать в десять раз быстрее, чем легкое. Увиденное, следовательно, было навязчивым обманом разума со стороны чувств. Они продолжали настаивать на своей правоте, и для них, следовательно, все было очевидно. Чуть позже более податливые приняли приглашение Галилея посмотреть на спутники Юпитера через его телескоп. Они легко отнесли то, что увидели, к числу миражей, созданных дефектами на стекле линз. Греческая астрономическая система не предполагала существования этих искусственных спутников. Следовательно, они не могли существовать наяву. Пятна на солнце, в существовании которых Галилей начал убеждать завзятых логиков еще позднее, предлагая взглянуть на небеса «через его стеклянное око», также были отвергнуты рассуждениями. Солнце, о существовании которого знали со времен Пифагора, было идеальным телом. Следовательно, у него не могло быть недостатков. Самые стойкие логики вообще отказались смотреть на солнце в телескоп. Если разум непогрешим, то зачем полагаться на чувства? Вера тех людей была столь же велика, сколь и отсутствие у них здравого смысла.

Приведенные парадоксы взяты из парадоксов Зенона. О нем мало что известно. Зенон, сын Телетагора, был родом из Элии. Наибольшего расцвета достиг в 475 году до н. э. Не более того известно о целях, которые он преследовал при создании своих бессмертных парадоксов. Его парадоксы движения, возможно, наиболее популярные из восьми, что Зенон завещал многим поколениям логиков и математиков. Два других парадокса движения получили наименование «Стрела» и «Стадион». «Летящая стрела находится в покое. Поскольку то, что находится в покое, занимает пространство, равное себе, и то, что летит в данный момент времени, тоже занимает пространство, равное себе, стрела не может двигаться». «Стадион» – парадокс более сложный для понимания без дополнительных пояснений, поэтому пропустим его. Он заведет нас во временной абсурд, когда половина отведенного времени равна всему времени. Еще четыре парадокса столь же сложны для восприятия, но для заявленных целей вполне достаточно уже трех указанных.

Учитывая множество спекуляций на тему, какие цели преследовал Зенон, разрабатывая свои парадоксы, можно процитировать высказывания по данному вопросу якобы самого

Зенона, как их приводит Платон в «Парменид». Спорная легенда о «Парменид» рисует Сократа молодым человеком, лет двадцати от роду. Он встречает Зенона, которому в ту пору «было около сорока лет, человека благородного происхождения с благородным лицом. В дни его молодости о нем говорили, что он был любим Парменидом». Сократ и его друзья «хотели услышать что-либо из написанного Зеноном, что тот захватил в Афины… впервые. …Сократ был еще очень молод, и… Зенон прочитал их ему в отсутствие Парменида…». Более чем достаточно о встрече Сократа и Зенона, которая вообще могла быть придумана Платоном, дабы придать человеческие черты абстракт ной работе «Парменид». В разговоре Зенон просит прочитать ему первый парадокс. Сократ озадачился. Затем спросил:

«– Что ты имел в виду, Зенон? Твой аргумент, что существование Множества предполагает необходимость существования похожего и непохожего, а это невозможно, поскольку все похожее не может быть непохожим. Такова твоя позиция?

– Именно так, – ответил Зенон. – Но если непохожее не может быть похожим или наоборот, тогда никакое Множество невозможно, поскольку это потребует применения невозможности? Не состоит ли твоя цель в том, чтобы опровергнуть существование Множества? И не направлен ли каждый твой трактат на отдельное доказательство этого, тогда будет столько доказательств, сколько аргументов ты придумаешь о невозможности существования Множества?

– Нет. Ты неправильно понял главный тезис трактата, – ответил Зенон.

Беседа продолжилась. В конце Зенон определенно просветил Сократа:

– Реальная цель моих трудов состоит в том, чтобы защитить аргументы Парменида от тех, кто высмеивает его и выдвигает бесконечные фантастические и противоречивые выводы, которые якобы следуют из формального определения Единицы. Мой ответ адресован сторонникам Множества и имеет целью показать, что, если задаться целью, из их гипотезы существования Множества легко сделать выводы более весомые и более нелепые, чем из гипотезы существования Единицы».

Между прочим, он изобрел диалектику. Затем Зенон поведал, что в молодые годы любовь к противоречиям подтолкнула его написать парадоксальный трактат. Книгу украли, пояснил он, и у него не осталось другого выбора, как опубликовать парадоксы. «Мотивом» публикации, заверил он скептически настроенного Сократа, «были не амбиции старого человека, а неуживчивость молодого».

Какова бы ни была цель создания парадоксов, Зенон причастен в какой-то степени к тому, что греческие математики решительно не перешли к арифметике бесконечных чисел, арифметической теории континуума вещественных (действительных) чисел, анализу движения и практичной теории непрерывного изменения. Итак, любая серьезная работа по физике навсегда осталась выше их возможностей. Они остановились на полпути. Парадоксы Зенона и нехватка символов для представления чисел застопорили их.

Парадоксы, которые менее фанатично преданные логике люди игнорировали бы на время и занялись бы более насущными проблемами развития арифметики (конечной или бесконечной) и созданием математического аппарата для изучения физики и астрономии, превратили педантичных, ограниченных математиков Греции в перестраховщиков. Они предпочли заняться консолидацией и совершенствованием уже достигнутого и сделать единый безупречный шедевр, подобно одному из их белых храмов на скалистой вершине. Они преуспели в своей теории пропорций, которая и сейчас столь совершенна, каковой она была двадцать три века тому назад, но она бессодержательна, и ею никто не пользуется. К моменту завершения своего шедевра на благо восхищенного потомства огромная часть их талантов погрязла в классических формах и постепенно истощилась. За исключением неортодоксального Архимеда, жившего в 287–212 годах до н. э., который не опустился до презрения к рассуждениям о вещах, а также об идеях, которое было присуще греческим математикам после Платона, составившим незабываемую когорту из прошлого. К счастью для прогресса естествознания и развития математики, Ньютон в 1660-х годах проигнорировал парадоксы Зенона, если вообще когда-либо слышал о них, и смело создал

чистую и прикладную математику непрерывного изменения. Его рассуждения о «бесконечно малом» и «бесконечно большом» привели бы в ужас математиков времен Платона. Но они дали ему дифференциальные и интегральные вычисления, без которых ни его собственная астрономия и механика, ни астрономия и механика его последователей в XVIII веке не была бы возможна. Он знал, что его расчеты грешат логическими несостыковками, но он не стал посвящать юность своего разума достижению абсолютной чистоты рассуждений.

Интерпретации парадоксов Зенона столь многочисленны, сколь и различны, и столь же безрезультатны, сколь и предположения о целях их создания. Вот запись, не относящая их к числу противостоящих прогрессу, по крайней мере в философии. Как отметил Бернард Рассел в своих «Лоуэльских лекциях» 1914 года: «Доводы Зенона до некоторой степени дали почву для почти всех теорий пространства, времени и бесконечности, которые были созданы с его дней до наших». Далее Рассел подвел свои итоги. При допущении, что конечное пространство и время состоят из конечного числа точек и мгновений, аргументы Зенона, как подчеркивает Рассел, правомерны. «Мы можем, следовательно, избежать его парадоксов либо устранить их, хотя пространство и время действительно состоят из точек и мгновений, а число их на любом конечном интервале бесконечно, либо отрицать, что пространство и время состоят из точек и мгновений, либо вообще, в конце концов, отрицать реальность самого пространства и времени, вместе взятых. Это выглядит так, словно сам Зенон, как сторонник Парменида, вывел последнее из трех возможных умозаключений безотносительно времени. В этом очень большое количество философов последовало его примеру». На что Зенон, скорее всего, ответил бы, как ответил Сократу: «Нет. Ты неправильно понял главный смысл трактата». В любом случае другие парадоксы проявились в арифметике бесконечного с тех пор, как Рассел опроверг Зенона. Рассел же продолжал: «…трудности могут возникнуть снова, если представить, что бесконечные числа допустимы. И на основании, независимом от пространства и времени, бесконечные числа и последовательности, в которых не может быть двух повторяющихся членов, должны быть в любом случае признаны», – и не только они, но и (как покажется из развития арифметики бесконечного с 1914 года) парадоксы наподобие непридуманных парадоксов Зенона.

В дополнение к предоставлению оснований «для почти всех теорий пространства, времени и бесконечности» от Зенона до Рассела парадоксы Зенона доказали наибольшую значимость для логики XX века, особенно в той части, что вытекает из признания бесконечных чисел в математике. Как отмечает Рассел, долго разыскиваемая дорога к конечному в 1914 году была прямой и ясной: «Из этого следует, что, если нам суждено разрешить весь класс противоречий, вытекающих из Зенона по аналогии, мы должны создать какую-нибудь надежную теорию бесконечных чисел. В чем же состоят противоречия, которые до последних тридцати лет вели философов к уверенности, что бесконечные числа невозможны? Противоречия делятся на два вида, первый из которых сродни мнимым, в то время как прочие вовлекают для их разрешения до определенной степени новое и нетрадиционное мышление.

Мнимые противоречия – это противоречия из числа тех, что предполагает этимология, и тех, что возникают из смешивания математической бесконечности и того, что философы дерзко именуют «истинной» бесконечностью».

К этому может быть добавлено, что математические логики (которые, несомненно, образуют особую разновидность, хотя, возможно, и представлены весьма скромно среди философов) начиная с 1914 года сочли необходимым проявлять «новое и нетрадиционное мышление» в отношении «теории бесконечных чисел» в надежде придать ей «убедительность». В процессе их размышлений они выявили несколько новых парадоксов логики, которые могли бы оказаться мнимыми, но которые тем не менее подсказали, что в дедуктивном мышлении существует больше ловушек и открытых ям, о которых Фалес и даже Платон никогда и не мыслили. Новые парадоксы теперь больше похожи на естественные следствия из эволюции математической логики, начатой самим Расселом в 1902 году. К некоторым еще вернемся в нужном месте.

Отчасти неугасаемые парадоксы Зенона были представлены в данной главе только для того, чтобы подсветить оледенелую вершину всех видов философии чисел, конечного и бесконечного, теории идеального числа, какой видел ее Платон в свои зрелые годы. Мы постараемся поймать отблеск неизменяемой реальности, которую он описал, после того как узнаем, каким человеком он был.

Глава 18
Политика и геометрия

«В любые времена в мире найдется не более дюжины человек, которые читали и поняли Платона, и никогда нет достаточно средств на издание его работ, хотя вопрос об этом встает перед каждым поколением ради этих нескольких человек, на случай если их пошлет Бог».

Такого мнения придерживался трансценденталист из Конкорда Ральф Вальдо Эмерсон. Он мог бы добавить, что в любые времена найдется не более двух человек из этой дюжины, полностью согласных с прочитанным и понятым. Нет необходимости продолжать, что каждый из них по-своему понял Платона. Там, где какая-то абстрактная универсальная доктрина порождает множественность восприятия, неудивительно, что равные по образованию читатели интерпретируют смысл написанного Платоном по-разному. К счастью для наших сегодняшних целей, Платон неоднократно и категорично говорил о том, что арифметика и геометрия значат для него и как они влияют на его философию. Поскольку нас касается только эта единственная часть его системы, разумно предположить, что мы верно поняли значение сказанного им.

Платона обычно справедливо рассматривают как ученика Сократа. Но у него был и более древний учитель, который оказал, возможно, более значительное влияние на образ его мысли и чьим учеником он действительно имел право себя называть. Если не брать в расчет самого учителя, Платон был величайшим из пифагорейцев. Он был, конечно, даже больше чем просто пифагореец, ведь он был самим собой, но для нас самым важным является законченная форма, которую пифагорейская нумерология приобрела у Платона. Все после Платона становилось лишь подражательными изменениями или фантастически оторванными от жизни наработками, порой доходящими до абсурда. И никто не сделал столько всего полезного для существования чисел и математической истины, не говоря уже о человеческом разуме. Приняв философию Пифагора, он упорядочил ее и усилил, а в своих идеальных числах попытался подвести рациональную базу под высказывание погруженного в мистику предшественника «Все сущее есть число».

Пребывая в смятении от непродуманности обобщений учителя, некоторые из древних комментаторов предприняли попытку снять с Пифагора обвинение в провозглашении бессмысленности. Они подправили его настоящие слова и, соответственно, мысль, заменив на «Все сущее представлено числами». В обоснование своих поправок они предъявляли письмо, подписанное именем Теано. Но было легко доказано, что письмо – не более чем неуклюжая фальшивка. Теано не предавала своего обожаемого мужа. Что до Платона, то он не прибегал к принципиальным уловкам, чтобы отвергнуть все, но непреодолимым препятствием в доктрине Пифагора оказывалось слово «есть». «Есть» являлось формой глагола «быть», случайно оказавшись одной из основных проблем целостной системы Пифагора, где «все сущее есть число». Платон представил свою теорию «существующего» как противопоставление «становящегося». Для читателя вполне достаточно на настоящий момент знать, что его выводы продолжают удовлетворять математиков, которые верят, что числа были скорее найдены, чем созданы, и что «математическая реальность лежит вокруг нас».

Прежде чем следовать за Платоном в туманность идеальных чисел, необходимо понять, каким он был человеком и что он думал о математике. Как и в случае с другими титанами прошлого, жизнь его приукрашена легендами. Некоторые из них явно лишены оснований, в

то время как другие, хотя и не совсем нелепые, вызывают болезненную реакцию у слишком пристрастных его обожателей. Платон – человек сложный для описания с объективной точки зрения, поскольку все время есть опасение, что ненароком придется оскорбить хоть кого-нибудь из них в лучших чувствах. Случаи из его жизни, способные вызвать сконфуженную улыбку у людей непосвященных, глубоко ранят преданных его памяти. Почему бы не закрыть на это глаза? Потому что даже философ теряет монументальность своего образа, если его представить обыкновенным человеком, особенно если так уж случилось, что он такой человек, каким был Платон. Он сам упоминает в своих письмах, как его философия не всегда срабатывает на практике, в отличие от теории.

Официальная генеалогия начинается достаточно туманно. Со стороны отца прослеживается его родство с богом морей Посейдоном. Родился Платон не то на острове Эгина, не то в Афинах в 427 или 428 году до Рождества

Христова. Когда его дарование стало заметно окружающим жителям Афин, заблуждающиеся энтузиасты стали говорить о нем как о сошедшем прямо с неба. Это сделало его наполовину похожим на Пифагора, у которого отцом был Аполлон, а мать – девственница. В наши дни обе любопытные небылицы интересны лишь тем, что рассказывают нам о почтении, которым пользовался Платон среди своих современников и ближайших последователей. Когда древние хотели выразить свое глубокое уважение к кому-то из своих великих ученых наиболее благоговейным образом, они наделяли его божественным происхождением.

Какого бы духовного отца ни выбрал себе Платон, был он сыном Аристона – потомка последнего афинского царя. По линии матери Периктионы он в шестом колене по прямой линии был родственником Солона, который унаследовал мудрость Фалеса. Таким образом, он дважды был патрицием в Афинах самого высокого ранга. Исходя из его благородного происхождения и больших возможностей, от него ожидали великих свершений как чего-то естественного. Вопрос стоял только о том, каким жизненным путем ему следует идти. Предпочтение отдавали политике: правительство Афин пребывало в плачевном состоянии после Пелопоннесской войны. Как обычно случается с гениальными молодыми людьми, Платон, как только представилась возможность, принял свое собственное решение. Он выбрал философию, и выбрал ее сознательно.

Мало что известно о ранних годах Платона. Его настоящее имя Аристокл для нас звучит странно, при этом Платон, согласно некоторым авторитетным источникам, было всего лишь кличкой, означавшей «широкий». Наиболее приемлемым вариантом легенды выглядит следующий: псевдоним Платон для Аристокла был введен в обиход его инструктором по рестлингу и связан был с шириной его плеч. Не анемичный школяр, сосредоточенно склонившийся над заплесневелыми старыми свитками, молодой Платон усиленно занимался атлетизмом, как положено юноше его среды, и даже, говорят, выиграл соревнование по рестлингу на Олимпийских играх. Он также прославил себя, написав огромное количество лирических и драматических поэтических произведений и сочинив эпическую поэму. Последняя была опрометчиво уничтожена, когда молодому поэту выпал случай прочитать Гомера. За день до первого представления одной из драмы перед публикой он случайно наткнулся на Сократа (469–399 до н. э.), читавшего курс философии. Сократ оказался тем, кого неугомонный молодой человек подсознательно искал. К тому времени он уже прослушал курс риторики у философа Кратила из школы Гераклита и был впечатлен его литературными опытами и знанием логики. Но лекции Сократа были совсем другого уровня. Это была настоящая философия. Поверив, что наконец нашел свое призвание свыше, Платон забросил литературные занятия и посвятил себя философии и параллельно политике. Он сжег все свои поэмы и в возрасте двадцати лет определился в ученики к Сократу. Если судить по поэтическим сравнениям, встречающимся в его философских трудах, Платон был не таким уж плохим поэтом, каким сам себя оценивал.

На восемь лет молодой аристократ обрек себя на частое общение в обществе плебейского философа. Хотя его и терпели постоянные спутники Сократа, Платон не

вызывал у них добрых чувств. Стало еще хуже, когда он начал примешивать к философии Сократа мистические тонкости своего изобретения. Даже Сократ время от времени выказывал недовольство незрелой философией своего молодого неоперившегося поклонника. Если бы ему суждено было дожить до выхода в свет «Диалогов» наиболее известного из его учеников, он действительно бы возмутился, поскольку Сократ, если верить Ксенофону, не смог бы вытерпеть: Платон изобразил его пифагорейцем. К тому же он был бы потрясен, обнаружив в литературном произведении несколько своих подлинных доктрин.

Увековечив диалоги Сократа, Платон нарушил как педагогические принципы своего учителя, так и свои собственные. Подобно учителю, Платон был уверен, что единственным эффективным способом приобрести знания и набраться мудрости остается устное общение. Сократ учил в беседе, используя свой собственный «метод Сократа». Умело расставляя вопросы, он «вытаскивал» из ученика все, что, по его мнению, тот уже должен был знать, или все, что сам Сократ уже умело вложил в его голову. Что же касается сохранения любого из его перекрестных допросов в назидание потомству, Сократ был либо слишком скромен, либо слишком ленив, чтобы заняться этим. Фактически нет доказательств, что он когда-либо написал хоть строчку, и, если бы не прозаичный Ксенофон и поэтичный Платон, ставшие посмертными личными секретарями своего учителя, нам не суждено было бы почти ничего узнать о доктрине Сократа. Возможно, мы знаем даже меньше того, что знали бы, если бы Платон никогда не встретился с Сократом, поскольку вся так называемая информация о том, чему учил Сократ, не была записана еще через много лет после его смерти.

Во всех анналах образования наверняка не сыскать более странного учителя и ученика, чем мудрый Сократ и дерзкий молодой Платон. При отсутствии претензий на социальную значимость любого толка, будучи обворожительно безобразным, Сократ олицетворял саму простоту без каких-либо намеков на тайну или напыщенность вокруг себя. Ему была чужда гордость, поскольку он знал, что гордость может оказаться покровом для дураков. Хотя он выступал против отдельных идолов «толпы», сам Сократ чувствовал, как правильно строить демократию и как ее поддерживать. Его лекционными залами нередко оказывались углы улиц или любые другие места, где он оказывался в тот момент, когда им одолевало желание поспорить, а слушателями (к потрясающему неудовольствию влиятельных друзей Платона) зачастую оказывалась разношерстная рыночная публика, включая всякий сброд. Консервативные горожане были не в состоянии отличить учителя от сопровождавших его днями напролет безответственных молодых бездельников, богатых и бедных, непрерывно споривших с ним. В конце концов после восстановления демократии в Афинах в 399 году до н. э. он был осужден за презрение к официально признанным богам, выраженное в перенацеливании должного поклонения небесам в адрес богов своего собственного изобретения, и в общем моральном разложении юношества посредством внушения, что «добро в знании, зло в невежестве», и обучении юношества пользованию мозгами, которые у них есть, благодаря богам, «какими бы они ни были».

На бурном судебном процессе Платон пытался заступиться за своего учителя, но его заглушили криками неистовые судьи. После вынесения приговора Сократ получил легальную отсрочку в несколько дней, чтобы подготовиться к смерти. Платон попытался выкупить Сократу жизнь, но тот отказался от участия в подобной сделке. Двери тюрьмы оставались открытыми, поэтому он мог бы выйти и покинуть Афины, но он остался. В последний день он, как обычно, пробеседовал с друзьями до заката, потом пришел тюремщик и принес яд из болиголова, и Сократ выпил его. Последние слова Сократа были скорее словами простого человека, чем философа: «Критон, мы должны Асклепию петуха. Не забудешь заплатить долг?»

Платон, как он вспоминает в «Фаэдо», не присутствовал при смерти своего учителя. Но с помощью участников он восстановил разговоры того последнего дня между Сократом и его друзьями. Главной темой было бессмертие души. «Фаэдо» представляет определенный интерес для математиков, потому что в нем Платон воспользовался случаем изложить один из наиболее убедительных аргументов во всех его работах о несвойственном человеку

существовании математических концепций. К нему еще вернемся позже, а сейчас остановимся на истинно пифагорейском антитезисе, который мог быть создан только самим рассказчиком: «Конец жизни есть смерть, конец смерти есть жизнь».

Отчасти по политическим причинам, отчасти из-за приговора Сократу, но Афины стали Платону в тягость, и после смерти учителя он решил попутешествовать. Всегда серьезный, он планировал свои путешествия только с одной целью: знания и еще больше знаний. В течение двенадцати лет он продолжал свое кочевое образование, добавляя к тому, что выучил у Сократа, любые практические знания пифагорейцев, которые только удавалось обнаружить, и, собрав в одно целое кусочки разных философских учений, воплотил их в первый несовершенный образчик своей собственной философии, сохранившийся до наших дней. В Мегаре он изучал тактику прений и дедуктивного умозаключения у философа-элеата Евклида. Не стоит путать этого Евклида с геометром, носившим такое же имя. Из Мегары он пересек море и прибыл в Кирену, что расположена в Северной Африке, где Феодор посвятил его в тайны иррациональных чисел. Согласно отдельным древним авторам, он побывал с Евдохом в Египте, где узнал астрономию. Как аристократ из Афин, он сильно рисковал, посещая территорию Персии. Чтобы избежать нежелательного внимания, он путешествовал под видом торговца нефтью, и преуспел: ему благополучно удалось пересечь все царство Артаксеркса Мнемона. Возвратившись в Великую Грецию, он направился в Тарент, где в местном университете стал слушателем Архита, Тимея и других известных пифагорейцев. Некоторые из этих людей, в частности Архит, были людьми влиятельными, что, возможно, позднее спасло Платону жизнь. Ранее было отмечено, что Архит, как говорят, представил Платону копию пифагорейской «библии» Филолая.

Эти путешествия перемежались посещениями Афин. В возрасте сорока лет, будучи на полпути своего земного существования, Платон принял решение об окончании своего длительного подготовительного образования. У Евклида из Мегара он научился основам диалектики, у Кратила – риторике и натурфилософии, у Феодора и других представителей киренской школы – математике и астрономии, возможно, у египтян или других, знакомых с этой наукой, – углубленным знаниям по астрономии, у Сократа – этике, морали и политической теории и, наконец, у пифагорейцев – всему остальному. Теперь он испытывал готовность к созданию собственной философии по всем вопросам бытия. Ему больше было нечему учиться.

По возвращении в Афины его аристократические почитатели подарили ему надел земли с небольшой рощей, расположенный рядом с гимнастической школой. Там он и создал свою Академию. Он никогда не был женат. Скромный домик и небольшой сад дали ему необходимое пространство для занятий философией и преподавания. Он брал учеников, но бесплатно, хотя не отказывался принимать существенные дары. Знания, говорил он, выше любой цены, поэтому должны даваться бесплатно. В приятном контрасте с «народным университетом» Сократа, Академия пользовалась финансовым покровительством всех лучших людей Афин, за исключением преуспевающих конкурентов Платона среди вульгарных и популярных философов-софистов. Смущенные контрастом между школами Сократа и Платона, поэты-сатирики обрушились с беспощадной критикой на женоподобных молодых людей из благородных семей города, часто посещающих Академию избранных Платона. Не обращая внимания на конкурентов, а заодно и критиков, Платон и его серьезно настроенные студенты посвящали себя созданию, возможно, наиболее сложной системы философских взглядов, которую к тому времени знавал мир.

Академия просуществовала в течение девяти веков. Ее закрыли в 529 году н. э. при прославленном и в определенном смысле фанатичном христианском императоре и законодателе Юстиниане, чтобы никогда больше не открывать.

Ни у одного философа не было столько прекрасных возможностей внедрить отдельные свои практики в жизнь, как у Платона. Теория управления, казалось, очаровала его, как и пифагорейцев. Его уверенность в своем собственном предначертании для идеального государства, как то было сформулировано в утопической «Республике», не вызывала

вопросов, и он довольно поспешно приветствовал идею использовать эту концепцию для отдельной порочной тирании. Кстати, любопытное смешение идеализма и беспощадности, предложенное в «Республике» как средство стойкого выздоровления от всех болезней человеческого общества, представляет собой захватывающее чтиво в наши дни. Такие детали, как обобществление женщин, государственное владение детьми, евгеника, почти рабское поклонение перед кастой военных, деспотичные полномочия у полиции, контроль над наукой и религией в интересах государства, отмена частной собственности, особое образование для избранных, пропаганда вместо образования для масс, неприкрытая декларация, идея – «более слабые нации должны быть попраны более сильными». До боли знакомо. Менее известны в доктрине положения, что государства тогда избавятся от зла, когда короли станут философами, а философы королями. Речь шла о тысячелетнем преобразовании, которое Платон попытался испытать на Дионисе Старшем – тиране Сиракуз. Рассказы о приключениях Платона на Сицилии отличаются в деталях, но едины в главном.

Дионис имел младшего шурина Диона, чье образование было плачевно убогим и нуждалось в повышении уровня на момент, когда тиран любезно пригласил Платона посетить Сицилию. Философу было предложено изучить обстановку на острове, осмотреть достопримечательности вулкана Этна и ненадолго посетить двор в Сиракузах. Намерения тирана состояли в том, чтобы, отдав должное популярному философу, узнать, что можно сделать, если это возможно, с Дионом. Дионису казалось, что молодой человек вполне созрел для самостоятельной жизни. Легкодоступные радости безнравственного двора, которыми и сам тиран пользовался весьма активно, заметно испортили Диона. Если прославленный философ осмелится взяться за молодого человека и попытается исправить его, то сумеет ли? Платон с радостью принял приглашение. Перед ним был нетронутый ум, если так можно сказать, который надо было научить с самого начала фундаментальным принципам правильного управления. Наступит день, и Дион станет управлять Сиракузами. Значит, если все пойдет так, как задумал Платон, философ наконец-то станет королем.

То был редкий случай любви с первого взгляда и полнейшего взаимопонимания между Платоном и его до некоторой степени беспутным учеником. Как оказалось, у Диона был первоклассный ум, и возможность использовать его для чего-то более неподатливого, чем куртизанка, доставляла ему редкое удовольствие, которого он ранее не ведал. Услышав о добродетели, возможно впервые в своей жизни и следуя не слишком явному (в случае Платона) утверждению Сократа, предполагавшему, что добродетель является эквивалентом знаний, Дион стремительно развернулся своим сознанием к философии. Его переход от зла к добру стал неожиданным и столь же прочным, как всякая перемена религиозных убеждений. Охваченный энтузиазмом в отношении чистых радостей познания и выгод от добродетели, Дион загорелся желанием изменить что-то вокруг самого себя. И он выбрал тирана. Но Дионис как-то не был готов стать ни добропорядочным, ни хотя бы грамотным. Поняв, что случай оказался слишком сложным и щекотливым для него, Дион призвал Платона для консультаций. После множества отговорок Дионис уступил и дал философу аудиенцию.

Легкая победа над Дионом сделала Платона слишком самонадеянным. Увлекшись собственным рвением и тягой к добродетельной жизни, он доказывал, к своему собственному удовлетворению, что несправедливость и жестокость тирании не доставляет удовольствия, а только боль самому тирану. Дионис выслушивал его аргументы так внимательно, как только Платон мог желать. К несчастью для обоих, учитель пренебрег игрой эмоций на лице ученика. Когда же стало слишком поздно, Платон осознал, что он слишком увлекся. Влекомый оглушающей яростью, Дионис начал кричать, что его не смеет учить и оскорблять какой-то там педагог. Кто такой Платон, чтобы указывать ему, царю Сиракуз, как надо управлять? Если этот вздор и называется философией, о которой постоянно говорит

Дион, то с него явно достаточно. Философ же пусть катится прочь так скоро, как пожелает… если ему это удастся. Платон все понял. Дионис не собирался терпеть его в

Сиракузах, хотя и был убежден, что человек, оскорбивший его своими рассуждениями о тираническом правлении в Сиракузах, в любом случае должен там остаться навеки.

По великому везению в это же время судно, доставившее Поллиса, посланца Спарты, в Сиракузы, еще находилось в гавани и уже готовилось поднять паруса и отправиться домой. При содействии Диона Платон вовремя взобрался на борт, дабы избежать гибели, но до этого Дионис уже успел переговорить тайком с Поллисом. Они договорились, что Платона надо убить ударом в голову во время путешествия, а тело выкинуть за борт или, если не представится такого случая, продать в рабство. Не имея желания совершать убийство, о котором афиняне рано или поздно узнают, дипломатичный Поллис выбрал второй вариант. Прибыв на остров Эгина (где, по утверждениям некоторых, Платон родился), Поллис продал широкоплечего философа в рабство на галеры. Поллис поступил особенно цинично, поскольку Эгина и Афины в тот момент находились в состоянии войны. Он, в конце концов, мог бы подождать, пока судно достигнет нейтрального порта.

Но все разрешилось очень хорошо. Платона узнал коллега по любви к мудрости Аннисер из Кирена, он выкупил философа за полталана и доставил его, опять свободного человека, в Афины. Когда же друзья Платона попытались вернуть долг Аннисеру, тот грациозно отказался переуступить им свою единолично заслуженную честь услужить философу.

Услышав о благополучном прибытии Платона в Афины, Дионис осознал, какого он свалял дурака. Со специальным посланником он направил Платону подозрительно искренние извинения, приглашая его вернуться в Сиракузы и преподать Диону и ему дальнейший курс лекций по политической науке. Платон довольно резко ответил, что философия «не оставляет ему времени думать о Дионисе».

Поскольку Платона больше не было рядом с Дионом, чтобы ободрять и направлять его, тот впал в печаль и начал плести интриги. Он начал усердно трудиться над вопросом, как занять место тирана, попутно стараясь сделать из себя философа. Когда тиран умер, а несколько распутный Дионис-младший стал правителем Сиракуз, Дион почувствовал, что настало время пригласить Платона. Либо сейчас, либо никогда, настал момент установления правления на основополагающих метафизических принципах. Новый тиран лично не питал неприязни к проекту. Ему было даже интересно познакомиться с Платоном после всех тех рассказов, которые он столько раз слышал от Диона об отсутствующем учителе. Он даже провозгласил, что тоже станет философом. Выходило, молодой тиран вообразил, что он в состоянии исправить грубую ошибку отца и доказать высокомерным афинянам, что он не варвар.

Сицилия в то время была любимым местом пребывания пифагорейцев, из которых почти все оказались преданными поклонниками своего многообещающего неофита. У нового тирана не возникло проблем в убеждении этих чистосердечных душ поддержать его, его жену и Диона в их обращении к Платону с просьбой вернуться и приступить к их обучению. Говорят, что главной приманкой и основным доводом служило обещание Дионисса перейти на ту форму правления, которую ему рекомендует Платон. В действительности философ был ему нужен, чтобы помочь разобраться в наиболее запутанных делах. Платон принял предложение и попал в сети политической интриги, которая оказалась шедевром даже для коварных сицилийцев. Философ не знал, что враги Диона уже уломали Дионисса возвратить из вполне заслуженной ссылки Филиста, чтобы тот противодействовал любым сторонникам, которых философ может приобрести. Все, что презирал Платон, должно было свершиться, поскольку Филист был экспертом в интригах, практичным политиканом в худшем виде и ярым сторонником тирании как идеальной формы правления.

Когда судно ошвартовалось в Сиракузах, Платона на пирсе встречал сам Дионис. Гибкий правитель зашел так далеко, что теперь вовсю старался продемонстрировать свое уважение великому педагогу. Дионис подогнал царственную колесницу, сев за возничего, настояв, чтобы Платон взобрался в нее, и отвез его во дворец. Радостные толпы перекрывали

улицы, философу казалось, будто он вернулся к себе домой. Дионис распорядился, чтобы приготовили публичное чествование философу и роскошное жертвоприношение бессмертным богам за благополучное возвращение великого человека. Со своей стороны, тиран объявил о намерении прожить добродетельную жизнь, изучить философию и управлять своими подданными мудро. Естественно, безнравственные придворные последовали примеру обожаемого тирана.

Чтобы продемонстрировать, что слова у него не расходятся с делом, Дионис сразу же начал брать у Платона уроки по геометрии. Несчастных придворных тотчас стала обуревать жажда познания треугольников, всех и одновременно. Вскоре мальчикам-рабам, приносившим этой орде неожиданно возникших геометров чистую воду и освежительные напитки, некуда стало поставить ногу, не опасаясь испортить квадрат гипотенузы на чертеже какого-нибудь энтузиаста на свежеотсыпанном песком полу. Весь двор жужжал, как улей в середине лета, определениями, аксиомами и фрагментарными доказательствами, когда возбужденные неофиты обоих полов спешили убедить друг друга в том, что они знают тончайшее отличие между четырехугольником и ромбом.

Медовый месяц политики и геометрии длился целых пять дней. Дионис принародно объявил, что его собственные старания в области четырехугольников сделали его душу бескрайне добродетельной. Дабы подтвердить, что стал хорошим человеком, каковым он себя ощущал, он принял просителей со всех концов с кротостью и предупредительностью, коих никогда ранее не демонстрировал.

Под философским наблюдением Платона законы, содержащие предложения по проведению существенных реформ, были написаны и едва не вступили в силу, когда Филист одернул тирана за рукав. Он напомнил Дионису, что Сиракузы находятся в состоянии войны с Карфагеном, нашептал, что Дион при потворстве Платона ведет сношения с врагом и готов реформировать правительство не только геометрически, но и физически.

Дионис мгновенно отвернулся от геометрии. Еще раз лично распорядился арестовать Диона и расставить шпионов в квартале Платона. В сущности, философ оказался государственным заключенным. Все еще внешне дружелюбный, тиран предпринял предварительные меры предосторожности, чтобы снизить растущую популярность философа в массах. Одновременно придворные обнаружили, что их никогда не заботили треугольники и нет ничего скучнее ромбов. С полов смели весь песок, пары начали танцевать, и опять мальчики-рабы стали разносить сосуды с вином вместо бутылок с водой. Развлечения сменили диспуты.

Обескураженная неожиданным падением добра и соответствующим триумфом грубости, фракция Диона стала сильно побаиваться за безопасность Диона и Платона, особенно когда поползли слухи, что Дион будет тайком зарезан. Приведя в действие весьма значительное влияние, друзья Диона убедили тирана заменить смертный приговор изгнанием. Дионис уступил и отправил Диона в Италию. Пообещав призвать обоих, Диона и Платона, если когда-нибудь наступит мир в отношениях с Карфагеном, он отправил Платона морем в Афины. Там позднее к своему учителю присоединился Дион, чтобы продолжить изучение философии управления.

Во второй раз Платон взял верх над тираном из Сиракуз. Какими бы неосуществимыми ни казались идеи «Республики», не Платон, а Дионис предстал в глазах общественности вопиющим ослом. Дабы сохранить обломки собственного достоинства, Дионис направил массовое приглашение разным философам по всему цивилизованному миру с предложением оказать честь Сиракузам своим присутствием и осчастливить всю Сицилию своей мудростью. Он обещал им места при дворе и всяческую роскошь, какую они только не пожелают для облегчения их размышлений. Так, всем скопом они и приняли его приглашение. Даже циники не смогли противостоять такой уникальной возможности публично демонстрировать презрение к богатству, в то время как откровенно бессовестные гедонисты или почитатели денег, такие как Аристип и Эсхин, мчатся к корыту наслаждений. Дионис почувствовал, что сумел восстановиться в глазах цивилизованного мира во всем,

кроме одной детали.

Этой деталью был Платон. В его отсутствие даже брюзжащий Диоген никого не устраивал. Но Платон не был заинтересован возглавить компанию ничтожеств, толкущих воду в ступе. Настала очередь тирана прибегнуть к посредничеству всех своих родственников, мужчин и женщин. Добавив их мольбы к мольбам раскаивающегося хозяина, они объединились в упрашивании Платона забыть прошлые обиды и вернуть единственную истинную философию в Сиракузы. Ссылаясь на слабость здоровья и преклонные годы (вежливая отговорка), Платон отказался. Только когда Архит и другие влиятельные пифагорейцы призвали его именем философии вернуться в Сиракузы и подавить полоумное бормотание голосом разума, Платон уступил. В третий раз он отплыл в Сиракузы в надежде приручить тирана и цивилизовать Сицилию. Колесница, в которой Дионис сопровождал его во дворец, была вдвое лучше прежней.

На сей раз на политическом горизонте не было ни облачка. Филист впал в долговременную немилость всего народа Сицилии, и, если бы Дион сумел составить компанию Платону, он мог бы стать желанным королем-философом.

Дионис тоже сильно изменился. Смиренный и задумчивый, почти меланхоличный, он слушал с благосклонным вниманием Платоновы тщательно продуманные порицания зла тирании и обещал реформы. Он обещал что угодно, только не обещал сдержать свои обещания. Платон напомнил ему, что Диону было обещано возвращение, как только воцарится мир. Военные действия давно закончились, а Дион продолжал жить в изгнании. Тиран со вздохом признал, что все сказанное правда, но ничего не может с этим поделать: Дион отказался возвращаться. Платон сразу же понял, что его опять обманули. Он вспомнил, как на последней встрече с Дионом этот полностью воспрянувший духом молодой человек с нетерпением ожидал сигнала от Диониса на возвращение в Сиракузы, чтобы мгновенно внедрить принципы управления Платона. Наиболее серьезные препятствия, считал Дион, уже устранены. Тиран может согласиться на перераспределение собственности в равных долях. Теперь Платону стало ясно, что если чему и противился всей душой Дионис, так это коммунизму. После этого доверительность в отношениях превратилась в угрюмый фарс с обеих сторон, чтобы только сохранить лицо перед ревнивой ордой сплетничающих философов разных направлений, роящихся при дворе. Эти рассерженные любители мудрости нашептали Дионису, что Платон сторонится их, потому что он слишком самоуверен, и считает, будто сам сможет править лучше, чем законный глава. Помня о сделанной когда-то грубой ошибке, Дионис остался учтивым и осторожным. Когда Платон перестал выдерживать столь аномальное положение, он попросил разрешения вернуться в Афины. С показной неохотой тиран согласился. В распоряжение философа предоставили государственный корабль.

Но в решающий момент Дионис передумал. Прежде чем корабль вышел из гавани, Дионис дал знак капитану вернуться. Платон был снят с борта под арест. Дионис не собирался позволить этому неуправляемому философу рассказывать о нем самодовольным афинянам.

Чаша терпения Архита и других друзей-пифагорейцев Платона в Таренте переполнилась. Архит фактически направил Дионису ультиматум с требованием немедленно освободить Платона. Это не было абстрактное положение политической теории, а конкретная угроза войны. Дионис все понял. В качестве последнего жеста, дабы спасти лицо, он заказал прекрасный обед, какого еще не видели Сиракузы, нагрузил отъезжающего почетного гостя богатыми подарками, которых тот совсем не желал, и лично сопроводил его на корабль. Когда Платон вступил на борт, Дионис прошептал последнюю просьбу: «Думайте обо мне иногда, когда вы не думаете о философии».

На обратном пути Платон задержался в Элиде, чтобы посмотреть Олимпийские игры. Его присутствие вызвало куда больший интерес среди зрителей, нежели атлетические состязания, которые они прибыли посмотреть за сотни миль по морю. Он был героем Греции.

Остаток своей жизни Платон прожил спокойно и безвыездно в своем доме и в своем саду, со своими учениками. Умер философ на восьмидесятом году жизни за праздничным столом. Похоронен он под его любимыми деревьями.

Глава 19
«Второе я»

Не стоит забывать, что «многие философы высокого уровня признания, начиная с Платона» придерживались точки зрения «в той или иной форме», что «математическая реальность существует вне нас». Интересно и познавательно узнать, что привело Платона к столь значимому выводу. Даже беглое прочтение работ Платона наводит на мысль, что элементарные свойства чисел и методология геометрических доказательств в значительной степени повлияли на ход его размышлений при выработке собственной философии.

Прежде чем рассматривать его аргумент в пользу «реальности» математики, было бы неплохо просуммировать его высказывания об арифметике и геометрии как с позиций самих разделов математики, так и их помощи в выработке его философских воззрений. Тогда окажемся в состоянии разглядеть, почему он так высоко ценил математику даже в самых скромных ее проявлениях. Что бы он ни сказал о

математике, все было подхвачено его учениками эпохи Ренессанса, иногда с пониманием, но чаще с низкопоклонством, не предполагавшим критического осмысления. Во времена возрождения Платона, в XV и XVI веках, некоторые из самых высокопарных толкователей математики стремились даже превзойти Платона в своем восхвалении «божественной науки», а кое-кто преуспел в классических пассажах трогательного красноречия. Они еще получат возможность высказаться чуть позже. Хотя и не математик уровня Евдокса или Архимеда, Платон был сам почти подобострастен в восхвалении чистой математики. Отдельные его хвалебные высказывания в адрес арифметики и геометрии, которые он называл дисциплиной философской души и открывательницами вечных истин, звучат бессмысленно чрезмерными сегодня, но произносил он их так красиво, что было бы проявлением неблагодарности со стороны любого современного математика ссориться с ним на этой почве. Его оценка математики была, что называется, слегка завышена со стороны аристократа среди аристократов и философа, чьим первостепенным устремлением были мораль и этика.

Главной математической задачей Платона была двойственность. Абстрактность данных в математике (ее числа, точки, линии) предполагает наличие специального аргумента для познания «сущностей», прямо доступных разуму и независимых от чувственного опыта. Эти не познаваемые чувствами сущности предопределяют наличие сверхчеловеческой области вечно существующих Форм или Идей, в которых «истины» математики «принимают участие». Первой частью задачи Платона было установление этих Идей выше любых рациональных сомнений, а от них – вывод о феномене мира чувств. Вторая часть была так тесно увязана с первой, что решение любой из них оказало бы влияние на другую. Движение Гераклита («Все сущее есть движение») противоречило умам, сконцентрированным на вечном, где не было места ни переменам, ни подобиям перемен. Мир чувств, как на том настаивали пифагорейцы, был печально известен своей нестабильностью и кратковременностью.

Если «вещи есть не то, чем они кажутся», тогда что же они такое? Ответ Платона гласил, что они лишь отчасти истинны, красивы, но с изъяном и, не вполне ценные по своим свойствам, доступным чувствам или разуму, являются простыми «становящимися», первыми допусками на пути к полному участию в абсолютной истине и абсолютной красоте, абсолютной добродетели, вечно существующим в вечном царстве. Его главной задачей было доказать существование этих абсолютов, особенно в части добродетели, и ему казалось достаточно правдоподобно, что математика дарит ему необходимое убедительное сходство и единственную надежду на успех.

Начатое Фалесом и Пифагором завершил Платон. На земном уровне он стремился усовершенствовать арифметический синтез мироздания, впервые предложенный Пифагором. Весь философский туман своих предшественников и многое из до-научной мифологии более древней мудрости было осмыслено им, чтобы полноводной рекой объединенной системы взглядов, которая течет от эпохи раннего христианства к Средним векам, а затем – сквозь научный ренессанс XVI и XVII веков, прибавивших огромное количество воображаемого со стороны бесчисленных идеалистов и нумерологов, совершить невероятный рывок-скачок из прошлого в настоящее.

На божественном уровне минимум два из абсолютов Платона выжили в верованиях миллионов: Добродетель как божество и Истина как его внутренняя неискаженная суть. Красота, кажется, как абсолют утратила со временем свое место. «Красота живет только в глазах зрителей», оставаясь вопросом вкуса и суждения. Но совсем не так с Истиной, особенно в свете открытий в математике. Для современной пифагорейской математической истины свойственна та же проецируемость части абсолютной Истины, как это было во времена Платона. На обоих уровнях, земном и божественном, очевидность достигается путем математического доказательства как главного источника всей философии Платона.

Дважды два могло значить четыре для земных чувств, но для души это значение было безгранично.

По утверждению Платона, философ должен знать арифметику (пифагорейскую). Он должен обдумывать число до тех пор, пока его внутренняя природа не станет понятна разуму, что важно для здоровья самой души. Поскольку число – наиболее прямое из всех средств для перехода от «становящегося» к «существующему», от изменения и гниения до неизменности и бессмертия. Действительно, число существует первоначально, чтобы душа могла подниматься от мимолетного до бессмертного и раствориться в вечности. Геометрия тоже выводит душу от становления к существованию и подготавливает ее к участию в Добродетели. Реальной целью обоих остается знание, то знание, стремление к которому у арифметики и геометрии не преходяще, а вечно. То же и с музыкой, если ее математизировать и влить в Красоту и Добродетель, тогда она поведет душу к Истине и взрастит дух мудрости.

На мирском уровне арифметика – преимущественный вид знания, в котором высокородные персоны должны разбираться очень хорошо. Было сказано, что она важна для всего человечества, потому что ее необычность воздействует возвышенно на умы людей. Действительно, знание математики обязательно для героев, полубогов, богов и иных субъектов, которые могут подниматься высоко вверх к высочайшим знаниям, в частности, математические знания важны для богов, так как в математике присутствует элемент жребия, которому даже боги не способны противостоять.

Что касается самой математики, она парит над обманом чувств в вечной свободе в сфере абсолютных реальностей. Если Фалес мог лишь смутно представлять в своих абстракциях общие параметры, предоставляемые чувствами, то Платон особо подчеркнул, что геометры не работают с видимыми линиями своих чертежей, а, наоборот, пристально разглядывают «абсолютные площади, абсолютные диаметры» и так далее – «вещи в себе», которые могут

быть «увидены» только с помощью разума. Хотя абстракция может происходить от чувственного опыта, истина, которую познает математика, не есть степень чувств или величина переменная, как точка зрения, но есть величина идеальная и абсолютная, вкратце – знание. Разум или даже душа не принимает участия в создании математических истин, а просто находится в курсе их существования, если должным образом подготовлена. Именно в этом последователи Пифагора, и Платон среди них, расходятся с большинством математиков XX века.

Одним из наиболее спорных аргументов философа в пользу независимого существования математических истин является то, что в человеческом теле отсутствует орган чувств, приспособленный для их регистрации. Оказавшись за пределами восприятия с

помощью зрения, слуха, обоняния, вкуса и прикосновения, скорее угаданные разумом или душой, эти истины должны существовать вне зависимости от чувств. Их неоспоримое существование разрешает конфликт между чувствами и интеллектом, между точкой зрения и знанием, между кажущимся и реальным и является единственно достаточным доказательством сверхчеловеческой сферы неизменного Сущего.

Естествознание подобным же образом свидетельствует в пользу неизменного, которое выше перемен, но только в той части, где представлены выводы на основании арифметики или геометрии. Из этого следует, что соответствующие достоверности нескольких наук могут быть справедливо доказаны посредством математики, на которую они опираются. Так как «боги всегда геометры» и все, что не в гармонии с геометрией, может быть только иллюзией абсолютной реальности, измышленной божеством.

Часто цитируемый афоризм о геометризации божественного больше похож на описку или временное помутнение рассудка у Платона. В действительности ничего подобного нет в его записях. Афоризм приписывают Платону. Безусловно, это противоречит пифагорейской вере, которой всегда придерживался Платон и которую он стабилизировал в своих собственных идеальных числах. Измененная версия, предложенная в XIX веке другим великим пифагорейцем К.Г.Я. Якоби (1804–1851), стоит ближе к философии Платона: «…бог всегда арифметизирован». В дальнейшем высказывание было дополнено другим величайшим специалистом в области арифметики в истории Ю.В.Р. Дедекиндом (H.W.R. Dedekind, 1831–1916), понятия не имевшим о пифагорейцах; его вариант стал вполне человеческим: «…человек всегда арифметизирован». Между первым и последним прошло двадцать три века противоречивых философий, обращавшихся к математике, чтобы подтвердить свое исключительное право на существование.

Если Платон сумел приукрасить бесполезную математику языком вдохновленного ангела, он также без труда оговорил полезную математику со всем присущим ему пренебрежением и презрением рассерженного человека, обеспокоенного сверх меры тем, что казалось ему безобразностью и банальностью простой жизни. Его философское спокойствие исчезало при мысли о божественной математике на смиренной службе человечеству. Он признавал свое равнодушие к элементарным возможностям арифметики и геометрии смешным и заслуживающим осуждения. Кто не знает таких простых вещей, говорил он, больше напоминает свинью, чем человека. Но на этом он остановился, резко осудив полезность как мотив для изучения арифметики и геометрии. Все полезные ремесла, утверждал он, низкого происхождения и по сути своей убоги. Те, кто увидит в своих математических устремлениях «только ленивые басни в отсутствие материальной прибыли, которую можно получить», заслуживает саркастической усмешки. Но зачем тогда он так решительно бранил астрономов, которые предпочитали выверять движения невидимых планет из своих вычислений, вместо наблюдений за планетами на небе? А как быть с физиками, которые рискнули проверить акустические явления, перебирая струны, чтобы быть заклейменными предателями Истины и изменщиками своей высокой миссии? Досталось даже профессиональным математикам.

Их обвинили в подмене реальных целей геометрии по выяснению абсолютной Истины потребностями бытия в геометрии. Геометрам следовало напоминать своих собратьев из Академии Платона. Но ни один геометр с тех пор не проявлял столько глупости и не сходил с пути, поддавшись ужасной путанице со значениями слова «необходимое». Не были, к слову сказать, столь тупыми ни Фалес, ни Пифагор. Что касается порицания наблюдателей-астрономов и физиков-экспериментаторов, то все вернулось на круги своя критикой отсутствия прямого контакта с природой через несколько сотен лет бесполезной чистой науки.

Но неодобрение прикладной математики и эмпирического естествознания, к которым Платон относился с презрением, можно отбросить в сторону (что и делалось), как простое свидетельство проявления справедливого недовольства теми, кто не осознал его великих целей. Для среднего натуралиста эпохи Платона сам Платон был чем-то сродни

современному физику-теоретику для дилетанта-любителя, занятого бессистемными опытами. Он не искал интересных или эффектных результатов. Фактически, он занимался обобщением, чтобы увязать все достижения, и искал метод, который бы безошибочно раскрывал любую устойчивую реальность в любом ее проявлении, скрытую в любом свидетельстве, полученном от чувств. Его идеальные числа, возможно, дали ему требуемое обобщение, а его диалектика, как он верил, дала ему метод. Для всего этого нужна была предварительно идеализированная теория математических процедур и математических истин. Сегодня его цель совпадает с размышлением современных пифагорейцев, подменивших принципами эпистемологии платоновские идеальные числа, а математическим анализом – его диалектику. И пусть подмена совершена во имя великих целей, но старая мелодия легко узнаваема и звучит так же: «Все сущее есть число», наблюдение и опыт излишни и ведут к заблуждению.

Каждое вырванное из контекста высказывание Платона, касающееся математики, дает абсолютно искаженное представление о том, что он действительно думал по конкретному поводу. Например, говорят (но есть сомнение, что это правда), что над входом в свою Академию он повесил транспарант: «Да не войдет в эту дверь тот, кто не сведущ в геометрии». Не очень-то соответствует его собственному отношению к геометрии. Миф это или нет, Платон поместил над входом это предупреждение, чтобы ученики Академии, настроенные на изучение его собственной диалектики, не забывали приобретать навыки в элементарном логическом рассуждении.

Философия в Академии не была пустым времяпрепровождением для уклонистов от науки, а действительно серьезным занятием для восприимчивых молодых людей. Большая часть приблизительно соответствует курсу математической логики в наши дни. То была метаматематика его времени: критическое осмысление оснований для убеждений, гипотез, постулатов и моделей умозаключений, математических и иных.

Пусть даже часть из обсуждавшегося в Академии больше не представляет интереса для математиков или современных логиков, Платон все равно заслуживает уважения за то, что побудил математиков задать вопрос, чем же (если вообще чем-то) они занимаются. Он и его ученики развивали одно из главных направлений, касавшееся происхождения математических истин, и даже если отдельные современные математики находят платоновскую реальность подобных истин незрелой, если не абсолютно абсурдной, то некоторые, не менее компетентные, воспринимают мировоззрение Платона разумным и вполне убедительным. Итак, что бы кто бы ни думал о математической философии Платона, он не в состоянии ни возвеличить, ни низвергнуть эту философию без упоминания видных имен в математике. Как сказал бы Сократ, реальность математики – это вопрос разных точек зрения, но не разного уровня знаний, а споры по поводу ее состоятельности – всего лишь словесные баталии ни о чем.

Но тщетность дебатов не означает, что предмет дискуссии никого не интересует из числа участвующих в ней.

Математик, верящий в платоновский подход к математике, не найдет ничего нелепого или возмутительного в отрицании научного наблюдения и опыта в пользу чистого размышления. Более того, всю математику, кроме чистой, он удостоит лишь высокомерным презрением, особенно если вся его жизнь с детства протекала в закрытых аудиториях. Его оппонент найдет много возмутительного и, если он еще и окажется пессимистом, может даже напророчить повторение мрачного Средневековья. Ведь вера в реальность математики Платона явно превратилась в межевой столб между древними или средневековыми учеными умами и современными, или, как выразился бы модернист, между ненаучной и научной математикой. Математики, как правило, ненаучны. Это точка зрения не математиков, а естествоиспытателей. Эту точку зрения можно проверить, опросив мнение тех, кто сделал науку своей жизнью.

Поскольку большая часть математического мировоззрения Платона вложена в уста героев его диалогов, можно не вдаваться в подробности, что он или они в действительности

думали о математике. Только раз, например, Сократ в диалоге заговорил в своей традиционной манере. В отличие от Платона у Сократа не было излишне восторженного отношения к математике, кроме, пожалуй, как к открывательнице Истин или как к тренингу мозга. Он знал, что геометрия полезна при измерении полей, и далее в том же духе, и это все. В «Республике» Глокон вопрошает:

– Уверен, вы не в состоянии уважать профессионального математика как диалектика?

– Разумеется, нет. Мне не довелось встретить математика, способного размышлять, – спешит ответить Сократ.

Как ни суди, данное высказывание выглядит как честное признание. Хотя Сократ мог утрировать свою оценку, в наши дни полно людей, которые согласились бы с ним. Но Платон никогда.

Математика, утверждал он, ускоряет развитие умственных способностей и незаменима в качестве предварительной дисциплины для юных, тех кто еще недостаточно возмужал,

чтобы начать упорное изучение философии, диалектической аргументации и пифагорейской отрасли знания – нумерологии. Вклад математических занятий в достижение серьезных целей в философии прямой и позитивный. Важен именно математический метод, в значительно большей степени, чем математические истины. Будущий философ отрабатывает посредством геометрических упражнений правильное восприятие и функции определений, непосредственно дедукцию, технику анализа и метод доказательства от противного (описанный в одной из предыдущих глав), что важно как для диалектики, так и в организации строя мысли. Подобная тренировка необходима для всех, кто собирается получать знания, она готовит ум искать и распознавать наивысшие реальности как противостоящие чувственным свидетельствам. Математика сама по себе не может раскрыть высшую реальность или абсолютную истину, диалектика может. Мнение происходит от чувств и связано со «становящимся», знание идет от ума и относится к «существующему», математика становится мостом между мнением и знанием. Диалектика более проницательная и острая, чем математика, – это процесс, который выделяет новые истины путем анализа и аргументации. Исключительно в уме процесс проходит от Идеи, через Идею и к Идее. В чисто математическом доказательстве истинность гипотезы не подвергается сомнению. Диалектика же ищет и находит в идеях реальности, подтверждающие истинность математических предположений. Она подтверждает «самоочевидность» математических аксиом, называемых во времена Платона и долгое время после Платона «общеизвестными представлениями», как «самоочевидные истины» и проверяет базовые гипотезы и фундаментальные процессы всех методов раскрытия истин, из которых математический метод – лишь один из многих.

Если бы Платон писал сегодня, он, возможно, назвал бы все это метаматематикой и металогикой 1930-х годов. Две простые иллюстрации его обращения к математике для прояснения метафизического аргумента встречаются в «Меноне» и «Фаэдо». В первом задается вопрос, можно ли научить добродетели, в последнем – бессмертна ли душа. «Как принято в геометрии», гипотезы высказываются, их выводы анализируются, словно кто-то пытается доказать гипотетическую теорему. Оба аргумента будут подытожены в следующей главе. Второй, возможно, самый доступный пример такого рода очевидности, которая вдохновила Платона изобрести его Вечные идеи.

В случае с Платоном можно проследить неизменную догму, что математика должна формировать основу солидного образования. По возвращении в Афины после своих путешествий в Италию и на Восток Платон остро почувствовал недостаток подготовки мальчиков Греции по арифметике и геометрии по сравнению с глубоким изучением материала по этим полезным предметам египетских школьников. Но он не долго занимался базовой полезностью. Так, в своей «Республике» он описал интенсивное математическое обучение для стражей своего идеального города, потому что, как он утверждал, все ремесла и отрасли знания необходимым образом включают число и расчеты. Отмечая, что существует не так много предметов столь сложных для среднего ума, как математика (в

частности, арифметика), он ободрял робких, вселяя в них надежду, что число, когда его изучают ради него самого, становится чарующим и чем более абстрактна арифметика, тем лучше для души. На менее высоком уровне, говорят, арифметика и геометрия незаменимы в военной тактике, позволяя командующему использовать его войска для победы. В данной работе, насколько это касается арифметики, Платон, возможно, предпринял попытку визуализировать квадратные, треугольные и прямоугольные числа пифагорейцев в батальном построении. Этот боевой порядок уже использовался. Но, как и всегда, Платон заканчивал на идеалистической ноте: единственной правдивой и заслуживающей внимания целью изучения математики является продвижение души в направлении Сущего.

Если бы он жил сейчас, Платон не поладил бы с теми психологами, которые утверждают, будто доказали статистически, что нет или почти нет влияния изучения одного предмета на изучение другого и что вера наших отцов в математику как главную дисциплину не имеет под собой почвы. Какое бы допущение ни оказалось доказанным фактом в этой до некоторой степени желчной перепалке по вопросу значимости математики в базовом образовании, не возникает сомнения, что авторитет Платона усилил пифагорейское требование об усилении образования в области азов математики и более двух тысяч лет способствовал сохранению в школах арифметики и геометрии.

Если бы его спросили, что есть друг, он бы ответил: «Второе я». Чистая математика никогда не имела лучшего друга, чем Платон, а Платон – лучшего друга, чем чистая математика.

Глава 20
Обожествленное число

Перейдем к краткому изложению некоторых очевидных свойств, высказанных Платоном в поддержку «математического реализма». Во-первых, некоторые детали технического языка. Поскольку его Идеи оставались для Платона продолжающимися во времени «реальностями», его система стала разновидностью «реализма», несмотря на его убежденность в идеальности «сущностей», то есть Идей, находящихся за пределами прямого опыта и органов чувств.

Краеугольным камнем платоновского математического реализма является доктрина припоминания и размышления. Схематически она представлена в диалоге «Менон». Сократ и Менон спорят о возможности обучения добродетели. Сократ обязался доказать, что «обучению нет места» в том смысле, что один ум сообщает или пересылает знания другому, «только размышление». Он просит Менона, одного из его «бесчисленных сопровождающих лиц», послужить грешным телом в его наглядной демонстрации. Сократу требовался предположительно необразованный, но смышленый мальчик-раб, понимающий по-гречески и «рожденный в доме».

– Прислушайся к вопросам, которые я задаю ему, и определи, учится он у меня или только запоминает, – обращается он к Менону.

Изобретательными наводящими вопросами и простыми геометрическими диаграммами Сократ предлагает мальчику «запомнить» отдельные простейшие математические сведения. Например, он заставляет его посчитать $3 \times 3 = 9$; $2 \times 4 = 8$, прочитать на диаграмме, что 8 не является квадратом 3. Его неспособность показать квадратный корень из 2 на диаграмме остановила мальчика. Но он «запомнил», что квадрат удвоенного числа не является дважды квадратом этого числа, и случайно показал корень квадратный из восьми. После дальнейших уговоров Сократ попросил Менона сообщить ему выводы. Они имели большое значение.

Согласно Сократу, опыт показал, что слуга не знал, какие знания хранятся в его голове до поры до времени, пока они не потребуются. Способность мальчика дать правильные ответы на вопросы доказывает, что математические истины, спящие в его мозгу, «были просто разбужены в нем» во время опроса, «как под гипнозом». Далее, «знания, которые он теперь имеет» он должен «или накапливать, или навсегда оставить при себе». Но поскольку

мальчик никогда не ходил в школу и не изучал математику, следует отдать предпочтение второй возможности.

Сократ, кажется, сам поверил, что сформулировал свой тезис. Математические знания непреходящи. Души владеют ими до нашего рождения, забывая их при входе в нашу жизнь, но их можно вызвать усилием воли при наличии соответствующей потребности. В частности, математика не плод творения ума, а только «памяти». И следует важный вывод: «…и если истина каждой вещи всегда существует в душе, значит, душа бессмертна. По этой причине веселитесь и взывайте, чтобы достать то, чего вы не знаете или, часом, позабыли». На что Менон (не названный в диалоге скептиком) ответил:

– Я чувствую, что мне нравится то, что вы говорите. Не очень искушенный в правилах поведения, Сократ ответил:

– И мне, Менон, нравится то, что я сказал. Известнейшим образцом доктрины припоминания на чисто интуитивной основе стала «Ода намеку на бессмертие» Вордсворта. Подобно большинству поэтов, подпавших в юности под влияние реализма Платона, Вордсворт не верил, в отличие от верившего Сократа (Платона?), что логические и научные знания были унаследованы вместе с душой. Реализм в понимании Платона исходит от эмоций, а не от разума. Мистику, математику и прочее найти еще можно. Одно из предназначений мистицизма – моментальное знание о реальности прямой интуицией без посредничества чувств или разума. Настоящая мистика не нуждается в доказательствах, как у Сократа. Для него они не нужны, неуместны и бессмысленны.

Доказав бессмертие души, Сократ быстро перешел к бессмертию добродетели. Нет необходимости следовать за ним. Все его (или Платона?) усилия по доказательству предположения такого рода фундаментально не отличаются от представленного. Для ума, жаждущего быть убежденным, наиболее убедительными из всех попыток Платона установить «объективную реальность мироздания» (таких, как истина, добродетель, любовь, человек, знания и т. д.) были те, что касались общеизвестных истин арифметики и геометрии. И значит, так оно и было, раз Сократ убедил Менона. Платон не был ни первым, ни последним, кто искал математическое постоянство среди ускользающих воспоминаний о событиях прошлого. Из века в век у думающих людей сохраняется потребность найти отдельные признаки постоянного убежища в вечно существующем потоке, который время от времени бросает их на скалы (или в болото) предполагаемо вечной математики.

Суть реализма Платона – мистическая доктрина об Идеях и Формах. По мнению ряда экспертов, записи Платона содержат как минимум две теории Идей. Математики, согласные с Харди, которого уже цитировали в первой главе, в том, что «математическая реальность лежит вне нас», не нуждаются в убеждении самих себя, которую из теорий Идей им стоит использовать для поддержания собственной уверенности. Одна, чтобы объединить все, предоставляет им изобилие взаимно подтверждающих аргументов. Нет необходимости беспокоить тех, кто интересуется вместе с Казнером, как человеческие создания когда-то додумались поверить в платоновскую реальность математики, школьными сомнениями о том, в которую из версий своей теории, если таковые имеются, в конечном счете верил сам Платон. Любой единичный аргумент из скопления всевозможных аргументов в состоянии показать, что подтолкнуло реалистически мыслящих математиков разглядеть «объективную реальность» математики. Выбрав один из самых простых, рассмотрим его по «Фаэдо» в части «реального» равенства.

Чувства никогда не указывают на точное равенство двух предметов, очищение путем измерений всегда показывает расхождения, не установленные простым наблюдением. Следуя этим путем, если чувственная очевидность что-то и говорит нам, то необходимо беспредельное количество очисток от примесей. Хотя действительно достоверное равенство находится за пределами чувств, разум не испытывает проблем в установлении равенства с абсолютной точностью. Если это «реальное» равенство никогда не достижимо для чувственного наблюдения, где оно и что оно собой представляет?

Логик-позитивист из школы экстремалов мог бы сказать, что этот вопрос лишен

смысла. Экспериментатор будет настаивать, что любое предположение, например «длина этих двух палочек равна», имеет значение, только в случае, если предположение включает в себя средства его проверки. «Абсолютное равенство существует» в предположении, которое не выдержит этот тест. Это образец метафизических утверждений, что с научной точки зрения лишено всякого смысла. Такие утверждения не обязательно не важны. Многие из них ограничивают человеческое поведение, а некоторые начинали длительные и кровавые войны. Они просто не имеют значения для науки. Важны ли они для чистой математики? Математик-реалист не сомневается в данном вопросе. Для него абсолютное, идеальное равенство существует, но никогда полностью не проявляется.

Равенство как идея всегда одинаково. Будучи неизменным, оно остается единственно возможным объектом знания во всех данных вопросах. Поскольку, если измеренные длины двух металлических прутов, скажем, «равны» по длине, измеренной микрометром, но подвергнутся воздействию температуры, а сам микрометр начнут трясти совершенно непредсказуемым образом, кто может знать наверняка, что пруты равны по длине? И что это значит, если скажут, что равны? Текущий научный ответ, что все эти вопросы не могут иметь значения, потому что все эмпирические измерения есть статистические по сути, просто отодвигают к началу вопросов. Чувства, как в научном эксперименте, формируют мнение, размышление, как в математике, формирует знание. В этом и заключается, как отмечал математик-реалист, последователь Платона, разница между мнением и знанием. Вырабатывая свою позицию, реалист критикует интерпретацию типичного опыта.

Экспериментатор А придерживается точки зрения, что шесть дециметров в длине прута, измеренного в соответствии с общепринятыми стандартами, равны 7 с допуском плюс-минус 2. По мнению экспериментатора В, 5 плюс или минус 1 вполне достаточно. Математик-реалист настаивает на том, что ни А, ни В не могут знать ничего о «реальном» размере прута до тех пор, пока каждый продолжает апеллировать к своим чувствам и к своим приборам. Теперь числа, соответствующие длине, что А и В заложили в свои формулы и равенства, также сопровождаемые возможными погрешностями, рассматриваются как неизменные на все время процессов математической дедукции. И пока размышления корректны, утверждает реалист, А и В находятся в сфере знания. Когда же они перестают мыслить

абстрактно и переводят свои выкладки в экспериментальную фазу, они возвращаются обратно в поток простых мнений. Такова приблизительно точка зрения реалиста, и он никогда не перестанет удивляться тому, что, по мнению экспериментаторов, именно они преумножают накопленные знания человечества. Для него единственная часть любой науки, которая имеет право именоваться знанием, – это математика. Так как естествознание как раздвоенная личность находится в вечном конфликте само с собой, математика же, существующая монолитно в окружении разума, самодостаточна и отличается здравомыслием.

Бесконечный раздор между знанием Сократа и мнением нашел отражение в науке в виде конфликта между теорией и наблюдением. Тот факт, что подобные расхождения действительно имеют место, и достаточно часто, отрицать нельзя. Кто виноват, пока не решили, но есть подозрение, судя по некоторым примерам, что могут быть виновны оба фактора. Но реалист уверен в одном, что его математика всегда права, а потому вечно права. Но права так, как это понимает реалист, а математика реалиста по этой причине не имеет никакого значения в областях научного эксперимента и здравого смысла.

Возможно, что в большей степени, чем общие сведения о математике (равенства, точки, линии и т. д.), ее теоремы дают математику-реалисту бесчисленные подтверждения его уверенности. Вместо поиска доказательств этого постулата у Платона (или Сократа) процитируем другого знаменитого философа, известного как математика высокого уровня. Обратимся к Декарту, жившему в 1596–1630 годах, потому что он типичный великий математик, чье научное чутье метафизично и не однозначно. Как можно предположить со стороны такого ума, Декарт верил в реальность математических понятий. В «Пятой

медитации» он раскрывает видение реального в Вечном треугольнике.

«Я представляю себе треугольник, – говорит он, – хотя такая фигура, возможно, и не существует и никогда не существовала нигде в мире за пределами моего разума.

Несмотря ни на что, эта фигура имеет определенную природу, или форму, или детерминированное содержание, которое неизменно и вечно и которое не я изобрел, но которое, при любом раскладе, зависит от моего восприятия. Это очевидно, потому что я могу продемонстрировать различные свойства треугольника, например что все три его угла в сумме равны двум прямым углам, что против наибольшего угла расположена наибольшая по длине сторона и т. д. Хочу я того или нет, я вижу достаточно четко и ясно, что эти свойства принадлежат треугольнику, хотя я никогда ранее о них не думал, и, даже если я впервые представил себе треугольник, никто никогда не сможет утверждать, что я изобрел или придумал их».

Загадочный треугольник, чьи свойства представил Декарт, не был плодом его фантазий, а являлся универсальным треугольником, что практически соответствует «Идее» Платона, согласно которой все треугольники, воспринятые органами чувств, представлены в нем в силу своей треугольности. Для реалистов аргумент Декарта вполне ясен и устраивает их. Другие же, необходимо честно признать, находят его очаровательно наивным. Повторим еще раз, это больше вопрос эмоций, чем разума, чтобы его рассудить.

Как только Платон осознал абстрактность математики, эстетики, этики и морали в «Идеях», он, видимо, почувствовал уверенность в себе и своем реализме. Но когда менее симпатичные ему понятия начали настаивать на своем метафизическом праве и также стали копиями соответствующих Вечных Идей, он засомневался. Между несомненными Идеями, такими как Равенство, и стоящими выше всех Истиной, Красотой и Добродетелью оказались Идеи, соответствующие обыденным, но бесспорным растениям и животным. Были ли эти Идеи совершенно чисты? Хотя вопрос следовало задать немного иначе, Платон мог бы спросить, обращаясь к Добродетели: «Что есть человек, яко помниши его?» Ответ прост.

Из числа сотен миллионов индивидуалов, к кому можно отнести слова «вот это человек», ни один не является

Человеком. Как заметил Протагор, вам никогда не встретить Человека идущим вдоль по улице, вы видите человека и узнаете его, если придется, если даже вы никогда его не видели. Но, игнорируя данные софизмы, как это делал Сократ, реалист считает, что каждый индивидуум представлен в Идее «Человек». Универсальный предлагаемый общий термин «Человек» являет собой некую Реальность. Эта Реальность может быть воспринята разумом, но не чувствами, человек, а не «Человек» – вот о чем докладывают чувства. Идея «Много», то есть множество людей, делится на идею «Один», то есть на идею «Человек», и «Человек» существует в навеки неизменяемой сфере «Идей» как «объективная реальность».

Таким образом, переходя к неосязаемому, реалист мог бы вначале представить всю красоту вселенной, расстилающейся перед ним. У каждого объекта есть изъян, и только некоторые похожи друг на друга. Хотя все они обладают «изюминкой», которую реалист воспринимает как красоту из идеи «Красота», которая охватывает все красивые вещи и входит незамеченной в его мозг. И эту «Красоту» он ощущает как «объективную реальность», более реальную, в несколько отличном и постоянном восприятии, чем любую мимолетную красоту, которую он до этого уже признавал красивой. Чувствуя, что «Красота» – это что-то хорошее, а «Добродетель» – это что-то красивое, а оба вместе – это правдиво, реалист в результате познает мистическое откровение, что «Красота», «Истина», «Добродетель» как «Идеи» каким-то образом проникают друг в друга. И поскольку арифметика и геометрия проникают в «Истину», следовательно, они также красивы и добродетельны.

На столь бесспорном выводе среднестатистический математик-реалист традиционно чувствует удовлетворение и успокаивается. Но, если он неколебимо метафизичен, как Платон, он продолжит поход к менее радостным «Идеям». Что бы вы сказали об Идеях «Чистки ногтей», «Волос», «Грязи», «Женщины легкого поведения» и тому подобного? Как

Идеи они существуют. Когда Парменид задал этот заковыристый вопрос Сократу, на тот момент еще молодому, Сократ возмутился и отверг возможность пребывания столь вопиюще отвратительных идей вместе с «Истиной», «Красотой» и «Добродетелью» в «Сущем». Поскольку Сущее само есть Идея, в которой каждая Идея участвует в полном объеме, постольку, в противном случае, это вообще не будет неизменяемая Идея, а простое заблуждение чувств и кратковременное «становящееся». Парменид уверил Сократа, что философская зрелость вылечит его от юношеской щепетильности в отношении Реальности, и действительно так и случилось. Его выздоровление вернуло его человечеству.

Предполагая, что Платон был уверен в объективной реальности своих Идей, мы встаем на спорную почву. Вес авторитета в философии, казалось, способствовал формированию этого мнения, хотя некоторые критики возражали, что Платон в свои преклонные годы отказался от объективной реальности Идей, и в поддержку своих возражений приводили отрывки из «Парменида» и иных работ Платона. Для реалистов-математиков не суть важно, кто прав, а кто нет, ведь они, разумеется, остаются верными объективной реальности математических «Идей», во что бы там верил или не верил Платон, состарившись. Иначе их реализм не имеет никакого смысла.

«Идеи», хотя и «объективные реальности», не есть «объекты» в прямом смысле слова: кирпичи, народ, эмоции, – а по существу стоят ближе к мыслям. «Идея», однако, не есть мысль в чьем-то человеческом мозгу, даже не в Мозгу Абсолютном, если Абсолют, он же Бог, вообще имеет мозг или, если таковой и имеет, хоть изредка думает. Идеи – существующие сами по себе сущности, которые могут быть мыслями думающего человека. Они над пространством и над временем, независимы от разных богов и людей, вечны, неизменяемы и прекрасны, они не плод разума, но воспринимаемы им и «известны» только благодаря разуму или душе, а не через чувства.

Все это становится очевидно для математика-реалиста. Но коварные трудности проявляют себя. Застарелый конфликт Единицы и Многого разгорается вновь в различиях между Идеями и миром чувств. Например, полным-полно треугольников, но есть только один Треугольник, бесконечность целых чисел и только одно Целое число. Сфера Идей из Абсолютной реальности, Абсолютного существования, мир чувств нереален и нестабилен, за исключением Объектов чувств, составляющих его или участвующих в Идеях. Идея есть Единица, выделенная посредством частичной реальности из Многого, если это Много вообще реально. Хотя реализм как Идея есть Единица, его неясность, как было показано в «Пармениде» Платона, множественна. Например, чем является «реальный» статус следующего предположения, что «дважды три равно семи»? К какой Идее он относится? Решение абсолютно простое – к реалистичной.

Чтобы сравнить свое Абсолютное существование и рассмотреть свою Абсолютную реальность, Платон включил созидательное воображение и легко превзошел подвиг пифагорейцев, которые изобрели Антипод (Анти-Землю). Он убедил себя, что постиг Абсолютную несущность. «Нереальная» составная часть предметов в мире чувств, так же как и ошибочные предположения, публикуемые время от времени невнимательными реалистами, типа «дважды три равно семи», и есть это Абсолютное несуществующее.

Вечное существование этого монстра не должно смущать нас, поскольку оно происходит благодаря участию в Истине, Красоте и Добродетели, чей реализм делает действительными как математику, так и древние верования, дожившие до наших дней. Но не следует забывать, что Зенон объяснял Сократу, что парадоксы Одного и Многого вдохновили его на собственные парадоксы. Пока все это, включая фундаментальный парадокс Единицы и Многого, к удовлетворению сторон не преодолено, математический реализм (как и математический анализ) оставался без прочного фундамента. Но это не превращалось в серьезное препятствие. Еще предстоит показать, что противоречивость неизбежно противостоит убежденности.

Вкратце рассмотрев Идеи как «объективированные концепции», задаем вопрос: как выявить Идею? Разумеется, не с помощью чувств. С помощью умозаключений тоже вряд ли

уловишь их во всей полноте. Хотя разум может подойти для подобного распознавания, если применить диалектику.

Полностью порвав с чувствами, диалектика оперирует исключительно в царстве Идей. Она имеет целью определить понятие и распознать его истинность. С помощью диалектического процесса происходит «распределение» на составляющие, выявление общего для разных вещей и выделение в конкретном виде подвидов с окончательным распознаванием мельчайших составляющих. Но поскольку все существует парами, согласно теории пифагорейцев, платоновское деление находится в родстве с дополнительным «сочетанием». Усовершенствованное распределение и сочетание, как кажется, могут стать эквивалентом современному аппарату перекрестной классификации по правилам символической логики.

Животные, например, когда их начинают «распределять» с учетом пар противоположностей, мужских, женских, разделяются на два взаимно исключающих класса, каждый из них может быть дальше «распределен» надвое, с учетом других пар противоположностей, и т. д. Когда остаются только 30 типов, 153, 485, 404 подкласса, практически все животные укладываются в ячейки, каждая предположительно внесет свой вклад в Идею, а в целом – в Абсолютное существующее. Изначальная пара, мужское, женское, например, могут оказаться в Идеях «Мужского», «Женского». Пифагорейцы, как уже было показано, распределяли из расчета своих десяти пар противоположностей. Диалектика Платона последовательно распределяет на две части из расчета категорий Реальности (Одинаковость, Несходство, Неподвижность, Движение и Существование). Только диалектика, и это понятно, способна создать обоснованную науку. Как можно предположить, реализм Платона допускает определенные парадоксы, с которыми до настоящего времени не полностью разобрались. Часть из них установил сам Платон. Каким образом, звучит вопрос в «Фаэдо», «Идея», которая согласно гипотезе является неизменной и вечной, вообще входит в состав изменчивых вещей этого чувственного мира и как объяснить обратное вхождение? В который раз, как только начинаем «реализовывать» свидетельство своих чувств в Идеях, ожидаемый прогресс от замены многостей единичностями превращается в иллюзорный. В «Идеях» необходимо накапливать «Все» Фалеса, Анаксимандра и Пифагора, преумножая внутри себя до высокого уровня, пока мощность множества Идей парадоксально не превзойдет мощность множества вещей. Простые софисты во времена Платона также задавали вопрос, что делают Идеи типа «Горячо», «Холодно», если не участвуют в чувственных образах «горячий», «холодный». Менее очевидно, чувственные «хороший», «истинный», «красивый» воспринимались всеми расформированными душами, освобожденными наконец-то из колеса жизни, и эти освобожденные духи не восприимчивы к переменам температуры. Следовательно, для них «Горячо» и «Холодно» существуют в несуществующем. На этом месте в античной дискуссии Аристотель, живший в 384–322 годах до н. э., отпустил ряд нелицеприятных комментариев. Зададим вопрос, насколько компетентен он был, чтобы критиковать метафизику Платона.

Сын врача, сам обученный профессии медика, Аристотель, в отличие от Платона, не был враждебно настроен в отношении эмпирического естествознания. Примерно в возрасте девятнадцати лет он уже регулярно посещал лекции Платона. С двадцати одного года вплоть до смерти Платона в 349 году до н. э. Аристотель был учеником, критиком и уважительным последователем основателя Академии. Именно в тот период Платон посвятил себя развитию теории Идей. У Аристотеля, таким образом, были широкие возможности получать информацию из первоисточника и уже на основе этого формировать свое критическое отношение к реализму Платона. Но два препятствия, возможно, не позволяли ему стать настолько объективным, насколько вообще философ в состоянии объективно оценивать труды своего соперника. И обе причины имели личностный характер.

Говорят, что Аристотель надеялся занять пост директора Академии после Платона. Когда же Платон умер, завещав пост Спевсиппу, Аристотель в гневе покинул Афины. Потом остыл и, вернувшись в Афины, основал свой собственный лицей в противопоставление

Академии. Платон знал Аристотеля лучше его самого. Трудолюбивый естествоиспытатель и ворчливый логик не соответствовал тому типу последователя, который станет взращивать Идеи в Академии или где-либо еще. Не был он похож и на человека, который, будучи таким же равнодушным, как Сократ, к красотам математики, станет развивать высшую нумерологию Абсолютного существования. По этой причине Аристотель оказался не соответствующим своим надеждам. Испытанное разочарование, а также особенности собственных научных интересов, скорее всего, не позволяют считать его абсолютно беспристрастным критиком философии Платона, если только он не был настолько погружен в науку, что приобрел иммунитет к человеческим слабостям.

Наиболее острой критике Аристотеля подвергался реализм Платона в его конечной форме, где Идеи становятся Числами. Следуя Аристотелю и сделав допущение, что письмо Теано подложно, а с ним и все похвалы, которые не были заслужены, просто отнесем неясности в реализме Платона к их происхождению в пифагорейской нумерологии. Подлог, как помнится, приписывал Пифагору следующее высказывание. «Вещи представлены числами» или «Вещи и есть числа». Аристотель заявлял, что Платон, как ни странно, никуда не продвинулся в метафизическом плане дальше неработающих древностей, поскольку «числа» и «представлены» он заменил на «Идеи» и «участвующие в», то есть сделал чисто редакторскую правку. Но поскольку Аристотелю очень сильно не нравилось многое в учении

Платона, а, как отмечают некоторые платонисты, остальное он был не способен понять, его обвинение звучит легковесно. Существует общепринятое мнение, что Платон отождествлял свои Идеи со своими Идеальными числами и что это было изобретение его престарелого ума, когда он уже утратил способность к немистическому мышлению.

Аристотель и сам отдавал предпочтение концепции натуральных чисел как «совокупности единиц». Но появление иррациональных чисел продемонстрировало, что иррациональные числа (типа корня квадратного из 2) либо вообще не порождены числами, либо не все числа есть «совокупность единиц». Иррациональные числа не могут быть получены ни присоединением единицы, ни конечной суммой рациональных чисел, созданных таким образом. Платон отвергал идею, что натуральные числа 2, 3… являются результатом суммирования 1 + 1, 1 + 1 + 1…, и утверждал, что они «по качеству то, чем они являются». Безусловно, говорил он, они не «совокупности единиц». «Совокупность» – это одно, а «число» – это другое. Это, кажется, придавало некое значение его теории формирования Идеальных чисел, в которой «участвовали» как натуральные числа, так и иррациональные.

Если более ранний вариант теории Идей математикам-нереалистам казался невразумительным, то продолжение, воплощенное в Идеальные числа, стало таковым вдвойне, даже в насмешливом изложении Аристотеля. Отдельные вопросы, вынесенные на обсуждение Аристотелем, звучали слегка сатирично, словно он пытался скорее выпятить свое превосходство, выставляя покойного наставника Академии как пустозвона мистагога, чем добиться понимания его зрелой философии. Почему, вопрошал он, число, воспринимаемое как единое множество, есть единица? Это та самая единица из платоновской нумерологии, единица, что порождает Все сущее из «Большого-и-Малого», та таинственная тень континуума, который Платон так и не объяснил?

Вопрос остался без ответа, поскольку Платон разместил «математические объекты» в диапазоне много выше области чувств, но ниже Единицы из Идей. Хотя вечные и неизменные объекты математики расположены ниже, чем Идеи, каждая идея остается лишь образцом данного рода, в то время как множество математических объектов могут быть похожи, например ненумерологическая чувственная три, но только одна Идея «Три».

Аргумент едва становится понятен после перехода к распутыванию сложной ситуации с закручиванием платонической триады: чувственные объекты, математические объекты, Идеи. Участие в одном сочетании «Большие-и-Малые» создает Идею, эта Идея та же самая, что и Число. Идеи лежат в основе всех вещей, все вещи состоят из примитивных элементов, элементы есть числа. Числа порождаются из «Больших-и-Малых», как и в Идеях. Таким

образом, настоящие элементы всех вещей есть как Идеи, так и Числа, лежащие в основе всего. Но поскольку Числа есть Идеи, они недоступны для чувств, и не следует ожидать, что они поведут себя как математические числа, которые не являются Идеями. Идеальные числа воспринимаются разумом, а математические числа – чувствами.

Чтобы отодвинуть Числа, имеющие земное происхождение, от полезной и сложной арифметики, Платон объявил, что они не могут быть ни дополнены, ни умножены. Полностью релевантный Аристотель задался вопросом, как одна идея может создать много идей, если иметь в виду, что Идеи есть Числа. Казалось, Платон ответил ему: так быть не может. Поскольку, если Идея, которая есть Число, потенциально есть «скопище единиц», как это должно было быть, тогда оно в состоянии создать другие Числа или Идеи, но это делает возможным добавление чисел. Но сам же Платон заявил, что это невозможно. Аристотель также спрашивал, в чем точная разница между математической единицей и реальной единицей, если последняя есть число, или Число вообще? Поскольку Платон был мертв, когда Аристотель задал этот вопрос, он до сих пор остается без ответа. Допуская возможность последнего шага в универсальной нумерологии, Платон внес в иерархию Идей под видом наипервейшей Идеи «добродетель». Добродетель, таким образом, стала Числом, а Число стало Добродетелью. Предел был исчерпан. Число было обожествлено.

Возможно, только математик-реалист в состоянии полностью понять теорию, которую я попытался передать вкратце. Я прекрасно осознаю недостатки моей попытки. Она была предпринята, чтобы дать некоторое представление о глубине или ширине сомнений, внесенных в человеческое знание в результате неосторожного высказывания Пифагора, что «все сущее есть число». Если то малое, что знали древние пифагорейцы в области математики и ее научного применения, создало философию, охватившую все от физиологического чувства голода до духовного познания Абсолютного Бога, едва ли удивительно, что бо_льшая математика вдохновила современных пифагорейцев всего-то лишь на открытие физической вселенной в собственных головах.

Сознавшись в одном из возможных недостатков законченного понимания, скептически настроенный ум признает и другое. Верный математик-реалист, скажем И.И.И., все еще верящий в Колесо жизни, может случайно вспомнить тривиальные фрагменты математической Идеи, как мальчик-раб Менона вспомнил заложенные в нем до рождения знания, что дважды четыре будет восемь. Потом начнет регулярно писать свои припоминания и отсылать их в математическую периодику, чтобы их напечатали под его собственным именем: «Написано И.И.И.». А если не реалист, если он и правда верит в реализм, опубликует то, что припомнит или считает верным под именем настоящего автора: «Написано Абсолютом»?

Теория Платона об Идеях была окончательно сформирована в IV веке до н. э. Зачем, спросит беспристрастный ученый, кому-то в XX веке н. э. воспринимать ее всерьез? И на какой результат рассчитывают искатели противоречий после истечения всех сроков давности той или иной детали примитивной попытки объяснить мироздание?

Какое возможное значение может быть у «старых, несчастных, давно позабытых вещей и схваток» для мира, шагнувшего вперед вместе с наукой? Конечно, задачи истории науки или математики не состоят в том, чтобы сберечь устаревшее от забвения. Тогда зачем перечислять эти античные дебаты давно умершей Академии Платона? Разве не правы в своем высказывании те философы, что заклеймили абсолют Платона как «наносящую ущерб тщетность»? Правы они или нет, ни один ученый ум реакционного XX века не называет доктрину Идей некритической ошибкой прошлого. Озлобленные и непримиримые враги науки – это не догматичные теологи, как предполагают некоторые ученые, а реализм в духе Платона. Это антипод науки, но его популярность возрастала с 1920 года, быстрее, чем в любой другой период после XVI века. В сравнении с огромной живучестью чистой магии, земным интуитивным мистицизмом реализма, травлей Галилея в XVII веке и поношением Дарвина выстроившимися в боевой порядок теологами в XIX веке – все это прошедшие недопонимания, малозначимые для науки. Но неторопливое непрекращающееся давление

общих донаучных мифологий и суеверий не уменьшилось со временем. Стоящие за ними тысячи лет все еще превосходят три века современной науки.

Глава 21
Пифагор в чистилище

Засвидетельствовав прославление культа числа Пифагора в его Идеальных числах, нам теперь надо пройти путь самого Пифагора сквозь чистилище XVII века к эпохе Ренессанса. Его страдания начались в I столетии до н. э. вместе с появлением адского изобретения неопифагореизма неким Публием Нигидием Фигулом, римским антилогиком, который запустил пагубный процесс брожения фермента неоплатонизма, поместив в идеи Платона элементы восточной мистики. После этого истязания Пифагор опустился в хаотичную преисподнюю гностицизма. Но ему не суждено было остаться там навсегда. Благодаря талантливым и благожелательным к нему отцам противоборствующей молодой христианской церкви, он одолел гностиков и начал медленно подниматься сквозь ядовитые испарения разлагающихся философов. Продвинувшись из Темных веков в Средневековье, он продолжил дальше свой нелегкий путь наверх к науке XVII века, проявляя терпимость к религиозной и бытовой средневековой нумерологии. На этом этапе его пребывания в преисподней науки и здравомыслия он претерпел неимоверные мучения. Наконец в XV столетии он столкнулся с Платоном, который тоже прокладывал свой путь наверх после того, как был низвергнут в тартар Аристотелем. Вместе они решили сделать рывок к свободе. Они сбежали вовремя, чтобы оказаться свидетелями рождения современной науки. Не видя в тот момент, куда бы им приложить себя, эти двое мудрецов древности, теперь объединенные дружбой, расстались, договорившись встретиться в 1920 году. С пошатнувшимся духом и умственно истощенные, они оба все же выдержали все испытания, мечтая об отдыхе. Пифагор нашел выздоровление в математике, Платон в метафизике. К означенному судьбоносному 1920 году оба подошли посвежевшие, готовые продолжить сотрудничество, которое началось в чистилище.

Было бы утомительно в деталях рассматривать все нелепости и ошибки чистого разума в его необузданных всплесках в неопифагореизме, гностицизме, неоплатонизме и теологической нумерологии Средневековья. Для нас в этом нет необходимости. Античный пифагореизм, с которым мы уже познакомились, заново оживал в причудливых формах перевоплощения во всех этих творениях беспомощного человеческого интеллекта. Будет достаточно лишь указать общие характеристики каждого основного периода и назвать несколько почти всем хорошо знакомых имен величайших теоретиков чистого разума, которых произвела на свет наша раса.

Почти весь период этого триумфального шествия чистого разума «королевой наук» оставалась астрология. В Средние века астрология разделила свой трон с богословием. И лишь в XIX веке астрология и богословие, смещенные с трона Гауссом, были вынуждены уступить место математике. Все три правителя честно представляли лучшее из всего, что чистый разум предложил им в эпоху правления каждого из них. Их взлет и парение над умами чистых мыслителей, когда они нескончаемо объясняли вселенную послушному и терпеливо доверчивому человечеству, и последующее затем снисхождение до презренной монотонной работы наблюдения и эксперимента составляли примерно четыре пятых времени периода от Публия Нигидия Фигула до Альберта Эйнштейна. В отличие от этого длительного периода деспотизма чистого разума современная наука управляла мыслями и возглавляла действия незначительной компании (в количественном выражении) приблизительно в трех двадцатых от того же промежутка времени, то есть примерно пятую часть по времени. Четыре к одному могло бы показаться достаточно щедрой разницей в пользу не подкрепленного опытом, беспомощного чистого разума. Но даже это весомое преимущество не сумело стимулировать какое-нибудь материальное достижение, сопоставимое с тем, что современной науке хватает недели.

Но, возможно, заспорят с нами, нематериальная польза от средневековой концепции лучшей жизни была настолько подавляющей, что простой комфорт и современное мировоззрение не идут с ней ни в какое сравнение? Средневековье, о чем нам постоянно напоминают, было реабилитировано, и XIII столетие теперь признано золотым веком христианской эры. И от некоторых тенденций, наблюдаемых с 1920 года, похоже, еще до конца XX столетия вполне даже «оптимистично» ожидать подобную реставрацию раннего Средневековья, этих мрачных Темных веков. Если рассматривать этот тревожный и злосчастный период сочувственно или «нумерологически», для ностальгической души, несклонной к науке, эти времена также имеют свои соблазны. Возможно, более подробный обзор достижений чистого разума с 100 года до н. э. до 1600 года н. э., чем представленный здесь, позволит прийти к какому-то решению сомневающимся – возвращаться ли в прошлое или остаться в настоящем. Здесь же мы лишь следуем за Пифагором.

Неопифагорейцы процветали с I столетия до н. э. до II столетия н. э. Хотя они были постепенно заменены менее противоречивыми сторонниками чистого разума, их собственные специфические фантазии выживали в нумерологии их преемников в течение многих веков. Стремясь к невозможному, они пытались переплавить все пленившее их неуемное воображение в философии Платона, Аристотеля, стоиков, античных пифагорейцев и всевозможных восточных мистиков в сверхфилософию всего, что к их времени было открыто в небесах, на земле и в аду. Они были, как сами считали, наследниками тайн Пифагора. Не сумев убедить в этом сомневающихся, они, дабы впечатлить легковерных, прибегли к фальсификации, изготовив письма и трактаты от лица пифагорейцев, и в том числе Теано и самого Учителя. В повседневной жизни они попытались (не слишком успешно) соблюдать жесткую дисциплину легендарного братства.

С точки зрения интеллекта они колебались между невежественным энтузиазмом и сознательным шарлатанством. Цементом, скрепляющим хаотичное месиво их непоследовательных идей в бредовой пародии на логичность, служила исходная нумерология Пифагора, пополненная обрывками из ее дополнений в Платоновом реализме. Те же самые Конечное и Бесконечное, те же мужское, как Единица, и женское, как Два, что когда-то смущали античных пифагорейцев, снова разделяли и властвовали во вселенной. Только после Платона эти древние числа стали менее антропоморфическими и более метафизическими, нежели в те времена, когда античные пифагорейцы выводили их в своих ловких трюках. Для вялых и толерантных неопифагорейцев ничто в придумках о числах не представлялось абсурдным. Принималась и любая метафизическая невероятность за пределами доказательств в мистической магии чисел. Предсказательный грохот гальки пифагорейской нумерологии, который потом переберется в священную мистику чисел средневековых богословов, ясно слышался в давнишнем конфликте между безупречной монадой и неисправимой диадой, опрометчиво восстановленном неопифагорейцами. Поскольку в античной нумерологии мужское начало Монады, Единицы, воплощало все положительное, мудрое, всезнающее, вечное и постоянное, в то время как женское начало, воплощенное в Диаде, Двойке, являлось источником всего отрицательного, злого, глупого, неосведомленного, преходящего и непостоянного. Монада символизировала божество, дух, совершенную форму; Диада была знаком материи, чувств, хаоса. Спустя несколько столетий Двойка тайно изменила пол и стала дьяволом. За это непростительное падение злосчастная Двойка была проклята вне всякой надежды на прощение разгневанной монадой.

В этих неуемных фантазиях своих самозваных учеников Пифагор страдал не в одиночку. Из-за этой в высшей степени туманно абстрактной чепухи в оборот взяли и Платона, сначала одного, а потом и вместе с Пифагором, а затем и Аристотель был удушен своей же собственной логикой. Высшее противоречие переработанной нумерологии сделало объективные реальности «Идей» Платона массивными, как египетские пирамиды, а идеи божественного разума легче крыльев бабочки. Эту многообещающую нелепость с благословения неопифагорейцев унаследовали наиболее интеллектуальные гностики.

Неопифагорейцы покажутся в целом довольно безвредным народцем, проявляющим

чудеса ловкости и мошенничества, чтобы фальсифицировать нумерологический синтез из унаследованной путаницы взаимно противоречивых религий и несовместимых суеверий. Цель гностиков оказалась приблизительно такой же. Но если судить сказанному о них христианскими святыми отцами, эрудиты-гностики отличались, прежде всего, своим тщеславием. И хотя их авторитет стал падать к середине III столетия, они продержались среди ученых мужей с I по V столетие христианской эры. Они также оказались, хотя и не осознавая этот факт, последней судорожной попыткой выжить среди истощенной и измученной философии. Александрия, город, который приютил греческую школу математики, стала их убежищем.

Название, которое удовлетворяло их предшественников в поисках мудрости, не было достаточно почетно для этих декадентов. Чтобы не называть себя философами и подчеркнуть свои необычайные достоинства, они придумали откровенно претенциозное название «гностики» (те, кто знает). Их предполагаемое абсолютное знание резко меняло цвет лица, подобно хамелеону, подстраивающемуся под окружающую среду.

Ни одной четко определенной системы нельзя приписать тем бесцельным эклектикам, для которых астрология вавилонян была столь же приемлема, сколь платоновская теология. Подобно Римской империи, в лучах заходящего солнца которой они грелись, гностики принимали всех богов, все религии, все суеверия, все «науки», даже если они были антинаучны, и все теогонии в великом смешении знания и бессмыслицы.

Этой смеси противоречивых гностических мифов и суеверий подобие логичности придавала античная нумерология пифагорейцев, обесцененная неопифагореизмом, что само по себе уже было нелогично.

И все стало намного сложнее, когда гематрия, еврейский вариант нумерологии, вступила в бой.

Еврейская мистика чисел всегда имела несправедливое преимущество над всеми другими, начиная с Платона, поскольку буквы еврейского алфавита используются для написания чисел. Следовательно, каждый отрывок текста в Талмуде имеет по крайней мере два значения, поскольку выражается в словах или числах. Числа, когда с ними соответствующим образом умело управляются, производят другие, и результат толкуется словами. Магические возможности явно бесконечны, и существует традиционное предположение, что в священных письменах евреев нумерологами было обнаружено значительно больше эзотерических истин, чем в любой другой подобной литературе.

Зачатая в гностицизме и появившаяся на свет в средневековой нумерологии как еврейских, так и христианских богословов, гематрия развилась в наиболее гибкую из всех числовых магий. В идеальном виде числа, выбранные по желанию, привязывались к буквам любого алфавита. Простыми арифметическими действиями и элементарным обманом почти любое слово могло выдать почти любое желательное значение, и стало очень просто проклясть врага, благословив его, или наоборот. Чистая нелепость или внутреннее противоречие были ничто против отдельных умозаключений. Если их числа отождествлялись с правящим папой римским, или Сатаной, или Христом и Антихристом, поразительное открытие являлось всего лишь очередным доказательством, что истина и непостижимость едины.

Что именно побудило гностиков и их преемников так преданно следовать за капризами арифметики? Никто не знает. Даже менее ограниченные, чем античные пифагорейцы, эти введенные в заблуждение ученые мужи фантастическими тайнами приукрашивали каждое тривиальное отношение между числами. Отвергнув здравый смысл, они исследовали бессмысленную мистику чисел, переходя от одной нелепости к другой, смиренно веруя во все и не удивляясь ничему. Не подготовленный предварительным изучением вопроса современный ум, столкнувшись с некоторыми из этих ужасов, счел бы их игрой умалишенных. Нисколько. Самые дикие проявления бессмыслицы не являлись забавами праздных или безмозглых шутников. То был результат скрупулезной работы рассудительных богословов и теоретиков чистого разума, живших в соответствующие столетия. Тем, кто

полагается на науку в вопросах подтвержденных фактов, трудно поверить, что менее пяти столетий тому назад такие же люди, как и мы, жили и умирали по законам абсурдной арифметики. Даже мертвых не оставляли в покое. Срок, отведенный на их пребывание в чистилище, легко удлинялся или укорачивался чтением соответствующих чисел над их могилами. И вся эта магия чисел представляла собой самую сердцевину познания и самую сущность мудрости. Пифагор знал многое, но он не знал ничего подобного.

В сравнении с гностицизмом и его производными в средневековой «науке» античная нумерология была сама скромность.

Для гностиков и их ученых разновидностей до конца Средневековья и даже в эпоху Возрождения числа являлись безмерно большим, нежели «всем» Пифагора. Невозможности, не существующие ни в материальном мире, ни в памяти божества, пронумеровывались и исчислялись наряду со всем остальным. Образованная Европа стала сумасшедшим домом арифметики.

Когда галантные знатоки всего познаваемого и непознанного увидели, что христианство начало приобретать интеллектуальных последователей, на которых могли рано или поздно рассчитывать, они с ликованием приветствовали молодую религию, приглашая ее в свой зверинец диких культов и частично прирученных верований. Но неотесанные христианские отцы не отозвались на подобное напористое радушие и гостеприимство. Они обозвали гностиков толпой вырождающихся греческих философов, тщетно привлекающих такие имена, как Пифагор, Платон и Аристотель, в их абсурдной порче нумерологии Пифагора, реализма Платона и категорий Аристотеля, не говоря уже о египетской божественной троице (Гор, Изида и Озирис), персидской дуальности тела и души или астрологии всех времен и народов. Пусть эти претенденты на божественное знание молятся на Пифагора как на бога, который завещал им священный тетрактис, пока Единица станет Множеством, а Множество бесконечно большим. Верные же отцы непретенциозной молодой религии отказались от всех заманчивых посулов и предложений ученых мужей гностики, за одним исключением. Тем исключением, к несчастью для здравомыслия десяти мучительных столетий, оказалась нумерология.

Поскольку Платон и Пифагор поровну делят между собой честь возврата физики к нумерологии в XX столетии, мы должны кратко остановиться на происходящем с Платоном, в то время пока гностики мучили Пифагора. Одним словом, это можно выразить как неоплатонизм. Естественным продолжением неопифагореизма и гностицизма, этого нестабильного союза примитивной нумерологии и мистической метафизики, явилось появление Плотина (205–270 н. э.). Мистагог Плотин прибыл из Египта и осел в Риме, где и предпринял запоздавшую на четыре столетия глобальную попытку спасения языческих философских течений. (Иногда утверждается, что реальным основателем «школы» неоплатонизма являлся преподаватель Плотина Аммоний Саккас. Различие по времени незначительно; и спор, кому принадлежит слава прародителя такой мешанины, вряд ли уместен даже между профессиональными учеными. Ужасный факт, что неоплатонизм вообще приключился с человеческим разумом, достаточен, чтобы современные научные деятели вспоминали о нем и следили, чтобы подобная напасть не настигла науку снова.)

Неоплатонизм был назван третьим и последним этапом греческой философии. Платон едва ли признал бы в нем родство, если рассматривать неоплатонизм только как философское учение. Аристотель, да и то мимоходом, на пути своей продолжительной славы в Средневековье, мог бы бросить высокомерно: «Это все, что мы могли ожидать от чисел старины Платона». Беспорядочно смешав иудаизм, эллинизм, восточные науки и религии в одно возвышенно-противоречивое целое, неоплатонисты в первый и последний раз бились над объяснением античного дуализма внешнего кажущегося и действительного. Платон, конечно, много высказывался по этому вопросу. Его самозваные преемники сказали много больше. Они договорились до полного отсутствия смысла и ушли в полную мистику, в которой субъективное и объективное слилось воедино и знание стало возможным лишь в соединении с божественным. Греческая философия как руководящий принцип здравомыслия

исчерпала себя. Но ей не суждено было рассчитывать на благородные похороны. От замысловатой теологии политеизма неоплатонизм со своей собственной пародией на диалектику Платона проследовал к совершенно запутанной мешанине всех классических философий. Логика сошла с ума.

Из всех шарлатанов, фокусников, самоопьяненных мистиков и экстатических логиков, которые составляли неоплатонизм после Плотина, стоит упомянуть только Прокла (Диадоха) (411–485), жившего в Константинополе, Александрии и Афинах, предвестника и мистического вдохновителя наиболее философических христианских нумерологов. Несомненно, Прокл был великим человеком почти по всем критериям, не связанным с наукой. Он прожил жизнь типичную для активно религиозного, но во всем остальном безупречного энтузиаста, который был когда-то ослеплен видением истинной философии и который всю остальную жизнь настаивал на ослеплении тех, кто еще в состоянии был видеть. Его разногласия с влиятельными христианскими авторитетами в Афинах причиняли заметное неудобство и им, и ему. Практическая этика не привлекала Прокла. Он нуждался в таинствах, и он обнаружил их в изобилии в загнивающем неопифагореизме и запоздалом воскрешении орфизма, который предшествовал Анаксимандру. Вскоре он обнаружил, что вызывать благотворное настроение, способное помочь ему в возложенной на него свыше задаче, ничуть не сложнее обычного размышления. Предначертанная ему миссия, над выполнением которой он трудился чрезмерно, состояла в искушении новообращенных христиан собственной, коварно вызывающей эмоции нумерологией природы и человеческой души. Заявляя о магической силе своих бессмысленных формул, он дерзко афишировал мнимую власть над духовным и материальным миром и даже намекал, будто остальные сумеют осуществлять подобную или даже большую власть, стоит им, простым смертным, уверовать в это, как сразу же боги станут делать за них всю тяжелую работу. Любая оплошность могла, конечно, спровоцировать Диаду, но ставки были высоки, а риск не слишком большой. Этот, в духе арабских сказок, заменитель веры, которую предлагали христианские учителя, оказался непреодолимым соблазном для более слабых духом новообращенных, и Прокл обнаружил, что не пользуется популярностью среди своих облеченных властью конкурентов. Они выдворили его. Вернувшись в Афины после короткого изгнания и будучи прощенным, Прокл с еще большим рвением уверовал в свою лжемиссию, но стал значительно скрытнее. Он говорил меньше, а писал больше.

В своей высшей арифметике души Прокл открыл так называемый научный метод Средневековья. Тысячу лет нумерология, подкрепленная замысловатой диалектикой (непочтительно именуемая несочувствующими современными учеными «дробительной логикой»), яростно боролась, чтобы узурпировать функции наблюдения и эксперимента. Вне этого исторического триумфа Прокл нас мало чем интересует. Тысячелетнее существование в ошибках своих коллег и последователей – достаточное бессмертие почти для любого человека; и сейчас уже почти ни для кого не имеет слишком большого значения, каким образом Прокл вывел уникальное божественное число из трех абсолютных единиц путем триединых инволюции, эволюции и эманации из первоначальной сущности.

По мере того как язычество постепенно уступало место христианству, пифагорейская мистика чисел сменила цель, но не фундаментальную методику. Принимая число в качестве высшей власти во всем, что касалось науки, церковные ученые разработали собственную искаженную трактовку античной нумерологии как средства для понимания Священного Писания, а также (об этом следует сказать в интересах теологической честности) в качестве доказательства того, что Священные Писания – истинные открытия божественного слова. В средневековом христианстве, как и в древнем пифагореизме и до некоторой степени в платонизме, число оказывалось могущественнее, нежели божество. Но не всегда; числа часто выдавали себя за божественные создания. Никогда не были они изобретением человека, и это не должно удивлять нас, если мы вспомним, как математические реалисты XX века воспринимают сущность и происхождение математики. Прежде чем мы перейдем к некоторым подробным сведениям, раз и навсегда подчеркнем, что, какой бы смешной ни

казалась нумерология тех великих людей, которых мы упоминаем, для людей современного ума, они были действительно великими. Сведущие судьи выделяют как минимум троих: Августина (святителя Августина Блаженного), Альберта (Альберта Великого) и Аквината (Фому Аквинского), интеллектуально равных самым великим умам всех веков. Их нумерология была лишь одной ступенью кипучей деятельности. И если в наш научный век нам кажется странным, с какой потрясающей серьезностью эти гиганты воспринимали мистику чисел, будущим потомкам спустя несколько столетий может показаться странным (если Пифагор задержится долее на математической физике и астрофизике), что мы приняли эмпирическую науку без сомнения или улыбки. Больше всего в будущем нас тревожит то, что никто не в силах предвидеть, кто будет следующим претендентом на развенчание.

Нумерология как традиционный метод исследования в средневековом богословии идет от святителя Августина Блаженного (353–430), «человека выдающегося интеллекта», согласно мнению как верующих, так и неверующих. Августин был рожден язычником и не отказывал себе в мирских радостях даже после того, как стал выдающимся поборником своей приобретенной религии. «О Боже! – приписывают ему молитву. – Дай мне целомудрие, но только немного погодя». После восторженного изучения Платона и чтения Священного Писания Августин направил свои способности на превращение нумерологии в основную науку, поддерживающую христианское богословие. Число для него представляло самую сущность истины и разума. Поэтому, если множество единиц, двоек, троек, четверок, семерок и всех десятков, сороков и еще более крупных чисел, которыми изобилуют священные книги, трактовалось правильно, достоверность написанных богословских текстов воспринималась бы вне всяких придирок. Августин сделал исчерпывающий нумерологический анализ всей Библии.

И не вина Августина (если это вообще можно назвать виной), что многие из значений, которые, как ему казалось, он обнаружил даже в самых случайных упоминаниях чисел, были же абсурдными и нелепыми, сколь и любая нелепость неопифагорейцев.

Винить надо было его научный инструмент. Когда он поднялся к высоким философским уровням нумерологии, его открытия по существу перекликались с таковыми Платона и современных пифагорейцев. «Даже самому неуклюжему уму ясно, – заявлял он, – что наука о числах не была создана человеком, а была открыта им путем исследования». Из той очевидной истины и своих нумерологических изысканий Священных Писаний он заключил, что число – непоколебимая основа абсолюта и что Бог является великим нумерологом, который знает все числа, потому что Его понимание бесконечно. И наоборот, Бог знает все, потому что Он знает все числа. Соответственно, число необходимо и достаточно для существования Бога.

Не все нелепые выводы были посеяны Августином. Многие были включены в его исчерпывающий анализ из трудов ранних христианских мыслителей, большая часть которых подпадала под обаяние гностицизма и неоплатонизма. Эзотерическая доктрина священной триады, например, была уже весьма развита, когда Августин позаимствовал ее, усилил и передал, обогащенную собственными выкладками, богословам Средневековья. Основная трудность состояла в том, чтобы показать, что нумерология Пифагора утверждает равенство 3 и 1 (3 = 1). К моменту, когда Августин взялся за эту проблему, она уже была преодолена. Константинопольский собор (381 н. э.) официально признал трансцендентную арифметику Святой

Троицы основой христианского богословия. Но собор, видимо, долго колебался, прежде чем подтвердил все те заключения, которые их преемники вывели из богатого последствиями постулата, что три и один являются одним и тем же. Можно только вообразить, что было сделано с тремя дарами волхвов, отречением от своего Бога, трижды повторенным святым Петром, тремя днями между распятием на кресте и воскресением и тремя появлениями вознесшегося Бога перед Своими учениками. Отдельные, более полные постулаты, наверное, оскорбят современного богослова некоторым налетом богохульства. Но на тот момент они таковыми не были. То были искренние усилия мыслящих людей,

желавших убедиться, что Священные Писания божественно истинны, что природа сама нарушила свои законы, что чудеса действительно произошли. И нет ничего удивительного, что верующие люди стремились поддерживать свои откровения, обращаясь к единственной «науке», которую они знали, – нумерологии, если подобное вполне обычно в наши дни, когда современное направление апеллирует к одному из самых старых в науке. Видимо, ни самому Августину, ни его одаренным последователям и в голову не приходило спрашивать себя, верили ли они в науку или в религию. Человеческий разум много более удивителен, нежели природа.

Все, что богословы оставили нетронутым в элементарной арифметике, мнимые математики портили и искажали. В сравнении с теми, кто им предшествовал и за ними последовал, средневековые математики представляли собой лишь их жалкое подобие. Фактически, все они были неисправимые фанатики нумерологии. Позаимствовав свой метод у неопифагорейца I столетия н. э. Никомаха (Герасского), чья простонародная классика арифметики во многом повторяла нумерологию Пифагора, преподнося ее в привлекательной упаковке, доступно и понятно, большинство ученых обращали больше внимания на мнимые тайны чисел, нежели на практическую сторону арифметики. Казалось, все были убежденны, что число является ключом ко всем наукам и всем философиям, и никто не сомневался относительно его божественного происхождения. Только несколько имен, известных не в связи с математикой, стоит упомянуть как типичных представителей лучшей части нумерологической мысли своего времени.

Боэций (Аниций Манлий Северин Боэций) (480–524 н. э.) был последний значительный римский ученый, который понимал греческий язык. Его «Утешение философией», написанное в тюрьме, до сих пор все еще лелеемо теми немногими счастливыми смертными, кого философия способна утешать. Возвышенная этика этого известного трактата заставляла схоластов подозревать, что автор не был язычником, а следовательно, они сомневались в авторстве Боэция. Но подлинность и авторства, и язычества установлена доподлинно.

Боэций в нумерологии оставался стойким последователем самого Учителя. «Все, – декларировал он, – сформировано из чисел». Но он ни в коей мере не был мистическим арифметиком. Его простые учебники по арифметике, астрономии, геометрии и музыке (четырем наукам Пифагора) определенно подчинили все европейское образование всего периода Средневековья. И его переводы тех работ Аристотеля, которые он знал, долгое время оставались единственной прямой связью между классической греческой философией и средневековым богословием. Несомненно, эти переводы в значительной степени содействовали продлению тирании философии Аристотеля над умами как клерикалов, так и светских ученых. Если бы Боэций так же преуспел в передаче некоторых из диалогов Платона, история европейской культуры сильно бы отличалась от той, которую мы изучаем сейчас.

После добросовестной и квалифицированной службы у готского короля Теодорика в качестве придворного министра и консула Боэций был бессмысленно жестоко казнен. Официально за измену. Неофициально – Боэция приговорили к смерти из-за его неподкупности.

Умерший на столетие позже Боэция эрудит святой Исидор (570–636), епископ Севильи, продолжил распространение учения Пифагора в необыкновенно обширной энциклопедии чисел, встречающихся в священных книгах. Искусно написанное, нагруженное деталями произведение епископа сильно воздействовало на закрепление влияния нумерологии в толковании Библии в работах его многочисленных последователей вплоть до Данте в XIII веке. Вслед за святителем Августином Исидор умело разъяснил кардинальную доктрину античных пифагорейцев, что все сущее заключено в Декаде. Поскольку Декада порождена Монадой, следовательно, как считали неопифагорейцы, все есть (или должно быть) неизменным Одним и божеством одновременно.

Где значение водянисто, полемика течет рекой. Ретроспективно средневековая нумерология предстает как непрерывная и бесполезная борьба слов между неисчислимыми

антагонистами, причем все говорят об одном и том же, но ни один не подразумевает то, что подразумевают все остальные. Споря формально или ожесточенно по поводу того, насколько та или иная нелепая трактовка какой-нибудь священной десятки или трижды священной девятки соответствовала подлинным пифагорейским принципам, разгоряченные дебатами доктора богословия упускали единственный вопрос, имевший хоть какое-то значение. Никто из них не прерывал обсуждение достоинств и полезности собственных головоломок хоть ненадолго, чтобы спросить себя, а имеет ли смысл сама нумерология. Видимо, в Средние века и не имела. Смысл, подобно красоте, возможно, был лишь вопросом вкуса для хлопотливых объединителей, согласовывающих случайные числовые совпадения в природе, философии и Священном Писании в единое всеобъемлющее и непостижимое. Когда европейским ученым стали доступны не только переводы Боэция, но и другие работы Аристотеля, пифагорианские числа, замаскированные великим натуралистом и логиком (четыре причины, четыре элемента, десять категорий), наложились своим изобилием на уже перенасыщенную неразбериху и сумятицу в умах.

Поскольку авторитет Аристотеля уступал одному лишь Священному Писанию, ни один из традиционных схоластов, богословов или ученых не посмел бросить вызов его логике и числовому объяснению вселенной, объединенным с христианской нумерологией и богословием, чтобы управлять разумом в двойном деспотизме. Перед ним преклонялись даже интеллектуалы уровня Альберта Великого (1193–1284) и его ученика, обладавшего сверхъестественной логикой, Фомы Аквинского (1226–1274). Их авторитетный пример определил основное направление развития европейской мысли, касающееся физической вселенной и места человека в ней, на три загубленных столетия.

Нет, экспериментом не совсем пренебрегали даже в наи менее научные десятилетия тирании «чистого разума». Но это были бессистемные, эпизодические и, за редким исключением, незначительные и по количеству, и по качеству эксперименты. Противостоя потоку слов сотен крас норечивых логиков и говорливых нумерологов, решающих все вопросы мироздания единственно умозрительно, европейская наука сделала все, что смогла, дабы остаться на месте, а не оказаться смытой этим потоком назад в каменный век. Даже Роджера Бэкона, нависавшего над потоком, подобно Гибралтару, в итоге все же накрыло с головой потоком, и, хотя он не был смыт, его предали забвению до тех пор, пока люди в буквальном смысле не пришли в чувство. Пользуясь руками и глазами, они обнаружили, что все это наводнение трижды дистиллированного умствования оказалось лишь дурным сном, который внезапно исчез на заре современной науки.

Отголоски грядущего, вполне доступные для сегодняшнего восприятия, есть в жизни и трудах Бэкона (1214–1294), его более знаменитого соперника на право оставаться в памяти потомков – Данте Алигьери (1265–1321). Современники на протяжении почти тридцати лет, Данте и Бэкон, были настолько противоположны друг другу, что вряд ли история знает подобные противоречия в одном и том же столетии, как в «золотом лете» Средневековья. Оба испытали много бед, и каждый придумал собственное «откровение», выразившее их мировоззрение. Поэт был столь же античен, как Пифагор, ученый столь же современен, как Галилей. Натурфилософия одного просуществовала около двух столетий, прежде чем была похоронена навсегда, философия другого проспала почти три века, прежде чем по-настоящему возродилась к жизни. Данте – олицетворение Средневековья; Бэкон – бестелесный дух века современной науки. Ни тот ни другой не был признан современниками за то, чем был на самом деле, и еще меньше за то, кем ему предстояло стать. Данте достиг быстрой и прочной славы. Бэкону пришлось довольствоваться утешением пустой чести оказаться тем, «кем мог бы стать», доведись ему родиться на три столетия позже. Помимо ученых, специализирующихся на изучении итальянской литературы, не многие знают сегодня что-нибудь из мистического научного суррогата Данте, и только редкие невежды верят хоть слову; в то время как миллионы, если не больше, живы только потому, что экспериментально-математическая наука, которую Бэкон слишком рано попытался преподавать миру, наконец была изучена и воспринята. Нумерология нашла в Данте своего

поэта. Впутанный в флорентийские политические распри большую часть своей юности и преследуемый в изгнании в молодости, Данте все же нашел время, чтобы создать одну из величайших поэм мира и стать настоящим ученым в области философии, богословия, астрономии и физики своей эпохи. Непревзойденный и безупречный художник и знаток нумерологической мистики, он не знал себе равных. Если что-нибудь совершенное и суждено было сотворить из нумерологии, Данте это оказалось по силам. И он сотворил «Божественную комедию». Данте сам был предельно пропитан мистицизмом как античной, так и средневековой нумерологии, и вряд ли бы ему удалось избежать отражения тайной философии небес и ада в символике чисел, даже если бы он пожелал скрыть свое мастерство. Но он намеренно выбрал средство, осознавая, что столь же осведомленные, как и он, люди обязательно найдут более глубокий смысл, спрятанный за числами в его «Божественной комедии». На самом деле особых знаний и не требовалось, чтобы проследить за скрытым взаимодействием богословия, человеческой и божественной любви и средневековой космологии в «ангельской девятке», взаимосвязанной с «загадкой» Беатриче. Все, кто приобрел хоть какое-то образование во времена Данте, были знакомы со священным смыслом единицы, тройки и трижды взятой тройки, так же как дети предыдущего поколения нашего времени были знакомы с таблицей умножения. Для ученых античная нумерология, сплавленная с новой, означала праздник чистого разума, ну а для необразованных это была пища (возможно, не без добавления яда) для души. Богатые и бедные знанием, для которых творил Данте, умерли вместе со Средневековьем. Нумерологическая символика, в которую он вкропил свое повествование с непревзойденным мастерством, давно потеряла свое значение, осталась одна поэзия. И все же, не сверял бы Данте сознательно свою поэзию с числовым эталоном, который сейчас не имеет для нас никакого смысла, кто знает, не была бы она сегодня неудобочитаема.

На полном контрасте с достигнутым успехом Данте, полная обманутых надежд жизнь Роджера Бэкона отражает конфликт XIII века между «двумя мирами, одним уже мертвым, другим – не имеющим сил родиться». Такова, и об этом надо предупредить с самого начала, только одна из двух современных оценок жизни Бэкона. По всей видимости, так думает большинство современных ученых, знакомых с существенной для нашей темы частью работ Бэкона и с теми деталями его жизни, которые являются бесспорными.

Противоположная сторона оценивает Бэкона как сильно перехваленного компилятора и энциклопедиста, тщеславного и самовлюбленного индивидуалиста и вечного брюзгу, который, скорее всего, не испытывал никаких неудобств из-за своих оригинальных и продвинутых взглядов по той самой причине, что его взгляды в вопросах науки и математики не были ни оригинальными, ни продвинутыми. В ключе этой уничижительной оценки Бэкон просто механически повторял своих более просвещенных современников и некоторых из средневековых предшественников.

Несомненно, сам Бэкон не сделал никакого вклада в математику, и некоторые из его предложений по проведению научных экспериментов смехотворны. По мере продвижения нашего рассказа мы еще вернемся к его концепции научного метода и роли математики в науке. Что касается признанной нелепости некоторых из предложенных им экспериментов, интересно сравнить предложения Бэкона с таковыми, исходящими от научных господ, которые часто посещали собрания Лондонского королевского научного общества после его создания в 1662 году (на тот момент Бэкона уже не было в живых 368 лет). Между некоторыми из серьезных предложений, сделанных учеными XVII столетия, и задуманными Бэконом опытами не всегда имеются существенные отличия.

Видимо, и та и другая стороны слишком рьяно отстаивают свою позицию в споре. Защитники Средневековья упорно утверждают, что средневековая наука, особенно ее экспериментальный аспект, дошла до нас в крайне искаженном виде. Сторонники современной науки парируют, что, невзирая на достижения, которые Средние века показали в науке или в чем-нибудь еще, миру хватило средневековых взглядов в прошлом, и он больше в них не нуждается ни в настоящем, ни в будущем. И в центре полемики находится

Роджер Бэкон, одинаково безразличный как к поклонникам, так и к хулителям. Хотя он не был ни Галилеем, ни Ньютоном, он знает (если его душа и знает о чем-либо сейчас), что и Галилей, и Ньютон с радушием приняли бы его в свою компанию.

Сказать, что Бэкон был в некотором отношении не более передовым, нежели его современники, – значит произнести банальность. Почему, собственно, его должно порицать за то, что он не опротестовывал все нелепости своего времени, если некоторые из этих нелепостей продержались еще несколько столетий после его смерти? Существенно лучший математик, уровня которого Бэкон вряд ли когда-либо надеялся достичь, значительно сильнее верил в мистику чисел, нежели Бэкон, уже спустя три столетия после смерти. Кеплер превосходил Бэкона и в нумерологии, и в астрологии. Хотя нумерология пифагорейцев со всеми своими производными уже потеряла былую жизнестойкость ко времени появления на свет Бэкона, она все еще катилась во времени и пространстве наугад и явно уже по инерции семнадцатистолетней традиции, сокрушая все независимые умы, которые пытались подняться и встать у нее на пути и посягнуть на ее отмирающую власть. Только когда, не останавливая пифагореизм на какое-то время, на него просто перестали обращать внимание, современная наука начинает свое существование.

Естественно, будучи человеком своего времени, Бэкон сполна оплатил дань искреннего уважения античной тирании: «Математика – ворота и ключ ко всем наукам, которые святые обнаружили в начале мира… и которые всегда использовались и используются всеми святыми и мудрецами больше, чем любые другие науки. Пренебрежение математикой наносит вред всему знанию, так как тот, кто несведущ в ней, не может познать ни другие науки, ни этот мир. И что еще хуже, те, кто столь невежественны, не способны осознать свое невежество и поэтому не ищут средство для исправления положения».

Вырванная из контекста («Большое сочинение») и без связи с эпохой, эта знаменитая и часто цитируемая похвала математике сошла бы за всего лишь безвредно напыщенное воздаяние должного исторически известному факту. Во всем, кроме включения святых (Августина и его преемников), по бэконовским утверждениям, легко подписались бы почти все последователи Галилея и Ньютона. Но слова Бэкона не означали для него того, что они означают для нас, как очевидно из его же совершенно здравых комментариев относительно мистических чисел астрологии. Хотя математика и была для него «врата с ключом от науки», именно астрологию математик признал правящей королевой, отперев врата и вступив в королевство науки.

Средневековая часть ума Бэкона склонялась перед астрологией, остальная оставалась свободной.

После нескольких лет, проведенных в университете Парижа, где он изучал науки и языки, в том числе и арабский, Бэкон возвратился в качестве лектора в Оксфорд, где когда-то учился. Там он тщетно пытался заменить в университетских занятиях логику математикой. «Божественная математика», заявлял он, возможно сам того не сознавая, заимствуя изречение у Платона, одна в состоянии формировать прочное основание для образования, ибо только математики «способны очистить разум и подготовить студента для приобретения всего знания». Если хвалебная речь Бэкона косвенно выказывала неуважение бесконечным двусмысленным ухищрениям последователей Аристотеля, в окружении которых он пытался заниматься наукой, она достигла цели. Бэкон смело проповедовал еретическую доктрину, что эксперимент является единственной надежной основой для естествознания, противостоя фанатичным коллегам-логикам. Больше того, занимался ли он экспериментами, которые отстаивал, или нет, но он недвусмысленно декларировал современный научный метод движения от математической формулировки принципов, обнаруженных опытным путем, к выводам из них и сравнения результатов с наблюдением или дальнейшими экспериментами. И при этом он признавал полезность этого для науки… Те немногие, кто его понимал, не узнавали ничего нового для себя, возможно (хотя это кажется маловероятным для научных поклонников Бэкона), только потому, что все, о чем он говорил, они уже применяли.

Преждевременная наука Бэкона происходила из его знания о работах мусульман,

которые те проводили, пока европейцы бродили в «тумане слов, в котором все мы грезим», покуда суровый факт грубо не растолкает нас. Пока европейские последователи «всех святых и мудрецов» спорили относительно священных тайн чисел, последователи пророка Магомета взращивали эмпирическую науку и математику. Бэкон не сумел определиться с выбором, следовать ли ему за святыми и мудрецами или за пророком. Он раздвоился и последовал за теми и другими. Потратив огромное состояние на книги, научные приборы и арабские рукописи, Бэкон к сорока годам оказался почти в одиночестве и без денег. Он становится монахом францисканского ордена. Чтобы сломать монотонность чуждой ему жизни, он продолжил заниматься наукой. Химия, оптика, поиск «философского камня» в лабиринтах алхимии помогли подавить тоску. Вполне понятно, почему его братья францисканцы обвиняли его в сделке с дьяволом. Отчасти виной тому и его шумные и зловонные эксперименты с порохом.

Чтобы обеспечить должное наблюдение за Бэконом, его направили в Париж. В Париже Ги де Фулько, которого Бэкон знал еще по Англии, поощрил его продолжить всестороннее описание научных идей.

Когда де Фулько стал папой (Климентом IV), Бэкону удавалось брать книги для чтения и каким-то образом наскребать достаточно средств, чтобы покупать бумагу и письменные принадлежности. За пятнадцать месяцев он закончил свой труд «Большое сочинение». С надеждой он высылает свое произведение Клименту. Поскольку римский папа на тот момент был уже смертельно болен (приблизительно 1267) и вскоре после этого умер (1268), он, вероятно, и не читал той великой работы, которую заказал. Но он помог Бэкону вернуться в Англию. Правда, подобная милость принесла Бэкону не много пользы. После смерти Климента IV философ-экспериментатор остался и без поддержки, и без друзей. Его работы уже попали в запрещенный список. Преступника весьма корректно обвинили в распространении «подозрительных новшеств». Его «магия» действительно будет новшеством еще приблизительно целых три сотни лет.

Хотя химия Бэкона была преимущественно алхимией, а его «божественная математика» не полностью свободной от нумерологии, Бэкон в основном был современным ученым. Уже одни работы по оптике (законы отражения и менее точные законы преломления, предпринятая попытка объяснения такого явления, как радуга, и эксперименты с лупами) возносили его много выше того болота слов, в которых все еще барахталось большинство его европейских современников. Существенно, позаимствовал ли Бэкон свои знания по оптике у мусульман или нет? У других тоже была такая возможность. Мы не обязаны верить в историческую правдивость истории Киплинга, которая воссоздает эмоции Бэкона, когда тот увидел простейшее в капле воды, чтобы воздать должное его научной склонности использовать чувства и те приборы, которыми он владел, чтобы подтвердить свои догадки. Если другие поступали аналогично, честь им и хвала, но от этого Бэкон не стал хуже. Нельзя возвысить сотню только за счет опровержения одного. Весьма любопытный факт.

Последние двенадцать лет жизни Бэкона стали источником противоречий для историков. Одни утверждают, будто он провел их тюрьме или по крайней мере в заточении, причем выпустили его на свободу только за несколько месяцев до смерти в возрасте восьмидесяти лет. Другие отрицают, что он вообще когда-либо подвергался ограничениям свободы, но не в состоянии объяснять, как он провел те сомнительные двенадцать лет.

Как бы там ни было, но в XIII столетии одного посягательства на радугу уже могло оказаться достаточно, чтобы приговорить строптивого монаха к чему-то явно менее приятному, чем пожизненное заключение. Радуга была «символом завета», договоренности, что больше никогда не случится такого потопа, какой заставил Ноя плыть на ковчеге. Добродетельные богословы времен Бэкона умерли, так и не узнав элементарной истины, которую их преемники глубоко усвоили в XIX столетии: Бог не только математик, Он еще и естествоиспытатель.

Спустя примерно сто пятьдесят лет после смерти Бэкона падение Константинополя

(1453) в войне с турками ознаменовало начало новой эры европейской культуры, в которой мистика чисел, надлежащим образом удерживаемая в узде, сосуществовала с цивилизованной литературой, наукой и искусством. Забытые шедевры греческого знания нашли дорогу в Италию вместе с учеными беженцами, высланными турками. Конец продолжительной тирании Аристотеля уже забрезжил; Платон снова начал жить. И с возрождением платонизма нумерология почти для всех, кроме фанатичных священнослужителей и толпы, постепенно стала все более метафизической. А всего через год после открытия Америки (1492) обычный человек получил первый авторитетный образец христианского пифагореизма в «Большом календаре, или Компосте для пастухов». Эта широко популярная бессистемная смесь астрологии, богословия и нумерологии собрала вместе столько всего из авторитетной «науки» того времени, сколько, с величайшего соизволения, ответственные за вечное спасение человечества сочли возможным безболезненно приоткрыть. Невежество может представлять опасность, сказал папа римский, но власти в 1493 году считали для себя опасным все, что превышало полное отсутствие знания. Мистицизм чисел, который умер бы уже от старости, когда Колумб открыл Новый Свет, поддерживался искусственными стимуляторами. Но с предшественниками современной науки все обстояло иначе.

Под воздействием греческого естествознания и математики, неожиданно введенных в тело псевдонауки, которая прожила больше тысячи лет, все отсталое и упаднические в ней наконец было выделено. Это дало эффект. К середине XVI столетия ни один уважаемый ученый не воспринимал серьезно нелепости средневекового пифагореизма и схоластических тонкостей аристотелизма. Мистицизм чисел в научных работах вернулся к платоновскому совершенству. Как бы ни боролись все «святые и мудрецы», чтобы оградить думающих людей от отрицания таинств магической арифметики Средних веков, все же они оказались бессильны задавить математиков и естествоиспытателей Ренессанса «Календарем» или чем-нибудь в этом роде. Но и сами настойчивые мыслители не способны были освободить себя от давящей власти прошлого и идти вперед свободными. Они все еще видели мир только настолько, насколько древние позволили им видеть. Их красноречивое восхваление чисел как ключей от вселенной опротестовывал еще сам Платон в IV столетии до н. э. Два примера, оба известные, являются типичными для наиболее умеренных. Они были выбраны среди, возможно, более радикальных, поскольку их авторы представляли интерес как личности.

Первый пример от эксцентричного некроманта Джона Ди (1527–1608) из Лондона. Еще будучи студентом Кембриджского университета, предприимчивый Джон заработал себе титул мага предвосхищением голливудских постановок. Подходящую возможность дала пьеса Аристофана, которую изобретательный Джон в качестве режиссера оживил ухищрениями с использованием света, огня, серы, потайных люков в крыше – всем, что мы теперь связываем с грандиозным техническим оснащением основных киностудий. Джон знал, что он фокусничает; его аудитория – нет. Проклятое клеймо «мага» привязалось к нему, и избавился он от него только за четыре года до смерти. Печально известная «Звездная палата» раз и навсегда торжественно сняла с него все подозрения в занятиях черной магией, когда ему уже исполнилось семьдесят семь лет. Когда-то его обвиняли в попытке колдовством сократить жизнь кровавой королевы Марии. Поскольку Ди не делал никакой тайны из своих исследований в алхимии, астрологии, оккультизме, розенкрейцерстве, опытах с магическими зеркалами, нет ничего удивительного, что его заурядные современники, и миряне и церковники, поглядывали на него с опаской, подозревая, что за спиной у него прячется сам дьявол. На самом деле он был безобидный педант, на худой конец правительственный шпион, который относился к себе с большей серьезностью, чем заслуживал его вклад в распространение знаний и санкционированной лжеинформации. Описывая круг своих повседневных занятий, он огласил свое решение «ночью спать не больше четырех часов, на еду и питье (и некоторый отдых после приема пищи) отводить ежедневно по два часа, оставшиеся восемнадцать часов (исключая время на участие в

богослужении и дорогу к храму) отводятся на учебную и научную работу». Человек, который составляет для себя подобный распорядок, как правило, делает много, но добивается немногого. Так произошло и с Ди. Он и многие другие из его ученой братии сослужили астрономии хорошую службу, мужественными усилиями доказывая преимущество теории Солнечной системы Коперника в борьбе с отчаянно сопротивлявшейся старой гвардией богословов, поборников Аристотеля, но сами при этом не сделали ни единого шага вперед. Как и Ди, их приняли бы в почитаемые члены пифагорейского братства. Но вместо того чтобы приписывать свои заслуги учителю, они относили их за счет «древних», подразумевая под этим всех греков, от Пифагора до Никомаха. Науке приходилось переболеть этим неразборчивым благоговением перед прошлым, прежде чем она отыскала свой собственный путь к разгадке сущности природы. Ди написал хвалебную песнь в стиле Платона античному пифагореизму в предисловии к первому английскому переводу «Элементов» Евклида (1570) (в современной орфографии): «Все вещи (которые с самого начала были вещами, были созданы и сформированы) созданы разумом из чисел. Ибо то был основной пример или образец, задуманный Создателем». Случайно Ди перепутал геометра Евклида Александрийского с философом Евклидом из Мегары, у которого Платон обучался аргументации. Этим можно объяснить чистый платонизм его дифирамб математике в целом. «Изумительный нейтралитет имеют эти вещи математически, и также странное соучастие между вещами сверхъестественными, бессмертными, мыслимыми, простыми и неделимыми, и вещами естественными, смертными, чувственными, сложными и делимыми… Только совершенная демонстрация истин бесспорных, необходимых и непреодолимых, универсально и обязательно завершенных признается как достаточная для доказательства точного и вполне математического».

Нам вовсе не обязательно понимать нумерологию Ди. В целом она была неизменно пифагорейской, но более метафизического типа. В своем панегирике «Элементам» Евклида как воплощению всех логических и математических совершенностей он перечисляет те, которые ему интересны. Как далеко он зашел, мы поймем, когда доберемся до Саккери в году 1735-м. Мусульманские математики Средневековья проявляли столько же почтения Евклиду, сколько и британские и континентальные ученые эпохи Ренессанса; но они не позволяли обожанию великолепного прошлого ослеплять их на оба глаза. Там, где ошибки в рассуждениях Евклида бросались в глаза, мусульмане заметили их и попытались исправить наиболее явные из них. Представители Ренессанса или ничего неправильного не заметили, или решили сохранять почтительное молчание. Как следствие, геометрия Евклида после 1570-го, года намеренной похвалы Ди, стала догматом интеллектуальной веры столь же священным, как доктрина Святой Троицы, и подвергать сомнению совершенство «Элементов» для скептика было почти столь же опасно, как богохульство.

Наш второй популярный сторонник платонической версии пифагореизма в эпоху Ренессанса – Роберт Рекорд (1510?—1558), врач короля Эдуарда VI и королевы Марии, известен как автор первых математических классических работ, написанных на английском языке, и первый действительно талантливый сторонник бесспорной практической ценности коммерческой арифметики.

Преклонные годы Рекорд провел в тюрьме, предположительно долговой. Самая блестящая декларация его веры содержится в «Оселке знания» (1557), в котором он разъяснил достоинства алгебры. «Скажу честно, – признается Рекорд в изобретательном парадоксе, – что, если в числе есть какой-нибудь изъян, это происходит потому, что… само число едва ли способно выразить числом свои потребительские свойства… Если число бесконечно, бесконечны и потребительские свойства числа. Это число также обладает другими прерогативами, прежде всего над естественными вещами, поскольку без чисел нет уверенности ни в чем и нет правильного аргумента там, где он требуется. Платон и Аристотель ищут все скрытые знания и тайны с помощью числа [в диалоге «Тимей» мы видим, чем это заканчивается] – не только мироустройство восходит к числу, но и строение самого человека [мы видели это тоже], больше того, саму сущность души [и это тоже

видели]… Помимо мастерства математики нет надежного знания, если только знание это не заимствовано из математики».

До тех пор пока образованные и влиятельные люди не перестали повторять эти античные проповеди, поклоняясь числам, или до тех пор, пока их не стали игнорировать менее образованные люди, которые не били поклоны столь ревностно и не гнушались изредка заниматься насущными делами, наука, какой мы ее знаем сейчас, не существовала даже в зародыше. Если и была какая-то цель в проповедовании и восхвалении числа как ключа ко всем наукам, при этом не удосуживаясь попробовать хоть однажды воспользоваться таковым, в чем именно состояла эта цель – так и останется загадкой.

Рекорд умер в 1558 году. Прошло более полувека, прежде чем за действием позабыли про разговоры. А спустя век те, кто использовал числа в научной работе, говорили о них уже совсем мало. Они были так заняты исследованием «мироустройства» (или, по крайней мере, устройством управляемой части этого мира), что у них не оставалось ни времени, ни сил, чтобы тратить их на праздное восхваление этих полезных орудий достижения цели.

И все же обсуждалось и обсуждается сейчас, будто такое с научной точки зрения пустое философствование эпохи Ренессанса, как следует из показанных выше примеров, «проложило дорогу» Галилею и современной науке. Какую дорогу? Галилей отнюдь не нумеролог, и Ньютон, и Бернулли, и Эйлер, и Лагранж, и Лаплас тоже не научные мистики. Именно тогда, когда ученые сошли с мистической дороги чисел, на которой, как напоминает нам Рекорд, Платон и Аристотель (не говоря о Пифагоре) искали «скрытые знания и тайны», – именно тогда они повернулись лицом к природе. По пути, проложенному панегиристами чисел (и математики в целом) эпохи

Ренессанса, современная наука не пошла, по нему двинулись возрожденные пифагорейцы XX столетия.

В янтарных предрассветных сумерках 16 февраля 1600 года от Рождества Христова две темные фигуры стояли, разговаривая, на гребне седьмого из вечных холмов Рима. Их голоса звучали приглушенно, поскольку они только что вышли из восьмого (если считать от самой бездны) круга ада Данте. После краткого молчания, когда они глубоко вдыхали чистый, холодный воздух, Пифагор повернулся к своему другу:

– Мы встретили некоторых довольно приличных людей там.

– Да, – согласился Платон. – И некоторые из них весьма интеллектуальны. Например, тот малый в большой красной шляпе, которого мы видели в Злопазухах. Напомни, как его звали?

– Ты имеешь в виду того, который пытался оправдаться и все говорил, что это ошибка?

– Именно. Он сказал, он был епископом или кардиналом или кем-то там еще. Не понял смысла в этих названиях.

– Он утверждал, что был и тем и другим одновременно, – напомнил ему Пифагор.

– Да, да, – согласился Платон. – Это-то и смущает. Как может один быть двумя, пусть даже и в чистилище? Надо будет попросить его объяснить это мне, если он когда-нибудь выберется оттуда. Надеюсь, я вспомню его имя, если мы встретимся вновь. Как, разрази меня гром, оно звучало?

– Николас, – припомнил Пифагор. – Сын бедного рыбака. Имя отца – Кребс, что значит краб. Родом из местечка Куза, или как-то в этом роде. Убежденный ненавистник Аристотеля.

– Вот оно что. – Лицо Платона прояснялось. – Поэтому он произвел на меня такое впечатление. Как полагаешь, удастся ли ему выбраться оттуда? Теперь, когда мы отыскали путь наверх?

– Он и пытаться не станет. Он слишком хорошо проводил время, допекая тех, кто был с ним не согласен. Лучше ему оставаться там, где он есть.

Платон задумался. – Лучше для них, безусловно. Кажется, я припоминаю, он вынужден оставаться там, пока не появится Аристотель. Я доволен, что мы вышли прежде, чем это случилось. В любом случае нам надо быть благодарными за это. Хотя… последнее место оказалось не так уж и плохо.

– Для тебя уж точно, – не слишком охотно согласился Пифагор. – После того как грамматисты приняли тебя, все стало проще. – Учитель сделал кислое лицо. – Но я все же считаю, переводчики могли бы воздать больше по заслугам мне, а не тебе, – заявил он.

– Но я изо всех сил старался объяснить им, что это был ты, – начал было оправдываться Платон, но Пифагор перебил его:

– Совсем как ты поступил с Сократом. Подсунул мне всю эту арифметическую метафизику, будто идеи и мысли и есть числа. Никогда я не имел в виду ничего подобного. И всю эту анатомию человека, и физику, и астрономию в своем «Тимее» ты приписал мне и сделал все, чтобы эти бессловесные простаки поверили. Как и философы.

– Ну, хватит, хватит, – умиротворительно сказал Платон. – Не стоит нам ссориться в такое красивое утро, в наш первый час на чистом воздухе здесь, снаружи. Разве ты не мой друг, мое второе «я»?

– Надеюсь, нет, – пробормотал Пифагор. – В твое время все как-то задом наперед.

Но Платон поспешил продолжить, делая вид, будто не слышал.

– И разве я, как твое второе «я», не стремлюсь добиться признания твоего величайшего открытия, как оно того заслуживает? И разве я не преуспел в этом… блистательно? Да как же, мы даже слышали молву о моем успехе… твоем успехе, хочу сказать, там в «Действительности», как раз перед тем как мы выбрались оттуда. Они рассказывали нам, что все, кто хоть что-то понимает, утверждают, что вселенная строится из геометрических единиц, связанных вместе соразмерностью чисел. Я не удивился бы, если бы мы встретили всех значительных людей, которые продолжали бы твои исследования, если бы мы побродили подольше. Они знают теперь, что я был прав… я имею в виду, что ты был прав, когда я говорил… когда ты говорил, я хотел сказать, что математика, и только математика предоставляет единственный способ понять природу.

– Я тоже слышал нечто в этом роде, – смягчился Пифагор. Птица пролетела, и быстрая тень на мгновение легла на лоб Учителя. – Но почему-то я питаю меньше надежд, чем ты, – признался он. – Весь этот шум, перед тем как мы выбрались, вокруг этого выскочки Галилея не слишком обнадеживает. Даже если они ждут его внизу.

– Но Галилей математик, – возразил Платон. – Если его слова переданы правильно, я бы не возражал, если бы сам произнес сказанное им.

– Что, например? – Разве ты не помнишь, что тот полный старик с тремя шляпами на голове сказал нам, когда пропускал нас по дороге вниз? Примерно так: Философия записана в великой книге природы, постоянно раскрытой перед нашими глазами. Но только тот, кто имеет ключ к шифру, способен прочесть эту книгу. Ключ этот – математика. Только Один, Вечный геометр, знает и может расшифровывать все геометрические фигуры в книге и прочувствовать бессмертные истины, объединяя их в одну высшую Истину. Математик читает всего лишь слово или два, самое большее строчку, а разъясняет и того меньше, а после глубокого раздумья выдает одну букву. То немногое и есть истина, которую дает математика, это все, что математик знает. Остальное – лишь мнения. Говорят, таковы слова Галилея. Будь уверен, мой друг, он правильной веры!

– Тогда почему же он все время сомневается и тратит время впустую на то, чтобы все «прощупать» своими руками? – спросил Пифагор, бросив подозрительный взгляд на своего друга.

– Юношеская неосмотрительность. Он это перерастет. Ты знаешь, с тобою это было, – вздохнул Платон.

– Юношеская? Да ему же уже тридцать шесть, если не больше.

– Дай ему время. – Я дам ему время, но не вечность. Как долго, думаешь ты, эта его неосмотрительность продлится?

Платон быстро посчитал в уме. – Приблизительно три столетия. – Но никто, кроме Эвера, с тех пор как тот родил Фалека, не обрекался жить в одной плоти столь долго. Ты хочешь сказать, что он будет привязан к Колесу еще шесть или семь кругов, пока не очистится, чтобы спастись?

– Приблизительно так. Он пройдет через несколько перевоплощений. Слепцы же назовут его «последователем». Но я даю ему самое большее еще три столетия.

– Почему так? – О, это лишь вечная потребность Идеальных чисел.

Все человеческое, что поистине ново, проходит свой путь примерно за такой промежуток времени. Универсальное три влечет за собой время на декадной декаде. И получается три сотни лет. С тобой в лучшем случае было так же. И со мной. Затем Колесо покачнулось и перевернулось…

– Да, знаю. Пожалуйста, не напоминай мне об этом сейчас. Меня все еще немного тошнит. Так мы с тобой пробудем вне всего этого еще три сотни лет?

– Приблизительно да. Числа сейчас не те, что были в мое время, да и я, возможно, допустил небольшую ошибку. На всякий случай давай добавим четыре пентады. Так будет и точнее и великодушнее. Согласен?

– Вынужден. Нельзя же мне отрицать свою собственную систему чисел? Получается, мы не вернемся обратно… в Реальность… вплоть до 20-х годов XIX столетия?

– Я так рассчитал. – Тогда давай попрощаемся здесь, на этой голой вершине, глядя на город, который все эти люди, заблуждаясь, называют Вечным. Мы оба утомлены и нуждаемся в отдыхе. Нам надо уснуть, но не слишком глубоко, чтобы они не забыли о нас навсегда. А когда мы проснемся, посвежевшие, мы встретимся в… – Тут Учитель резко оборвал себя. – Что все те люди делают там, на городской площади?

– Похоже на приготовления к похоронам. – Платон вглядывался сквозь чистый утренний воздух. – Они складывают вязанки хвороста. Вокруг шеста, воткнутого в землю. В мое время все делали иначе. Когда мы кремировали героя, мы клали бревна в правильный прямоугольный параллелепипед… а вовсе не в такое нагромождение, словно скот, согнанный в круг. – Он следил за происходящим на площади с озадаченным вниманием. – Судя по размеру костра, герой, наверное, был видным гражданином этого города. Там внизу никто ничего не говорил про смерть кого-то из знаменитостей. Интересно, кто он?

– Аристотель, – хихикнул Пифагор. – Они собираются сжечь все, что от него осталось.

– Не шути по поводу фатального, – сурово заметил Платон. – Аристотель не совсем мертв даже сейчас.

– Не то сказал, ты прав, некрасиво, – извинился Учитель. – Однако Аристотель не имеет никакого права пережить нас, даже если он почти мертв. Останешься посмотреть зрелище?

– Нет. Мне нечего здесь делать. Подальше отсюда, прочь! – Куда направишься? – Абсолют знает. А ты? – Аналогично. Рад был встретиться с тобой, пусть и в Чистилище. Увидимся в 1920-х! До свиданья!

– Да пребудет с тобой истина, пока два не станет одним снова. До свидания!

Глава 22
Святые и еретики

Пифагор выбрался из чистилища, когда его мучителей перестали серьезно воспринимать люди, способные мыслить независимо. Две главные тактически грубые ошибки оппонентов свободомыслия в эпоху Ренессанса внесли значительный вклад в освобождение естествознания и отбросили в прошлое чистый разум как безошибочного гида, ведущего к «реальности» и «истине». В своих перегибах с Джордано Бруно (1548–1600) и Галилео Галилеем (1564–1642) хранители ортодоксальности преступили лимит человеческого благотерпения, а поступив таким образом, обрели активное противодействие со стороны всех свободомыслящих голов. И хотя пытки, повешения и костры для еретиков (в их понимании) продолжились там, куда только могли дотянуться их руки, никакая тирания была уже не в состоянии разрушить оппозицию себе самой. Постоянно то тот, то другой избегали кола или петли, чтобы продолжать оказывать воздействие на умы тысяч людей своей ересью, пока тирания не умерла, и не от ненависти, которую она породила в

достаточном количестве, а от презрения и неповиновения.

В своей борьбе с фанатизмом и нетерпимостью Бруно и Галилей были лишь двумя из множества тех, кто, подобно Галилею, отказался от своего мнения, и тех, кто, подобно Бруно, принял смерть в огне. Предпочтение было отдано им, поскольку определенные аспекты их работ имели косвенное, но очень важное отношение к пифагореизму и научному платонизму XX века. Каждый на свой манер приблизил современные взгляды на бесконечность.

Уже отмечалось, что Анаксимандр известен как первый оставивший записи создатель основополагающих моментов философии бесконечности. Признан и факт влияния парадоксов Зенона практически на все попытки от его дней до настоящего времени создать последовательную арифметику «бесконечных чисел». В Средние века бесчисленные количества схоластической логики были брошены на разработку теории бесконечности, поскольку она связана с христианской теологией. Большую часть из того, что напридумывали схоластики, высмеивает язвительная пародия «Сколько ангелов могут оказаться на кончике иглы?» – надо отметить, не слишком несправедливая. Поскольку глупо пытаться убить шутку, стараясь объяснить ее, достаточно понять, что проблема не так уж проста, как ее преподносят. Переложенная на язык бесконечно малых величин, на котором периодически мыслили как Кеплер, так и Ньютон, внося значительный вклад в физическое естествознание и астрономию, проблема оказалась не более смешной, чем другие, которым уделялось значительное внимание на ранней стадии разработки дифференциальных и интегральных уравнений. Пусть схоластики спорили в рамках теологической специальной терминологии, в то время как математики времен Ньютона отдавали предпочтение в спорах ранним наработкам языка формул, но и те и другие говорили, по сути, об одном и том же.

Хотя схоластики не смогли создать приемлемую теорию теологической бесконечности, некоторые из них признали, что логика Аристотеля не соответствует уровню задачи. Их поражение, в относительном плане, было ничуть не более грандиозным, чем поражение математиков, которые все же родили теорию математической бесконечности, приемлемую для большинства компетентных экспертов. До появления данной теории традиционное требование о том, что математическое рассуждение более надежно, чем любое другое, и что истины, выведенные в результате этого рассуждения, имеют превалирующее значение над истинами, добытыми иным путем, не было полностью доказано. Эти утверждения, которые многие компетентные математики считали очевидными фактами, не имели намерения оклеветать признанную силу и безграничный триумф математики в ее правоте и в приоритете среди других наук. О них вспомнили просто потому, что и сегодня не в состоянии превзойти слепую приверженность, которая заставила молчать Бруно и Галилея. И в конце концов, если кажется неуместным размещать ангелов на конце иголки как свидетельство истинности математики, вспомним, что Георг Кантор, живший в 1845–1918 годах, создатель современной теории математической бесконечности, был ярким воспитанником средневековой теологии. Разумеется, приверженность Кантора схоластической логике могла оказаться лишь одним из его заблуждений. Если так, то именно по этой причине его последователи посчитали уместным не усердствовать в ревизии его теории.

Чтобы дать достойную оценку принципиальной ереси Бруно и ему самому воздать должное, следует обратиться за некоторыми деталями к работе очень известного человека, который умер за сто лет до того, как родился Галилей. «Божественный Кузанец», как величал Бруно Николая Кузанского, жившего в 1401–1464 годах, был сыном бедного рыбака. Благодаря врожденным способностям, полной независимости ума и характеру он своими усилиями добился выдающейся церковной карьеры. В качестве награды за участие в дискуссии на стороне папы по вопросу о том, кто кем богопомазан править, Николай был назначен епископом Бриксена в Тироле и получил кардинальский сан. Его слабостью была математика.

Имея двойное преимущество в виде худородства и светлой головы, Николай распознал

высокопарный вздор, когда он его коснулся. Изысканная утонченность логики Аристотеля и натуральная философия его современников вызвали гнев Николая, и он предпочитал держаться от подобных практиков подальше. Чистое размышление в одиночестве (как это делали буквоеды) никогда не сможет, говаривал он, привести куда-либо в понимании как природы, так и Бога. Звучит, безусловно, еретично. Но Николай был столпом церкви, и ему никто не помешал. Он настаивал на том, что умозаключения должны быть подкреплены наблюдением и опытом. Это уже вызывало недовольство, но те, кто не любил подобного, тем не менее вынуждены были молчать, пока Николай был у власти. Рассуждения, которые обязаны сопровождать эмпирические науки, еретик в сутане проповедовал своей холодеющей от его слов пастве, не относились к логике Аристотеля, а были математикой. Полтора века спустя Галилей пришел к тем же выводам.

В своей собственной философии математики Николай был платоническим пифагорейцем. Он едва ли мог стать кем-нибудь другим в те мистические времена. Его применение математики к величайшим аспектам теологии было предусмотрительно, как и подобало сыну рыбака, но вряд ли успешно. Среди других известных деяний он рассчитал дату конца света. Куда более близкий к истине, чем большинство из тех, кто делал то же самое до него, Николай не допустил ужасающей ошибки и не указал точную дату Судного дня такой, которая имела бы место при его жизни, а отложил ее на неопределенное время. Его игры с числами дали ему в 1734 году «День гнева Господня», на всякий случай с погрешностью в 233 году, даже если бы он прожил 100 лет. Равно был счастлив в своей попытке определить площадь круга, после чего уверовал в то, что совершил невозможное. Этот недостаток, неизбежный в те времена, был более чем восполнен крайне критичным предубеждением против конкретных деталей астрономии Коперника. Из вышеперечисленного следует, что Николай был более везучим невезунчиком, чем Бэкон. Опередив намного свое время, он не пострадал за лидирующее положение в толпе ученых.

Возможно, ничего не ведая о далекоидущих выводах своей главной философской ереси, Николай в индивидуальной работе зашел далеко вперед в вопросе о происхождении логики Аристотеля. Его современники приписывали этой логике божественное происхождение. Или, если это сильно украшало их имидж, они по меньшей мере верили в то, что логика Аристотеля есть вечная необходимость, установленная богами для человеческого сознания путем «структурирования реальности». Более того, они рассуждали, словно верили, что Бог должен был передать Аристотелю, что «А есть А, все остальное есть либо А, либо не А, и ничто не может быть А и не-А», как три фундаментальных закона (постулата) логики Аристотеля, на которые иногда ссылаются. Второе, так называемый «закон исключенного третьего», представляет интерес.

Согласно данному закону, законы классической логики либо были открыты Аристотелю Богом, либо не были открыты Аристотелю Богом. Середины быть не может. Соглашаясь с некоторыми из наиболее прогрессивных современных психологов, Николай отдавал предпочтение второму варианту альтернативы. Откуда же взялись тогда эти три закона? Если гипотезы о Божественном откровении отвергнуты, как не подлежащие проверке, остается возможность, что сам Аристотель абстрагировал свои законы от каждодневной проверки опытом, точно так как Фалес абстрагировал свои линии как длину без ширины. Все множества вещей, с которыми Аристотель (или кто-то еще) был (есть) знаком опытным путем, были (есть) конечны. Тогда становится очевидно, согласно Николаю, что логика Аристотеля не может быть адаптирована к истинной теологии. Бог, согласно гипотезе, есть бесконечность, а не конечность. Николай не был уж столь оригинален, чтобы представить возможность для Бога стать конечным. Математика в его времена еще не ушла так далеко. Но он сумел разглядеть, что закон исключенного третьего нельзя безоговорочно применить к бесконечности, таким образом предваряя появление одной из школ математической логики в XX веке.

Поскольку логика Аристотеля не имела возможности дать направление для бесконечности, Николай высказывался в пользу мистического подхода к безупречности Бога.

Хотя человек и конечен и никогда не сможет постичь бесконечность, он в состоянии почувствовать ее существование посредством «математики, единственной истины в науке». Бесконечность, к которой человек пытается добраться, остается простой игрой его воображения в бесконечной последовательности натуральных чисел 1, 2, 3… каждое из которых, после первого, создано из непосредственно предшествующего числа добавлением единицы. Это, разумеется, было символом созидания всего сущего автором вселенной. Николай сделал шаг вперед от Пифагора: числа были не тем, что их образование от Монад символизировало, а только образом постижимым для конечного разума, той реальности, которая ведома только Богу. Из этого следовало, что человек ведает только проявления, но никогда не реальность. Однако человечество таким образом не обречено на вечное забвение со стороны Бога: по меньшей мере фантом реальности может быть увиден через тот простейший символизм, именуемый математикой.

Было вполне естественно, что Николай проследовал от мистического вывода к пылкому заявлению о применении математики для понимания природы. Математика в его время не соответствовала по уровню решению задач такого масштаба. Когда необходимая математика была выделена Ньютоном в XVII веке, стало возможным смело использовать математическую бесконечность и вообще ничего из теологической бесконечности, сторонником которой выступал Николай. К счастью для его душевного спокойствия, Николай умер за две сотни лет до того момента, когда Ньютон изобрел свои уравнения и начал применять их в динамике и астрономии.

Николай умер в возрасте шестидесяти трех лет, оставив много добротных работ, окруженный славой и ересью. Он был похоронен с двойной пышностью, ему по заслугам оказывали почести как выдающемуся епископу и умнейшему кардиналу. Но он до сих пор не канонизирован.

Бруно (1548–1600) пошел много дальше своего «Божественного Кузанца». Николай просто не любил сторонников Аристотеля. Бруно их ненавидел. Для любого итальянца XVI века подобное отношение было поводом для преследования, о чем Бруно хорошо знал. При этом он не стремился или не умел сглаживать свои язвительные насмешки в адрес учения Аристотеля, всех его работ и последователей, включая, к несчастью для Бруно, логику, с помощью которой теологи оберегали официальную религию. Не мог он также сдержать свой энтузиазм в отношении астрономии Коперника – ереси, чуть меньше проклинаемой только по сравнению с прямым отказом от веры в божественное происхождение Священного Писания. Не оставив выбора своим врагам, Бруно погрузился и в эту ересь тоже, считая святые чудеса и священные учения мифами и предрассудками примитивных людей. Его собственным заменителем того, что он пренебрежительно величал галлюцинациями своих ученых собратьев, стал поэтический пантеизм (религиозно-философское учение, отождествляющее Бога и природу, вселенную). В нем он объединил учения «Божественного Кузанца» – фрагменты неоплатонизма, основополагающие знания пифагореизма, астрономию Коперника, обрывки учения стоиков и эпикурейцев и свои собственные рассуждения о космосе. Все это вошло в состав колоссальной ереси, вступившей в противоречие в основном и в частностях со всем, что было свято для последователей Аристотеля и теологов всех мастей. Со всей своей эксцентричностью, к чести его будет сказано, кажется удивительным, как Бруно оставался последовательным нумерологом. Ему было что рассказать о пифагорейских декадах и очень много о числе пять, чего ни один последователь Пифагора даже не мог себе представить.

Если бы система Бруно, с позволения сказать, имела объединяющую идею, то это была идеализированная версия пифагорейской Монады – Единицы, унифицированного источника, из которого все приходит и туда возвращается. Припоминание бесконечности Анаксимандра, монада Бруно стала его языческим заменителем Бога, официально одобренного аристотелевскими теологами. Его нумерология высокого порядка была вычищена, но не имела существенного преимущества перед платоновской: Идеи рождались из Единицы. Что более существенно, вселенная для Бруно была бесконечна.

Особенно разрушающим эффектом сложной для понимания ереси Бруно стал отклик на «Комедию» Данте. Парадоксально, но в бесконечном космосе Бруно одновременно предполагал слишком много и слишком мало пространства для рая Данте, вообще не оставив места для ада. А действительно, где должны находиться обитель небожителей и ад, так четко и так ясно изображаемые поэтами? Если верить Бруно, то нигде. Но, согласно учениям официальных властей, эти поэтические фантазии настолько глубоко внедрены в сознание народа, что границы ада лучше знакомы образованным, да и необразованным людям, чем знакомые с детства горы и долины родной стороны. И если вдруг кто-то из легкомысленных крестьян забудет дорогу в Страшные ямы на шестой день недели, то на седьмой день ему напомнят детальным шедевром на стенах того храма, куда он придет молиться. После этого он уже не заблудится. Сопутствующее разъяснение его духовного наставника по поводу того, что ждет его по ту сторону могилы, если он вдруг собьется с пути и пропустит исполнение долга и поклонения тем, кто во власти, безусловно, пугающее, но слишком преувеличено.

Бруно отбросил всю эту мирскую космографию небесной любви и адской ненависти. Коперник разбил вдребезги все, кроме края небесной сферы последователей Аристотеля, Бруно размозжил небеса Данте и ад теологов. Они упразднили небольшое и узкое яйцо, в которое древние вталкивали вселенную, и освободили умы, чтобы те могли думать и постигать бесконечный космос. Это была непростительная ересь. Если, как сказал Бруно, существует не один мир, а бесконечность миров, то расплата и казнь на кресте должны совершаться бесконечное число раз, дабы спасти души от обитателей тех миров. Логика была неколебима. Бруно должен был замолчать. Но как его поймать?

Умеющий владеть собой, говорящий быстро, но осмотрительно, Бруно преуспел в ускользании от своих врагов, пока его не предали друзья. Образованный брат-доминиканец, еретик вселенной, представил, когда скептицизм впервые атаковал его, что кальвинисты из Женевы будут приветствовать его в своем несгибаемом кругу и дадут ему пристанище. Но кальвинисты продолжали верить в большую часть того, что Бруно высмеивал как предрассудки. Они предложили своему откровенному гостю покинуть их. Он выехал в Париж, где угодил в самое логово наиболее активных последователей Аристотеля во всей Европе. При встрече лицом к лицу ничто в них не обрадовало неуступчивого свободного мыслителя. Переплыв Ла-Манш, он поспешил в Оксфорд. Там крайне малая горстка здравомыслящих англичан создала почти сносную атмосферу познания, и Бруно свободно читал лекции по астрономии Коперника и своей ереси. Но неугомонный человек не сумел заставить свою душу обрести относительное спокойствие, и он вернулся на континент.

Он уже пользовался дурной славой. Один учебный центр посылал его в другой. Какие-то он покидал по собственной воле, когда уже был не в силах мириться с нетерпимостью и глупостью своих коллег. Виттенберг, Прага, Гельмштадт, Франкфурт, Падуя и, наконец, Венеция – все предоставляли ему кров на время, пока Рим с бесконечным терпением искал повод поймать его в ловушку. Дружелюбность венецианцев притупила его бдительность. Они казались симпатичными, и создавалось впечатление, что действительно полюбили его. Но их симпатии превышали их смелость, и, когда длинная рука святой инквизиции настигла самого еретичного из еретиков, они его предали. Инквизиция не стала спешить. Она предоставила Бруно семь безрадостных лет на то, чтобы отречься и покаяться. Вызывающе непокорный, он отказался от того и другого. Их терпение наконец иссякло, стражники ортодоксальности решили, что пришло время повернуть часы вспять на тысячу лет. Ради спасения его бессмертной души Бруно был сожжен на костре как неисправимый еретик 16 февраля 1600 года. Два непредвиденных последствия того костра поразили и обескуражили тех, кто применил костер. Пламя вырвалось из-под контроля. Оно полыхнуло так ярко, что охватило последние прогнившие остатки Средних веков и рассеяло мрак до основания современной науки. От жара того неожиданного огня пироманьяки-садисты, виноватые в том костре, съежились до состояния гротескных карикатур на самих себя. Ночь их закончилась, и, хотя, возможно, их еще кто-нибудь боится, они ни у кого не вызывают

уважения.

Чтобы почтить память того имеющего решающее значение прорыва от старого мира к новому, почитатели Бруно в 1889 году установили ему памятник на месте его сожжения, сломав сопротивление жесткой оппозиции. Нужен очень толерантный ум, чтобы забыть чьи-то ошибки.

После Бруно пришел Галилей. Провал усилий Бруно по переориентированию своих гонителей на астрономию Коперника был вполне компенсирован совершенным переубеждением Галилея, воспринявшим в полном объеме великую ересь работ Бруно.

Жизнеописание Галилея так хорошо всем известно, что стоит напомнить здесь лишь отдельные его детали. Сохраняя серьезное отношение к серьезным вещам, Галилей все-таки не был, в отличие от Бруно, фанатиком в отношении того, что считал праведным. Его склонность к сарказму и сатире превратила его в более опасного оппонента, чем любого другого невероятно рьяного кандидата на мученичество. Логик, пересекшийся с Галилеем, обыкновенно долго жалел о состоявшейся встрече. Галилей скорее презирал, чем ненавидел аристотелианцев, а его колкое презрение поражало куда глубже, чем откровенное бичевание Бруно. У него было также ни с чем не сравнимое для его времени преимущество воцерковленного верующего. И хотя никогда не поднимался вопрос об искренности его опротестования веры, не может быть сомнений, что ортодоксальность Галилея в этом плане сослужила ему службу не меньшую, чем любая другая покровительственная окраска, которую природа или его собственный острый ум смогли бы придумать. Бруно накликáл гонения, Галилей ловко уклонялся от них. Но в конце концов фанатики, которых он высмеивал, настигли его.

Категорическое предупреждение в 1616 году призвало Галилея умерить свой пыл в отношении новой астрономии. Он более-менее подчинился. Но он не был человеком, способным выставить себя на посмешище, ради престижа кого-то другого. В своем великом диалоге (1632) о двух системах астрономии Птолемея и Коперника он, безусловно, обеспечил победу последней. Но духовные последователи Аристотеля издали декрет, что именно первая является истинной астрономией. Бесчисленные цитаты из Священного Писания противостояли Копернику, а следовательно, и Галилею.

Длительная игра в кошки-мышки, где в роли мышки выступал человек науки, подошла к концу. Галилея притащили в святую инквизицию. Там последовало судебное разбирательство, до сих пор остающееся классическим примером нудности и глупости. Астроном-еретик был приговорен 22 июня 1633 года к отречению от теории Коперника и своих собственных учений, как противоречащих Священному Писанию.

Официальный документ, приговоривший обвиняемого к торжественному отречению, пожизненному заключению и чтению семи покаянных псалмов раз в неделю, был подписан семью из десяти кардиналов, вершивших суд. Галилей отрекся. Ему шел семидесятый год, здоровье было подорвано, и он был унижен перед дураками. Ему хватило здравого смысла не дать возможности поучаствовать в очередном празднике Рима, наподобие того, что устроил Бруно.

Математикам следовало бы поинтересоваться и прочитать оригинальный документ (слишком длинный, чтобы воспроизводить его в данной работе), поскольку в нем в последний раз в истории они и их методы выделены для особо жесткой официальной цензуры. С тех пор историческое неодобрение математиков стало восприниматься слишком незначительным, чтобы становиться объектом проявления официального высокомерия.

Вклад Галилея в восхождение современной науки иногда преуменьшают историки естествознания, но никогда этого не делают действующие ученые, которые знают что-то об истории науки. Справедливо, что другие говорили о сочетании математики с наблюдением и опытом. Галилей никогда не был первым из тех, кто настаивал, что принципы естественных наук должны приобретаться через опыт, подтверждаться, где это возможно, математически и должны формировать базис дедуктивной системы, выводы которой могут быть проверены эмпирически. Но он произнес это более четко и более ясно по сравнению с другими. Что еще

более важно, он был первым, кто сопроводил красноречие действием в масштабе, показавшим всем, кроме сознательно зашоренных, что метод, защитником которого он являлся и который он применял на практике, принес победу там, где остальные потерпели поражение. Среди современников Галилея и соперников его по славе очень часто называется Декарт, живший в 1596–1640 годах, зачастую именуемый первым современным философом. Он был одним из нескольких ученых, сказавших о научном методе так же много, как и Галилей. Но гений философа был сильно склонен к математике и абстракции, и, вместо плохо законспирированной зависти к Галилею, Декарт не обращал на него внимания как на ученого. Уже было показано, что Декарт оставался платоновским реалистом в математике, а Галилей возносил математику не менее энергично, чем это делал Платон. Но там, где Декарт был доволен своим математическим реализмом, Галилей не мог оставаться в полном восхищении. Он продолжал работать.

Наш интерес к Галилею в данной работе вызван его вкладом в теорию математической бесконечности. Из его саркастического замечания в одном из диалогов невозможно определить, серьезно ли воспринимал сам Галилей свой эпохальный комментарий или просто произнес его злонамеренно, чтобы привести в замешательство глупого последователя Аристотеля посредством его же собственной логики. Каким бы ни был мотив его поступка, Галилей устранил основное различие между конечным и бесконечным множествами.

Под словом «вклад» следует понимать часть, а не все. В конечном множестве присутствует всегда больше элементов, чем в любой его части. Галилей на примере показал, что часть бесконечного множества содержит то же количество элементов, что и все бесконечное множество. Два множества содержат «одинаковое число» элементов, когда, взяв поочередно из каждого множества по одному элементу, мы образуем из них пары таким образом, чтобы после спаривания ни в одном из множеств не осталось свободных элементов. Это просто объяснение того, что имеется в виду, когда мы подразумеваем, что два множества содержат равное количество элементов.

Примеры множеств, в которых часть содержит столько же элементов, сколько и само множество, легко представить. Все четные числа 2, 4, 6, 8, 10… являются только частью всех натуральных чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10… количество четных чисел среди четных чисел равно количеству четных чисел среди всех натуральных чисел. Составление пар осуществляется сопоставлением каждому натуральному числу его удвоенного числа:

1, 2, 3, 4, 5…
2, 4, 6, 8, 10…

В примере Галилея:

1 2 3 4 5…
12, 22, 32, 42, 52…,

в котором каждому натуральному числу в пару ставится его квадрат, что более наглядно.

Это гениальное наблюдение стало первым шагом к допущению, что последовательная математика может себе позволить говорить о «бесконечности». Создалось впечатление, что математики это умышленно просматривали до начала XIX века, когда другие заметили кажущийся парадокс «целого» и «части» со ссылкой на множества, которые не конечны, а приняты как факт, и тут начали серьезно работать над математической бесконечностью. К концу века появилась глубоко проработанная теория бесконечности, как оказалось, на базе чистой и прикладной математики, включая арифметику бесконечных чисел. Как было замечено в предыдущей главе, коварный парадокс, вкравшийся в эту работу, потребовал более высокой тщательности дедуктивного рассуждения, чем когда-либо со времен Аристотеля. В свою очередь, это бросило тень подозрения на статус математики и логики

как инструмента открытия вечной истины и божественной необходимости. Если бы десять кардиналов, участвовавших в деле, знали, что думал Галилей о бесконечности, они бы ни секунды не потратили на его ереси по Копернику. Его провокационный пример на базе всех натуральных чисел и их квадратов был призван разрушить логику, на основании которой средневековые власти основывали официальную теологию, в значительно большей степени, чем все неортодоксальные отступления новой астрономии. Очень трудно себе представить, как бы Галилей отрекся от этого примера.

Риторическое восхваление математики как божественно внушенного ответа на все загадки мироздания вышло из моды среди активного ученого сообщества вместе с Галилеем. Еще продолжали звучать устарелые гимны в не-уменьшающемся количестве, что правда, но не о тех, кто создавал новую математику и применял ее в физике и астрономии. Какой бы математический мистицизм ни поощряли вожди, он уже был вне науки. До конца 1920-х годов несколько ученых подхватили песнь в честь «божественной математики» на ноте, на которой Галилей оборвал ее, прогресс был стремителен. В 1930 году платоническая божественность вернулась из забытья трех веков, как и Великий Математик. Одновременно мироздание стало математической мыслью как сложная геометрическая теорема в том же Математическом уме.

Упадок рапсодической математики среди практикующих ученых, кажется, произошел случайно, благодаря глубоко здравому смыслу Ньютона. Рожденный в 1642 году, когда умер Галилей, Ньютон жил в первой четверти XVIII века и умер в 1727 году. Его «Математические принципы натуральной философии», изданные в 1687 году, стали научной библией великих континентальных астрономов-математиков и математиков-естествоиспытателей. Только в математически ненужном придатке ко второму изданию «Принципов» присутствует подозрение на что-то, что может именоваться математическим мистицизмом. Раскритикованный Лейбницем (1646–1716) и епископом Беркли (с которым мы еще встретимся в другом месте) за игнорирование теологической метафизики в первом издании «Принципов» (1687), Ньютон добавил «Генеральную схолию» по этим вопросам для второго издания 1713 года. Если ортодоксальные почитатели Ньютона ожидали угодливой поддержки своих верований признанным математиком и ученым современности, они должны были в определенной степени расстроиться оценкой Ньютоном высшего существующего. Он полностью отрекся от антропоморфизма. А то что осталось, стало ничем, а благочестивые современники Ньютона так надеялись на его воображение.

Божественная концепция Ньютона представляет математический интерес, поскольку настойчиво повторяется в вопросе о бесконечности как характерный атрибут божественного жития. Бог, согласно Ньютону, «есть божество, или почти совершенство. Он вечен и бесконечен, всемогущ и всеведущ, что означает – его существование пришло к нам из вечности и в вечность уйдет, он живет из бесконечности в бесконечность… Но сам он не есть вечность и бесконечность, хотя и вечен, и бесконечен, он не длина и не пространство, но он конечен, и у него есть присутствие, и благодаря присутствию всегда и везде олицетворяет длину и пространство… У него нет тела, но есть плоть…».

Было бы интересно узнать, что декада кардиналов по делу Галилея подумала бы обо всем этом. Возможно, кто-то из них прочитал об этом в лучшем из миров. Но в том мире они ничего не могут сделать, чтобы пресечь это или заставить автора замолчать. Спасибо отчасти Генриху Английскому и его многочисленным женам, святая инквизиция не имела активно действующего агента в Англии, и Ньютон был свободен верить в то, что ему нравилось, и проповедовать свою веру, если у него было на то желание.

Как известный англичанин, а он таковым был, Ньютон надеялся, если верить рассказу друзей, что его математическая астрономия снабдит современников рациональной концепцией божественного. Британские последователи Ньютона частенько выдавали собственные научные воззрения с комментариями менее провокационными, чем его, по вопросам теологического применения результатов своих исследований или хотя бы в виде простой хвалебной заметки. Эта религиозная наклонность британских коллег никогда не

заставляла долго ждать насмешек более легкомысленных ученых с континента. Традиция вышла из моды в середине XIX века.

Хотя вокруг ньютоновского Бога должна быть аура математического мистицизма, но даже не нашлось и налета нумерологии ни в его теологии, ни в его науке. По темпераменту Ньютон был современным Фалесом с присущим ему здравым смыслом. Величайший из натуральных философов, он не позволял метафизике отбрасывать его назад, когда ему хотелось идти вперед. Абсолютное пространство, абсолютное время и абсолютное движение его «Принципов», возможно, было ведомо еще Платону. Но их не понимал Ньютон. Но он видел, что даже после очистки эти невразумительные абсолюты остаются нерелевантными задачами, с которыми имеешь дело повседневно, и он пошел дальше, не теряя время на них. Для его целей они были так же не важны, как его комментарии по вопросу природы Бога. Таким же образом он выстроил и математику для достижения главной цели. Как следствие, математический мистицизм был временно отстранен из заслуживающей уважения научной мысли его же «Принципами».

Но в профессиональном философском мышлении старые магические числа продолжали существовать, такие же фантастичные, как и прежде. Лейбниц (1646–1726), ведущий философ своего времени и один из немногих универсальных умов в истории, отмечал, что 1 и 0 только числа в двоичной шкале системы счисления. Из этого он сделал вывод, что Бог (1, Монад) создал вселенную из ничего (0, ноль). Хотя этот последний из пифагорейцев изобрел уравнения независимо от Ньютона, всего на двадцать лет или попозже. Никто не видел Лейбница шутящим. Мы присутствуем при совершении чуда.

Следующий критический эпизод в прогрессе математического мистицизма касается единственной неудачи безукоризненного наследника Евклида и неинформированного критика.

Глава 23
Поворотный пункт

Год 1733 – прошло шесть лет со дня смерти Ньютона, до конца света, предсказанного «Божественным Кузанином», оставался год, в судьбе математического мистицизма определенно настал решающий момент. Пифагореизм и платонизм в науке и математике исчерпали себя для тех ученых и математиков, кто познакомился с работами Джироламо Саккери. Но в части лавров Саккери повторял судьбу Роджера Бэкона. Критическим моментом стала измененная геометрическая истина, которая должна была войти в математику сразу за Саккери, но ее признание задержалось почти на целый век. На кону был статус геометрии Евклида.

Утверждают, что «Элементы» Евклида выдержали больше изданий, чем любая другая опубликованная книга, кроме Библии. По сравнению с другими математическими трудами «Элементы», возможно, оказали самое непосредственное влияние на формирование и увековечивание мнения, будто «математическая реальность лежит вне нас». Поколение за поколением, сотни тысяч, если не миллионы податливых учеников элементарной геометрии были убеждены безапелляционностью постулатов Евклида, что его учение – единственно возможное восприятие пространства. И только в 1903 году Евклид был повсеместно исключен из числа учебников для школьников, которым он никогда и не предназначался. Его последним педагогическим прибежищем стали средние школы Англии. Упрямое сражение в течение тридцати лет завершилось в конце победой, и «Евклид» как синоним школьной геометрии наконец стал отмершим понятием в цивилизованных языках.

Геометрия Евклида, но не «Элементы» Евклида, не вид геометрии, изучаемый в обычном школьном курсе, остается наиболее простым и наиболее полезным из всех видов геометрии для повседневной жизни и для, как принято считать, наибольшей части физических наук. Но обыденная польза – не единственное достоинство ее практического использования для нашего поколения. Не менее важно и все, что наши предки усвоили из

тактики геометрических доказательств, пытаясь определить значение «истины» и «реальности». Влияние элементарной геометрии на их привычки думать было столь практично для них, а через них – для нас, сколь все когда-либо существующие механизмы созданы в соответствии с геометрией Евклида и механикой Ньютона. Абсолютизм геометрических истин, вложенный в юношей в годы формирования личности, обусловил для образованных, но не мыслящих критически голов принятие абсолютизма в виде других малопонятных «истин» от философии и религии до экономики и политики.

Прежде чем проследим закат абсолютизма евклидовой геометрии, стоит слегка освежить в памяти то, что известно о ее бессмертном авторе. Евклид так сросся со своей работой, что почти ничего не известно о нем как о личности. Даты его жизни неконкретны, где-то 330–275 годы до н. э. приводятся чаще, видимо достаточно точно. Предполагают, что образование он получил в Афинах, возможно в Академии. Попытки повторить расчеты математической истины Платона, оказавшие влияние на композицию «Элементов» Евклида, полностью опирались на необоснованные гипотезы. «Элементы» были закончены в Александрии, где Евклид прожил большую часть своей жизни в качестве члена научного сообщества, образовавшегося вокруг великой библиотеки.

В книге осуществлена компиляция и систематизация элементарных геометрических и арифметических знаний того времени. Персональный вклад Евклида состоит в классификации и систематизации всех разрозненных материалов в логической последовательности, где все, по задумке автора, должно быть выведено из досконально описанных постулатов по принятым правилам дедуктивного умозаключения. Мерой его успеха в этом амбициозном проекте является неподдельный исторический интерес. В плане геометрии – ничего существенного.

Если оценка кажется слишком жесткой, то любой беспристрастный критик в состоянии убедить себя менее чем за час (что часто и делалось, когда европейские геометры начали выздоравливать от некритического подхода к греческой математической классике), что несколько описательных определений Евклида неверны, что он часто опирался на неявные допущения в дополнение к постулатам, которыми он ограничивался, что некоторые из его предположений, как он их называет, ложны, а то, что он выдавал за доказательства других, бессмысленно.

Попытка доказательства самого первого предположения «На данной конечной прямой линии можно создать равносторонний треугольник» не подлежит даже исправлению. Его портит жуткая ошибка, которую любой наблюдательный школьник, пошевелив мозгами, моментально определит. Невозможно исправить попытку Евклида, используя только допущения, которые он сам себе позволял. Доказательство второго предположения зависит от доказательства первого, поэтому оно также ложно. Его третье упирается во второе. И так далее, вплоть до седьмого, полностью лишенного смысла. Если бы это кого-нибудь тревожило, то внутреннюю логическую структуру в части геометрии в «Элементах» следовало бы проанализировать от начала до конца в целях выявления неопределенных допущений и несовершенных доказательств. Однако тринадцать книг «Элементов» Евклида в течение почти двух тысяч лет оставались объектом слепого поклонения как олицетворение логического совершенства. И хотя наши попытки разобраться в правильности умозаключений может постичь та же участь, что и Евклида, его пример научил отдельных математиков быть внимательными в своих претензиях на вечные истины в части собственного вклада. Интересная догадка в отношении побудительного мотива Евклида на создание своего труда снова возвращает нас к пифагорейцам и Платону. Первое предположение имело целью создать простой правильный многоугольник (равносторонний треугольник). Заключительные шесть предположений книги XIII, венец проделанной работы, дают геометрическое построение пяти тел геометрически правильной формы. Таким образом, геометрическую часть «Элементов» следует рассматривать как математические границы пифагорейского космоса, придуманного Платоном. Тайная цель Евклида состояла в том, чтобы защититься этими границами от враждебных рациональных сомнений.

В эволюции геометрической истины существуют четыре критические даты: 1701, 1733, 1781 и 1826 годы. Связанные с ними имена соответственно: Джордж Беркли (1685–1753), Джироламо Саккери (1667–1733), Иммануил Кант (1724–1804) и Николай Лобачевский (1793–1856). Беркли был ирландским метафизиком, теологом и, наконец, епископом. Саккери – итальянским логиком-иезуитом и математиком. Кант – немецкий философ шотландского происхождения, не был математиком. Лобачевский – русский математик, никогда не был философом. За исключением Канта, каждый из этих людей внес значительный вклад в деплатонизацию математики в целом и геометрии в частности.

Беркли, кажется, оказался первым метафизиком в памяти истории (с сомнительным исключением некоторых средневековых номиналистов), который заподозрил, что нет ничего абсолютного в «истинах» геометрии.

Саккери, вопреки своему открытому стремлению и неискоренимой вере, оказался первым, кто продемонстрировал, что система геометрии Евклида – не единственная из приемлемых.

Кант просто допустил замысловатую ошибку. С позиций своих рассуждений, к которым мы вернемся в должном месте, он рассмотрел истинность элементарной геометрии (евклидовой) как априори аподиктической и синтетической. Иначе говоря, он поверил, что геометрические теоремы, такие как «сумма углов плоского треугольника равна двум прямым углам», являются неизменимыми истинами, свойственными реальности, какой она передается мысли самой структурой мозга, то есть человеческий мозг может воспринимать геометрические истины только через формы евклидовой геометрии. Эта геометрия, таким образом, навязана человечеству самой природой и мозгом. Только так, а не иначе.

Лобачевский, прекрасно понимая, чем он занимается и что его работа подразумевает для геометрической «истины», представил вполне законченную систему геометрии, самодостаточную и отличную от евклидовой, как и евклидова, пригодную для повседневного использования. Сознательно и преднамеренно Лобачевский сделал то, что Саккери, убеждая самого себя, считал невозможным, но что, несмотря на его стойкую лояльность к Евклиду, Саккери частично выполнил.

Кант и Лобачевский противоречат друг другу во всем. Хоть и предпринимались попытки показать, что Канта неправильно поняли и что его метафизика согласовывается с неевклидовыми геометриями, компетентные математики и математики-логики сошлись на том, что Кант ошибся. «Нет ничего, – утверждал Кант, – губительнее для философии, чем математика». Конечно, не было ничего губительнее для философии самого Канта, чем попытка доказать невообразимость геометрии отличной от евклидовой, поскольку геометрия Евклида была для него верной. Частично по аналогии с этой предполагаемой надежностью евклидовой геометрии, частично на основании других рассуждений Кант вывел свою теорию «вещей в себе» – переодетых абсолютов.

Невольный шедевр Саккери, содержащий первые примеры неевклидовой геометрии, был издан в 1733 году, «Критика чистого разума» Канта с его ложной концепцией геометрии появилась в 1781 году. Отдельные фанаты системы Канта могли бы попытаться представить себе, что бы сказал Кант об абсолютной геометрии и абсолютах вообще, если бы ему выпал шанс прочитать труд Саккери. Еще увидим, почему философ отверг этот шанс. Все не столь академично, как может показаться. Такой, ничуть не меньший авторитет, как Томас Манн, утверждал в 1941 году, что на самом деле цивилизация если и воюет за что-то во Второй мировой войне, так это за Абсолют.

Глава 24
Епископ-скептик

Располагая в хронологическом порядке Беркли, Саккери и Лобачевского, будем считать Беркли первым. Жизнь Беркли (1685–1753) охватывает первый великий период ньютоновской математики и натуральной философии. Его интеллектуальное восхождение

там, где оно шло параллельно развитию математики, предлагает интересный пример последовательного продвижения оригинального и независимого ума от ортодоксальности к ереси. Но в своем главном интересе, в христианской теологии, Беркли никогда не испытывал колебаний. Если в его сознании и был доминирующий мотив, то речь может идти только о его желании придать Богу рациональное начало с помощью того, что математики именуют доказательством существования. Чем бы ни занимался Беркли в математике, он оставался крестоносцем, словно сам Бог наложил на него это обязательство. Иногда в своих попытках сделать божественное существование приемлемым для рационально мыслящего ума он оказывался на удивление расчетливо рациональным, словно современный математик, сочиняющий монографию о постулатах геометрии или логике бесконечности. Чаще же он оставался настолько далеким от реальности в своих рассуждениях, насколько бескорыстен был в жизни.

Без всякой видимой причины вообще подруга Джонатана Свифта Ванесса оставила ему половину своего состояния. Как-то на обеде она сидела за столом рядом с ним. Деньги, конечно, должны были быть направлены на благотворительность, хотя Ванесса завещала их без всяких условий. Часть денег Беркли истратил, пытаясь облегчить вопиющую бедность и коррупцию его родной Ирландии.

Кульминация жизни Беркли доказывает, что он был настоящим идеалистом. Ему было чуть за сорок, когда он, недавно женившись, бросил комфортную жизнь декана Дерри и отплыл с женой в Америку. Перспектив у него практически не было, кроме невнятного обещания английского правительства на выплату зарплаты, которое могло бы когда-нибудь материализоваться. Ему было поручено «основать колледж на Бермудах для целей христианизации Америки». Он так никогда и не доплыл до Бермуд. По какой-то небрежности штурмана миссионер христианской цивилизации был доставлен в Ньюпорт на Род-Айленде, где он был обречен на три мирных года деревенской жизни и изучение обычаев индейцев. Когда же все надежды на иллюзорную зарплату растаяли, Беркли возвратился в Англию.

В возрасте сорока пяти лет он становится епископом Клойна в своей родной Ирландии. В том же 1734 году он опубликовал свою отважную математическую ересь «Аналитик». Полное наименование в достаточной степени определяет ее цели: «Аналитик, или Рассуждения, адресованные неверующему математику, где исследуется, действительно ли объект, принципы и выводы современного аналитика (уравнения Ньютона) более очевидно постигают или более очевидно приходят к умозаключению, чем религиозные мистерии и символы веры».

Декада, последовавшая за «Аналитиком», выдвинула на первый план «Альбицию», любопытную компиляцию, которую Беркли, похоже, считал своим шедевром. Он признавался, что это произведение стоило ему больше умственных затрат, чем все его работы, вместе взятые. «Альбиция» по сути была выстраданной реакцией Беркли на учения Платона и части неоплатонической философии, которые он давно идеализировал. Главная тема, однако, оставалась его, Беркли, собственной до мелочей. Он представил, что в «смолистом элементе» надсмольной воды он открыл целебный эликсир от всех болезней человечества, от душевных расстройств до оспы.

Уже из одних этих примеров его непрерывной активности становится ясно, что гений Беркли беспорядочно бросало то туда, то сюда, но он продолжал оставаться оригинальным. Только несколько аспектов из всего его разнообразного творчества интересны нам в рамках нашей темы.

Характерные противоречия Беркли проявили себя очень рано. Его наипервейшей любовью была математика. Она же стала последней, хотя в его поздние годы он обманывал себя в уверенности, что «все осталось» позади, где-то в юности. В возрасте шестнадцати лет он написал делавшее ему честь эссе по Евклиду, которое опубликовал тремя годами позже. Монотонное шаг за шагом следование дедуктивному рассуж дению Евклида, переход от одного очевидно неизбежного к другому гипнотизировали юношу. Подобно Платону и «всем

святым и мудрым» от Пифагора до Августина, юный Беркли придерживался взгляда на геометрию как на вечную истину. Не ведая своих подсознательных метаний, ошеломленный геометр вбил себе в голову еретическую мысль о предоставлении математического доказательства существования Бога. Если бы он преуспел в этом, что осознал, когда излечился от своей грандиозной мечты, он бы доказал подчиненное положение Бога перед математикой, которая с того момента получила бы неопровержимое доказательство, что есть высшее существующее.

Четкие символы и формальные алгебраические рассуждения встряхнули молодого человека. Перед самозваным воителем за веру, обладавшим исключительной проницательностью на протяжении всей жизни, но вдвойне развитой в юные годы, внезапно спала пелена воображаемой вечной неотвратимости любой математики. Все стало предельно ясно. Математика, понял он, лишена аналитических и гуманистических черт, она дает только то, что в нее вложено простым смертным. Математика (хотя Кант назовет ее таковой позднее) априори не аподиктична и не синтетична. Это точно потому, что тело математики пусто от всего фактического содержания, что логически неумолимая математика возможна. Проект доказательства существования Бога посредством математики, таким образом, был отставлен в сторону.

Отрицая реальность математической истины по Платону, Беркли предвосхитил одну из современных школ мысли почти на двести лет. Математика для формалистов XX века стала бессмысленной игрой с бессмысленными знаками или фишками в соответствии с предписанными людьми правилами, придуманными человечеством правилами дедуктивной логики. Математика в этой выхолощенной философии никак не соотносилась с вечно существующей не связанной с человеком реальностью Платона, она из раздела «действовать», но не «думать» в игре, где правила регулируются людьми как в шахматах.

Что означают шахматы для Вечных истин? Ответ Платона состоит в том, что все возможные игры в шахматы хранились на небесах за годы до того, как какое-то человеческое существо поставило перед собой шахматную доску или набор шахматных фигур. Идеальные и божественно совершенные Шахматы существовали в безвременье в сфере сущего еще до того, как человеческая раса начала свое существование. То же было и с математикой для тех, кто верит, что «математическая реальность находится вне нас». Платоническая реальность шахмат и математики каким-то образом звучит менее спорно, чем те же доводы о бридже или покере. Но как Парменид убедил Сократа, банальное должно быть идеализировано вместе с величайшим, если реализм Платона что-либо значит.

Теория математической истины Платона не смогла удовлетворить юного Беркли. Для него математика была не более сверхъестественна или значима, чем исключительно эффективный вид логического строя. Сегодня с ним согласны многие.

Хотя юноша сам и излечился от математического реализма, Беркли не сумел вылечить остальных. XVIII век был крайне неподходящим временем для обнародования математической ереси, подобной этой. Шумный триумф материализма механики Ньютона сделал невозможным для остальных невнятных побуждений холодного и скептического мышления быть услышанным. Ньютоновские бесконечно малые величины, наскоро подправленные и развитые континентальными математиками, представили небесную механику, которая оказалась действительно небесной во всех смыслах, которые только в силах представить человек. Эта новая математика, по утверждению ее приверженцев, безусловно, должна была содержать какие-то элементы абсолюта и вечной истины. Возможно, так оно и было, ее научные успехи нельзя было отрицать. Но если мистический элемент и обнаружился бы, недоверчивый Беркли показал, что он явно был лишен логической последовательности.

Беркли столь же скептично отнесся к математике Ньютона, которую попытался применить к геометрии Евклида. Несколько специфично, но он возражал против доводов Ньютона о бесконечности, в частности по вопросу «бесконечно малых величин» на ранних стадиях вычислений. Как было показано ранее, Ньютон игнорировал основополагающие

противоречия, остановившие греческих математиков не так уж далеко от современных. И Ньютон знал это. Беркли тоже мог бы игнорировать их во имя научных результатов, которые были получены, если бы вопрос стоял только о прикладной математике. Но это было не так.

Как часто случается, когда основные силы армии науки совершают глобальный прорыв, орда неучей, далеких от военной стратегии и тактики, врывается на вновь завоеванную территорию мародерствовать. Так было и после Ньютона. Любители математики с малой степенью компетенции, собрав все, что игнорировали или отбрасывали профессионалы, начали злоупотреблять подобранным, вдобавок еще и присочиняя. Механические или математические доказательства существования Бога и точно такие же доказательства Его отсутствия оказались в свободном доступе и были предъявлены на потребу публике. От покупателей не было отбоя, особенно среди интеллигенции того времени, пока на скорую руку слепленная механистическая теология не начала взрываться прямо на их глазах. Подобное посмешище вызвало недовольство Беркли. А смерть друга подвигла его из состояния раздражения к бурной деятельности.

Друг Ньютона Хейли относился к числу тех, кто взял из натуральной философии Ньютона больше, чем сам создатель этой философии вложил в нее. Хейли решил сам продемонстрировать математически непостижимость догм христианской теологии одной из своих жертв. Так получилось, что этот человек был другом Беркли. И Хейли удалось добиться своего именно в год назначения Беркли епископом. Умирающий неофит отказался собороваться. Взбешенный епископ решил, что надо что-то делать, чтобы остановить бессмысленную и бессвязную возню между математикой и теологией. В холодной ярости он написал «Аналитика» и адресовал его «неверующему математику».

На критику Беркли о несообразности математических умозаключений и их скрытую зависимость от мистицизма в работах его современников ответить было невозможно. Она так и осталась не только без ответа, но и была предана забвению. Фанатизм переметнулся от теологов на сторону математиков. Кто такой этот наглый епископ? И как посмел он богохульствовать против самого Ньютона?

Так продолжалось до конца XIX века, когда вдруг заметили, что критика Беркли была хорошо обоснованной. Но это уже было из области исторической справедливости. Дискуссия к тому времени «умерла», как и «неверующий математик», который ее породил.

Судьба Беркли напоминает судьбу Роджера Бэкона. Живи Беркли в другие времена, не в «век разума», он, по всей видимости, сумел бы добиться успеха как первопроходец в чистой математике. Его мастерство в математической технике было слишком поверхностным для созидательной работы в модных течениях математической мысли. А в своей критике математики как таковой он обгонял свое время. Его основополагающая ересь касательно вечной необходимости геометрии была повторена и усилена в трех главных дискуссиях по поводу значения математической истины, которые возникли в конце XIX века и были продолжены со все возрастающим накалом и беспорядком в XX веке. Его прочтение алгебры как простого набора формальных правил было продолжено в 1830-х годах только затем, чтобы улетучиться из памяти еще на несколько десятилетий. Его отрицание математических абстракций реальности Платона совпадало по направленности с современным логическим позитивизмом. И наконец, его критика уравнений Ньютона стала компромиссом между Зеноном и современными критическими работами по основам математического анализа. Но ничто из этого не помогло убежденным теологам в решении его проблемы по доказательству существования Бога.

Поскольку математика предала его, Беркли искал другие средства подтверждения постулата существования. Прежде всего он убедил себя, что опроверг существование самой проблемы. Из этого, как ему казалось, следовало, что все есть дух. Приняв данный постулат, доказать остальное становилось относительно легко. И хотя это не было математически доказано, ведь сам Беркли считал, что это невозможно, он следовал строгим методам математики. Аргументы в пользу необходимости и достаточности каждого шага выглядели вполне профессионально и логически строго.

В эссе «К новой теории восприятия» (1709), например, Беркли предпринял попытку доказать, что «видимое пространство» – понятие идеалистическое, существующее исключительно в мозгу воспринимающего человека. Делая великодушную уступку Пифагору, Беркли присвоил числу статус реальности. «Трактат о принципах человеческого знания» (1710) выдвинул дальнейшую аргументацию в пользу чистого идеализма, отрицал существование материи и доказывал, что разум есть единственно возможная «субстанция». Все это так же убедительно, как и книга Евклида: сам выдал гипотезу и сделал логические выводы, нравится вам или нет. Результатом стало знаменитое берклианское «Всё», изречение «Быть – значит быть воспринимаемым» (Esse est percipi).

Если бы Беркли был куда более посредственным математиком и куда более хорошим епископом, он, возможно, принял бы на веру половину теорем, которые доказывал. Например, вместо того, чтобы исписывать тома евклидовыми математическими умозаключениями, чтобы доказать следующее великое предположение, которое можно было просто принять на веру: «Существует вездесущий Вечный разум, который знает и воспринимает все и демонстрирует нашему взору таким способом и согласно таким правилам, которые Он сам предопределил и которые именуются нами законами природы».

Интересно сравнить веру в науку Беркли XVIII века с декларацией антинаучной независимости Эддингтона в XX веке: «…все законы природы, традиционно именуемые фундаментальными, могут быть предугаданы полностью в результате эпистемологических рассуждений». К столь противоречивым выводам может, не слишком напрягаясь, привести философский дух математики, обитающий в разных умах с разницей в два века. Тезис одной эпохи совпадает с антитезисом другой в синтезе Гегеля, и в качестве результата появляется куда более комплексное и, главное, широкое знание.

Глава 25
Верующий и неверующий

Джироламо Саккери (1667–1733) произвел не больше впечатления, чем Беркли, на упрямцев с «волей к вере» (как сказано в классической фразе Уильяма Джеймса) в XVIII веке. Этот расчетливый век прозвали «веком разума», что весьма иронично, если вспомнить, как «Аналитик» Беркли был принят этими же разумниками. Попытка Саккери перетряхнуть догматизм того времени окончилась провалом отчасти из-за его темперамента, отчасти из-за условий строжайшей дисциплины, в которых ему приходилось работать.

Если величайший тест на веру потребовался бы от Саккери, ему следовало доказать то, во что он сам не верил. И вовсе не потому, что он будто был скептиком или циником, поскольку ни тем ни другим он не был. Он просто обладал природным даром верить во что он хотел. И пусть это наипростейшее объяснение его извилистой карьеры, но оно не единственно возможное, другие объяснения напросятся сами, когда мы проследим кружные пути его злосчастного шедевра.

Блестящий успех Саккери в борьбе за то, чтобы убедить самого себя в абсолютизме геометрии Евклида, – один из наиболее курьезных психологических парадоксов в истории разума. Обязанный поверить в систему Евклида как абсолютную истину, он создал еще две геометрии, каждая из которых имеет законченный вид и так же приемлема для повседневного применения, как и геометрия Евклида. Затем, каким-то чудом, он разуверился в обеих. Поскольку в действительности существует три заслуживающих доверия варианта (один из вариантов был геометрией Евклида, а два других – забракованной парой Саккери), получилось, что непоколебимо верующий человек признал возможной только геометрию Евклида. Но именно это он и хотел доказать. Как Превосходный Саул, который отправился искать ослов своего отца, а вернулся домой с королевством, Саккери в поисках Евклида в одиночку создал несколько вселенных. Но в отличие от Саула он вернулся с тем, за чем его послали.

О жизни Саккери известно мало, так как, возможно, мало что можно узнать из сухой

формальной записи об успешном посвящении в члены Общества Иисуса или ордена иезуитов. Иезуиты, казалось, старались избавиться от персонализации, утопив ее в дисциплине своего ордена, и Саккери был, к сожалению, почти полностью деперсонализирован. Но прежде чем он умер в 1733 году, он успел рассказать о своем открытии, подрывающем все устои основополагающего направления развития глубоко безразличного мира. Труд Саккери по неевклидовой геометрии на время пропал из виду вместе с ним, всплыв на поверхность только спустя сто пятьдесят шесть лет после его кончины.

Легенды о его детстве в Сан-Ремо описывают Джироламо всегда с книгой Евклида «Элементы» под рукой, даже во время игры. То, что он часто открывал книгу и просматривал содержание, становится очевидно из его последующей жизни. До того как ему исполнилось двенадцать лет, Саккери уже распрощался со свободой мысли на всю оставшуюся жизнь. Он стал преданным рабом Евклида, ублажая свою веру во вред разуму. Если это и несправедливая оценка интеллектуальной жизни Саккери, то, может быть, он сам пожелал, чтобы его наставники сформировали его таким.

В остальном Саккери был также не по годам развит. В возрасте десяти лет он уже хорошо разбирался в устном счете. К одиннадцати годам он глубоко погрузился в философию, а еще глубже в шахматы, в них он был лучше чем просто хороший игрок. В восемнадцать лет он ушел с головой в теологию и начал успешное продвижение на пути к карьере уважаемого профессора-иезуита. В 1690 году, в возрасте двадцати трех лет, после окончания послушничества Джироламо был направлен учителями в иезуитский колледж в Милане в качестве преподавателя риторики, философии, теологии. После нескольких последовательных назначений на более выгодные преподавательские должности он стал профессором математики в университете города Павия.

Саккери был плодотворным автором. Закрыв глаза на его эпохальный провал с попыткой возродить абсолютизм Евклида, его основные работы можно расценить как логичные. Проникновенная острота его ума видна также (по мнению компетентных судей) в работах Саккери по теологии. Запутанная проблема Божьей благодати, например, потребовала напряжения всех познаний в казуистике, преж де чем приемлемое решение было найдено.

Разглядеть природу величайшего достижения Саккери несложно. Как уже было сказано, она связана с решающим поворотным моментом в эволюции геометрической истины и в концепции «математической реальности». По этой причине она заслуживает некоторых размышлений.

Если любое из двух предположений подразумевает другое, то говорят, что предположения эквивалентны. Иными словами, предположения A, B эквивалентны, если A подразумевает B, а B подразумевает A. Если одно из предположений доказано, следовательно, доказано и второе.

Вернемся к пятому постулату Евклида, который является предположением о существовании параллельных прямых. Он намного сложнее любых других постулатов Евклида, и если Евклидова геометрия рассматривается как абстракция чувственного опыта, то нет видимых причин поверить, что пятый постулат должен быть универсальной истиной в этом опыте. Следует установить, что при измерении, например, очень больших расстояний, какие бывают в астрономии, опыт может противоречить отдельным эквивалентам пятого постулата. Один такой эквивалент – полезное предположение, которое Декарт рассматривал как вечную неизбежность: сумма углов любого плоского треугольника равна двум прямым углам. Гаусс, как ни странно, предполагал астрономический тест этому предположению как средство для принятия решения, является ли геометрия Евклида правильным мерилом «пространства», определенного для опыта. По причинам, в которые лучше не вникать, опыт никогда не был проведен, а если бы это случилось, он бы не был достаточно тщательно проведен, чтобы урегулировать проблему.

Еще более достоверный эквивалент пятому постулату Евклида, чем предшествующий,

был замечен Саккери. Это одно из трех взаимоисключающих предположений, исчерпывающих возможности для параллельных линий. Вместо эквивалента Саккери, увидеть суть вопроса можно в еще более упрощенном и более достоверном эквиваленте постулата Евклида, а следовательно, и Саккери.

Точка p и прямая линия l, не проходящая через точку p, задают одну плоскость в пространстве. Представим пучок всех (прямых) линий, лежащих на данной плоскости и проходящих через точку p. Существует три варианта: только одна линия из всего пучка не пересечет l, более чем одна линия из пучка пересечет l, ни одна линия не пересечет l.

Первый из этих трех вариантов эквивалентен пятому постулату Евклида. Он также эквивалентен предположению, которое Саккери обязался вывести из другого предположения Евклида. Ему пришлось убедить себя, что второй и третий варианты (и даже их относительные эквиваленты) приводят к противоречию. По очереди из каждого он выводил цепочку рассуждений. Пока он верил своим дедуктивным рассуждениям и придерживался желания поверить в зависимость, он не мог достичь желанного противоречия в неевклидовых эквивалентах. Его строгая логика ничего не выводила, кроме непротиворечивости. Этого не могло быть.

Либо обдуманно, либо по объяснимому недосмотру разочарованный фанат Евклида опроверг одну из своих новых геометрий, добавив дополнительный постулат, пренебрегая его формулировкой: ложно, что прямая линия, достаточно длинная, возвращается в себя саму и становится конечной величиной. Второй вариант он отрицал успешнее, ложным использованием бесконечно малых величин. Игнорируя правила игры, в которую он подвязался играть честно, он сдался, хотя должен был выиграть. Приз был уже у него в руках, когда он отступил. Но поскольку он, безусловно, подсознательно настраивался на победу во имя Евклида еще до начала игры, возможно, он не смог изменить себе. Одна из двух неевклидовых геометрий, которую он выпустил из рук, видимо, сильно искушала его. Он отверг ее с явным сожалением. Ту самую, которую человек по фамилии Лобачевский откроет через девяносто семь лет.

В безмятежной уверенности, что именно он установил неизбежность и вечную истинность геометрии Евклида на все времена, Саккери назвал свой труд «Евклид, очищенный ото всех пятен». Практически со времен Евклида гениальные геометры старались вывести пятый постулат Евклида из его собственных предположений, и все потерпели фиаско. Теперь известно, что поражение было неизбежно: пятый постулат не связан с остальными, как непроизвольно показал Саккери и намеренно – Лобачевский в процессе создания неевклидовых геометрий. Но Саккери умер счастливым в собственном неверии в настоящее величие своего труда.

Если интеллектуальная жизнь Саккери была трагедией, то, по крайней мере, не жалкой. По утверждению отдельных антиклерикальных авторов, жалкая участь постигла шедевры Саккери. Труд этот не потеряли, не предали забвению более чем на полтора века. Его конфисковали и спрятали. Это неприятная инсинуация. И цель дискуссии о нем состоит только в том, чтобы повысить историческую значимость для всех «истин» – от математики до теологии – появления неевклидовой геометрии в XVIII и XIX веках.

Мы видели, что во времена Ренессанса геометрия Евклида вошла в состав вечных ценностей. Кто бы мог оказаться настолько нетерпеливым, чтобы поставить под сомнение абсолютную необходимость этой конкретной геометрии, того неминуемо причислили бы к числу еретиков или, менее почетно, к сумасшедшим. Некоторые абсолюты, потребность в демонстрации которых была необходима для оздоровления разумно здравомыслящих голов, должны были существовать. Евклидова геометрия была избрана всеми скептиками, кто подозревал, что остальные работы чистого разума, в частности официальная теология, должны быть разрушены геометрией. Ни один человек в здравом уме не осмелился бы оспорить истинность геометрии. Таким образом, воцарилась одна абсолютная истина. Но если есть одна, то почему не две? Но если вдруг какой-то еретик опрокинул бы абсолютизм евклидовой геометрии, как поступил Коперник с астрономией Птолемея, ни один абсолют не

устоял бы.

К 1920 году, когда теория относительности начала охватывать научный мир как очистительный и разрушительный пожар, хранители средневековых традиций заявили, что если евклидова геометрия больше не абсолют и не единственная в мире, тогда Священное Писание в опасности и ворота широко распахнулись для атеизма. Геометрия теории относительности вообще ничем не напоминала евклидову. Она была известна математике уже почти шестьдесят лет, когда Эйнштейн нашел для нее практическое применение. Но непоколебимые поборники Средневековья никогда не слышали даже упоминания о ней. Не слышали они и о неевклидовой геометрии Саккери, к тому времени отмечавшей уже свое двухсотлетие, хотя и опубликованной всего за тридцать лет до этого. Шторм утих, или его рокот утонул в грохоте утихающего урагана, налетевшего на абсолюты классической логики – далекое, но прямое следствие отмены абсолютизма в геометрии.

Факты, касающиеся труда Саккери, ясны. По рекомендации регионального правителя иезуитов, «Евклид» после просмотра жюри теологов был отправлен в сенат, кардиналу и главному инквизитору. Инквизитор подтвердил, что книга не содержит ничего враждебного официальной вере. Разрешение на публикацию было дано 16 августа 1733 года. Саккери умер 25 октября того же года. Любой книготорговец объяснит разницу между набором и изданием книги. И хотя «Евклид» был набран в 1733 году, публикацию отложили до 1889 года – года, когда последователи Бруно воздвигли ему монумент. С 1733 по 1889 год книга оставалась под сукном. Но в 1889 году один ее экземпляр случайно попался на глаза отцу Анжело Манганотти из ордена иезуитов, который немедленно определил ее историческое значение. Он предложил работу Саккери вниманию известного светского геометра Евгенио Белтрами. Великолепно разрекламированная книга Саккери «Евклид» сберегла автору все права и привилегии на математическое бессмертие через сто пятьдесят шесть лет после его смерти.

Правда, к 1889 году неевклидовых геометрий, включая пару принадлежащих перу Саккери, было полно. Они представали перед математиками последние шестьдесят лет, и при наличии определенной подготовки и небольшого воображения любой мог легко создать еще несколько вариантов, отличных от тех, что уже существовали. Если бы Саккери волновала слава в 1889 году, то он уже не сумел бы потребовать научного приоритета своей работы 1733 года, поскольку принятые правила в науке гласили, что отсчет идет от даты публикации. Возможно, это несправедливо, но исключает бесполезные споры.

Другой великий геометр, Уильям Кингдон Клиффорд, живший в Англии в 1845–1879 годах, назвал Лобачевского Коперником геометрии. Если бы Клиффорд знал, что неевклидова геометрия Лобачевского 1826–1829 годов появилась на свет в более ранней работе неизвестного профессора-иезуита, имя которого следовало бы указывать в каждом учебнике истории математики (но его нет ни в одной), он назвал бы Саккери Коперником геометрии. Действительно, титул этот в некотором отношении больше принадлежит итальянцу, чем русскому. Коперник получил первый отпечатанный экземпляр книги, которая опрокинула систему астрономии Птолемея на смертном одре, таким образом избежав общественного неудовольствия. Саккери почти повторил этот подвиг. Но книга Коперника была набрана и издана, а книга Саккери только набрана.

Как и в период подавления свободомыслия, например в начале 1930-х годов в Германии, в случае с Саккери в похожие времена, как полагают некоторые критики, исчезновение его набранной книги не было случайным инцидентом. Если применима какая-либо мораль в этой, скажем, гипотетической истории, то может оказаться, что имевшее место подавление не просто тщетно, а глупо. Факты, как присвоение или растрата, всплывают наружу, и, кто бы ни пытался скрыть их, рано или поздно они проявятся как грубая некомпетентность.

Когда какой-то потенциальный еретик в эпоху Ренессанса желал перехитрить власти, ему приходилось притворяться, что его открытия, научные или иные, были всего лишь развлекательной литературой. Почитатели ортодоксальности среди официальных лиц

позволяли (иногда) притворявшимся идти дальше, в то время как неортодоксальные эксперты разглядят за фарсом и прилежно изучат новую подрывную доктрину. Галилей прибегнул к данной уловке, и, вполне вероятно, был бы оставлен в покое, если бы его любовь к сатире не поборола чувство меры. Предполагается, что Саккери пытался проделать тот же трюк.

После семидесяти страниц (форматом в четвертую долю листа) непонятных рассуждений Джилорамо Саккери обыденно переходит к наиболее интересному из его новой геометрии, попутно отвлекаясь на невнятные комментарии, что все сказанное ложно. Либо он имел намерение принести в жертву свои доказательства из-за веры в Евклида, либо он не осмелился признаться в своей еретической геометрии. Этот неожиданный отход автора от железной логики неприятно поразил своей несуразностью далекого от религии и церкви Белтрами. Он заподозрил, что такой сильный логик, как Саккери, просто не мог прийти к подобному выводу, не отключив разум. Почему же он притворялся? Ответ не заставит себя ждать: страх. Саккери не посмел заявить, что новая геометрия «истинна». Для церковного начальства Саккери, как и безупречный геометр Евклид, был почти так же неприкосновенен, как и непогрешимый логик Аристотель. Попытка отрицать Евклида была сродни сомнениям в классической логике, с помощью которой основные догматы официальной теологии были распространены на все вечное. Безрассудно храброе заявление, что неевклидова система столь же «истинна», сколь и евклидова геометрия, привело бы к репрессиям и епитимье. По этой причине Коперник геометрии предпочел прибегнуть к хитрости. Воспользовавшись сомнительным шансом, Саккери разгромил свою собственную работу в надежде через это вынужденное предательство растворить ересь в глазах цензоров и пустить ее в печать. Трюк (если это был трюк) сработал. Книга пошла в набор.

Если «Евклид» был настолько ложен, насколько его представил Саккери в отчаянной надежде, что его судьбоносное открытие никогда не исчезнет вместе с ним, все-таки он пролежал на расстоянии вытянутой руки от молодых поколений, не будоража ничью мысль. В новой геометрии Саккери рассуждения столь ясны и убедительны, что практически любой рациональный ум, следуя доказательствам, легко поддался бы соблазну и пришел к кощунственным мыслям. Так или иначе, но книга оказалась под сукном, в интересах сиюминутной безопасности, как и следовало ожидать в условиях консервативной политики. Тема была крайне опасна для некоторой части попечителей, а если в организации происходит раскол, у нее остается мало шансов выжить. Но в такие судьбоносные моменты опасливые люди откладывают на потом свои незапланированные альтернативные умозаключения. Они упускают из виду, что отдельные свободомыслящие умы вне пределов их влияния и власти начнут независимо приходить к объективным открытиям и публиковать их для всемирного обозрения, и таким образом сами у себя крадут славу, которую, возможно, получили бы, будь они хоть немного смелее. Так было с Саккери.

Когда «Евклид» наконец впервые появился на свет в 1889 году, неевклидовы геометрии уже занимали свое место в математической иерархии. Никакого ужасающего всплеска религиозного скептицизма не последовало с их приходом. Даже профессиональные математики не спешили рассуждать о том, к чему приведет сосуществование нескольких обособленных, несовместимых между собой, самодостаточных геометрий для будущего платоновского реализма математических истин, в который практически большинство из них продолжало верить. Кардинальная революция, свергнувшая астрономию Птолемея, прошла практически незамеченной. Свержение абсолютизма Евклида меняло весь образ мыслей, а не только устаревшее описание Солнечной системы. То, что было невозможно представить до построения Саккери своей геометрии, стало работающей теорией для тысяч, чьим занятием было думать, чтобы другие действовали. Математические истины и математические формулировки научных принципов стали чисто земного происхождения, они перестали быть небесными неизбежностями, а просто удобными для людей инструментами. Ни в математике, ни в естествознании больше не осталось никаких абсолютов.

С этого момента утрата веры в вечные истины и абсолюты перекинулась, но не сразу, а

исподволь, на логику и метафизику, а от них и на весь авторитаризм. Хвастливое высказывание Хенли наконец-то приобрело значимость: «Я хозяин своей судьбы, я капитан своей души». И фраза «вечный дух свободного ума» приобрела значение. Мозг человека стал свободен, как он того хотел, а человечество теперь получило возможность отбросить бирюльки и стать теми, кем должно быть.

Вероятно, те, кто убрал от греха подальше «Евклида» Саккери, предвидели, что случится со всеми абсолютами, если работа будет напечатана, и испытывали благоговейный страх перед преждевременным претворением в жизнь неизбежного. Другие совершили аналогичную ошибку в отношении революции Коперника. Вместо того чтобы вставать второй раз на грабли, невнимательный инквизитор, ответственный за утрату работы Саккери, должен был реабилитировать своих предшественников, отважно заявив о надвигающейся революции, более подрывной, чем в случае с Коперником. Он мог бы даже наградить Саккери, своего подчиненного, вполне заслуженным титулом Коперника мысли.

Жизнь человека, который в конце концов представил миру неевклидову геометрию, – это еще одна история успеха в относительно маловажных вещах, завершившаяся личным разочарованием в своих амбициях. Будучи хорошо осведомленным об огромной значимости своего свершения, Лобачевский умер практически не узнанный теми, кто мог по достоинству оценить его труды, и лишенный милости мелких чиновников, которым он вынужден был подчиняться.

Нет нужды перечислять здесь всех, кто пытался опровергнуть постулат Евклида о параллельных прямых на основе его же предположений. Астроном Птолемей в I веке до н. э. оказался одним из первых, но даже у него были предшественники. В IX–XIII веках за ним последовали несколько мусульманских геометров, и среди них персидский математик и поэт Омар Хайям, но они не сумели продвинуться дальше Птолемея. Омар Хайям шел тем же путем, что и Саккери. Но не сильно продвинулся. Мусульман сменили итальянские геометры XVI и XVII веков, которые тоже пришли к неутешительному выводу. Кое-кто, включая известного английского математика Джона Уоллеса (1616–1703), который сделал это в 1693 году, заменяли пятый постулат Евклида другим эквивалентным предположением. Через сорок лет после попытки Уоллеса Саккери застрял в том же тупике, в котором исчезали все его предшественники, хотя он двигался с несравнимо большей осторожностью, чем они. Но он тоже верил, что предположение Евклида верно. В поисках истины Саккери, как и все остальные, кто занимался этим ранее, проявил недостаток смелости или воображения, чтобы выполнить поворот кругом и просто сойти с тропы, ведущей в никуда. Чтобы заподозрить, что требуемое доказательство постулата Евклида о параллельных прямых невозможно, надо было иметь такую смелость и такое воображение, какие нашлись у Коперника, когда тот сместил нашу планету из центра Солнечной системы. Саккери не хватило обыкновенной решимости обосновать свое подозрение, создав самостоятельную геометрию, отвергающую постулат Евклида.

У Лобачевского (1793–1856) хватило требуемых сил. И его молодому коллеге, венгерскому кавалерийскому офицеру и геометру Яношу Больяи (1802–1860), обладавшему необходимой решимостью и воображением.

Незнакомые друг с другом, Лобачевский и Больяи шли к одной цели конвергентными дорогами и достигли ее практически одновременно. У русского было преимущество в публикации. Еще несколько человек преуспели в создании последовательной геометрии, отличной от евклидовой. Но в дополнение к решимости, воображению и таланту потребовался четвертый компонент – отвага. Если человек, создавший или заявивший о создании новой революционной геометрии, не обладает запасом жизненных сил и стойкостью, чтобы встать на защиту своей работы от мудрецов и дураков, он никогда ничего и не создал бы под влиянием самых разных обстоятельств или авторитетов. Из страха перед «криками тупиц» Гаусс, добившийся результатов наравне с остальными, спрятал их до поры до времени и так и не обнародовал. Лобачевский и Больяи сделали все от них зависящее для предания гласности своим работам. Поскольку работа Лобачевского попала в печать первой,

его следует называть единственным первооткрывателем, не забывая про заслуги Больяи.

Лобачевский шел к победе тернистым путем. В возрасте семи лет он потерял отца, служившего мелким государственным чиновником в России, который оставил вдове двоих сыновей и мало чего еще. Мать смогла выучить детей, и в 1897 году будущий математик поступил в Казанский университет. Следующие сорок лет своей жизни от студента до профессора математики, а в конце – и ректора Лобачевский провел в стенах университета, получил несколько ученых степеней. Сорок лет выдающегося служения науке и развитию образования в России завершились ничем. Без объяснения причин Лобачевский был отстранен от должности в возрасте сорока четырех лет. Хотя его коллеги единодушно протестовали против того, что они называли грубым бюрократическим нарушением закона, правительство стояло на своем и отказалось представить объяснения.

Лобачевский прожил еще девять лет и умер в 1856 году, так и не получив признания за свое творческое научное бунтарство. Первое сообщение о неевклидовой геометрии Лобачевского было представлено научному обществу Казанского университета в 1826 году. Его не приняли, но за 1829–1830 годы солидное описание было переписано заново и опубликовано по-русски. Немецкий перевод последовал в 1840 году. Ни та ни другая редакции не произвели сколь-нибудь заметного впечатления на математическое сообщество. Только один математик (Гаусс) почтил должным вниманием геометрию Лобачевского и высоко оценил ее в частной переписке, но это было все. Не лишенный мужества, Лобачевский продолжал совершенствовать свою неевклидову систему, назвав ее пангеометрией. За год до его смерти (1855) Казанский университет отмечал полувековую годовщину. Оказав университету незаслуженную честь, Лобачевский пришел на церемонию и подарил экземпляр своей «Пангеометрии», подводившей итоги всей его научной жизни. Работа была написана по-французски и по-русски, но не им самим, поскольку он к тому времени уже ослеп. Спустя несколько месяцев, в возрасте шестидесяти двух лет, умер, вероятно, на то время единственный в мире человек, кто точно знал значение совершенного им. Лобачевский осознавал, какое воздействие новая геометрия окажет на дедуктивные рассуждения. Последнее крайне важно для данной работы.

Источником полного успеха Лобачевского стала его способность не верить в кажущиеся прописными истины и его способность применить свое неверие. Этот талант к созидательным сомнениям в традиционно очевидном, похоже, является редчайшим из всех интеллектуальных даров. Тот, кому достался этот талант и кто при этом способен воспользоваться своим талантом, обычно совершает переворот в науке.

Когда Эйнштейна спросили, как ему удалось создать теорию относительности, он ответил: «Я засомневался в аксиомах». Лобачевский засомневался в аксиоме Евклида о параллельных прямых, Коперник засомневался в аксиоме, утверждавшей, что Земля – центр Солнечной системы, Галилей поставил под сомнение аксиому, что более тяжелое тело падает быстрее, Эйнштейн озадачился аксиомой, что события в разных местах происходят одновременно, Брауер засомневался в аксиоме, что закон логики Аристотеля об исключении среднего является универсальным в применении, физики-атомщики XX века подвергли сомнению более чем одну аксиому механики Ньютона и т. д. и т. п. В каждом случае какой-то раздел человеческого знания подвергался изменениям, и практически без вариантов – в сторону большей свободы. Аксиома в целом накладывает определенные ограничения на разумные рассуждения или запреты на возможные действия, отмена аксиомы как необходимости открывает дорогу свободному творчеству. В прошлом игнорирование аксиом приводило к преследованию, сегодня во всех отраслях знания, кроме социальных наук, она просто предлагает самоограничение, а то и меньше. Успех в применении нового знания или новых преимуществ, ставший следствием успешной замены некоторых изживших себя аксиом, традиционно выступает пропуском к уважению до тех пор, пока заново объявленная свобода сама не превратится в тиранию, ее сменят и откроют дорогу другой. Сухой остаток на стороне человеческой свободы, а не на стороне унаследованных абсолютов и навязанных традиций.

Успех Лобачевского, оспаривавшего аксиомы, был подхвачен другими. Нельзя утверждать, что его пример ускорил чей-то успех, следовавший за ним, поскольку его работа пребывала в полном забвении почти тридцать лет. В 1840-х годах, например, Уильям Роуен Гамильтон заменил одну из базовых аксиом классической алгебры. Аксиома «Порядок, в котором два числа умножаются друг на друга, не оказывает влияния на результат» необходима для классической алгебры. В алгебре, развитой Гамильтоном применительно к физическим наукам, эта аксиома была опущена. Казалось странным, что Гамильтон, живший почти тридцать лет спустя после Лобачевского, опубликовал свою работу и даже умер, не ведая о существовании неевклидовой геометрии. Но в свете личного успеха Гамильтона этот пример наглядно демонстрирует, что математики-созидатели как класс наконец-то начали осознавать неотъемлемую свободу собственных усилий. Когда же в итоге глубинное значение трудов Лобачевского и Гамильтона было оценено, замена аксиом в математике стала одним из общедоступных методов совершения прорывов. Свободные открытия расцвели без ограничений, не сдерживаемые традицией, и математика вступила в период беспрецедентной экспансии. Ближе к концу XIX века Георг Кантор смог выразить убежденность большинства математиков-созидателей в афоризме, ныне ставшем знаменитым: «Суть математики в ее свободе».

Согласен, сказал бы реалист, последователь Платона. Но что такое свобода математики? Разве все эти странные геометрии и причудливые алгебры не находились уже в вечном существовании прежде, чем математики «открыли» или «увидели» их? Разве они не были известны смертным потому, что математики были слепы к окружающему миру? Против столь упорного желания поверить в недоказуемое и никогда недостижимое, не сказать бесполезное, рациональный скептицизм бессилен, а здравый смысл будет напрасно стараться. Пусть верят, если хотят, скажет натуралист.

Те, кто устойчив в своей вере, что «математическая реальность лежит вне нас», имеют хотя бы один неоспоримый аргумент в свою защиту. Открытие может быть свободным, отмечают они, но свободным только в рамках закона. Этим законом является логика, какой она развивается в математике со времен Фалеса. Но как уже было показано, этот предположительно жесткий закон сам без конца меняется. Это не проблема для непоколебимого реалиста: изменение само испытывает действие более высокого закона, который, в свою очередь, подпадает под действие еще более высокого закона, и так далее, вплоть до того недосягаемого, который и является Абсолютом.

Свобода, которой, как представлял Лобачевский, он обладал, создавая свою геометрию, была иллюзией. Это Абсолют диктовал каждый шаг геометру. «Суть математики» не в свободе, как утверждал Кантор, а в служении деспотизму, навеки недосягаемому для человечества. Опять же, пусть верят те, кто хочет верить.

Глава 26
Меняя взгляды

Не многие философы сумели противостоять искушению применить собственную философию, иногда с пагубными результатами, к основам математики. Простейшая арифметика и начала геометрии казались большинству метафизиков предметами первой необходимости для любых логически последовательных явлений физической материи. Поэтому, если некая явно сложная система знаний не в состоянии объяснить видимую неизбежность чисел и простейших геометрических теорем, она остается малоубедительной.

Амбициозные в разумных пределах метафизики попытались каким-то образом дать рационалистическое толкование таким постоянным головоломкам, как «пространство» и «время». В противном случае физическое естествознание осталось бы без философских оснований. Если бы в дополнение к этому удалось «пространство» и «время» привязать к общепринятым геометрии, арифметике и физике конкретной эпохи, то соответствующая метафизика усложнила бы почти все вокруг. Когда «законы мысли» (классическая триада

Аристотеля: тождество, исключенный третий и противоречие) были также включены во всевышний синтез, метафизика для всей философии, за исключением двух принципиальных деталей, стала завершенной. Теория этики, морали, полезности и аргумент в пользу существования Бога должны были быть представлены в системе.

Всего этого достиг Иммануил Кант, живший в 1724–1804 годах. Если отдельные части его колоссальной системы не производят должного впечатления на математиков и естествоиспытателей нашего времени, в отличие от их предшественников XVIII и XIX веков, то только потому, что как естествознание, так и математика стали в наше время более динамичными, чем они были в 1781 году, когда Кант опубликовал свою «Критику чистого разума». Какая бы дата ни была на календаре, ни естествознание, ни математика сегодня не являются всецело такими, какими были вчера. Да и сам Кант, без сомнения, частично признал данный трюизм как решающий фактор в постепенном устаревании универсальной философии, когда заявил, что ничто не являлось более разрушительным для философии, чем математика. Поскольку философия Канта долгое время была самой долговечной из математических философий со времен Платона и продержалась еще и в XIX веке, следует описать ее в нескольких штрихах в качестве нашей дани уважения великому философу прошлого.

Прежде чем рассматривать наиболее существенный вклад Канта в критику естествознания и математики, следует обратить внимание на личность и карьеру этого величайшего из современных философов. Если не принимать во внимание такой терпимый недостаток, что он всегда был чисто выбрит на протяжении шестидесяти лет, хотя мог бы отрастить бороду, Кант остается безупречным музейным образцом популярного идеала профессионального философа. Его называли педантом, но едва ли справедливо: педанты никогда, даже случайно ничего не создают. Все, что он имел, ушло в мысли. В противовес словам Декарта «Я думаю, значит, я существую» Кант мог бы заявить: «Я существую, значит, я думаю». Наделенный, как Декарт, с юности слабым здоровьем, Кант еще в молодые годы усвоил необходимость трепетно относиться к своему телу, и когда он возмужал, то начал в высшей степени хорошо следить за своим здоровьем и дожил до восьмидесяти лет. То ли от отсутствия инициативности и склонности, то ли потому, что презирал пустую трату времени, но он не был связан ни с одной женщиной, после того как вырвался от чрезмерно благочестивой и в определенной степени деспотичной матери. Как он отдыхал, если вообще отдыхал, в то время когда мыслил, осталось неизвестным. Ближе к старости он погрузился в прорицательство и не испытывал отвращения к знакам публичного уважения со стороны общества. Он наслаждался редкостным удовольствием быть легендой при жизни. Если стойкая приверженность единственной цели заключается в прижизненном людском восхищении, то Кант оказался одним из самых восхитительных смертных, которые когда-либо жили на земле. Его целью было создание философии, которая переживет его, и цель была достигнута. Складывается единое мнение, что его успех был настолько же скучным, насколько таковым был и он как личность. Хотя Кант много философствовал об эстетике, он тем не менее не имел ни художественного, ни артистического вкуса. Что касается бытовых деталей, они практически соответствовали жизни малооплачиваемого профессора философии во второразрядном колледже или университете наших дней. Все, что имел величайший философ со времен Платона, – так это свое величие.

Склонные к метафизике и теологии шотландцы заявляют свои права на Канта. Даже фамилию Кант его отец писал с другой буквы – «Cant». Германские Канты, как говорят отдельные приверженцы, ведут начало от шотландских Cant, когда семья эмигрировала в Пруссию. Утверждают, что по линии отца дедушка и бабушка Канта были шотландцами. Возможно, сейчас это не представляет особой важности, доказано или не доказано его шотландское происхождение. Однако на пике Первой мировой войны воюющие нации старались доказать, что никто из их врагов не может похвастаться личностью, заслуживающей вечной памяти. Бетховена приписали фламанд цам или голландцам, Канта – шотландцам, а Гаусса – евреям. Вторая мировая война, которая была ближе к понятию

мировой, чем Первая, подобные различия отложила для академических диспутов.

Каковы бы ни были корни, Иммануил Кант родился в 1724 году в Кенигсберге, в Прусском королевстве, одним из одиннадцати детей много трудившегося шорника, рьяного поборника веры и бедного материально. Из четверых сыновей только Иммануил и еще один брат, старше его на одиннадцать лет, не умерли во младенчестве. Родители Иммануила, особенно его мать, костьми легли, чтобы их наиболее прилежный сын выучился на лютеранского пастора. В возрасте семнадцати лет Иммануил поступил в Кенигсбергский университет с твердым намерением отплатить родителям за их старания достойным изучением теологии. Либеральность академической атмосферы (резко контрастирующей со сверхнабожной атмосферой дома) быстро стала причиной того, что он передумал. Теологию он заменил математикой и философией – зловещее сочетание. Его студенческие годы можно назвать феноменальными. К беспримерной алчности к знаниям он добавил беспощадное прилежание. Посещая бесчисленные лекции и непрерывно читая книги по естествознанию и теологии, изучая классиков Античности, ненасытный молодой человек сформировал себя как ученого с энциклопедическими знаниями для своего времени.

Среди других вопросов, которым Кант уделял настойчивое внимание, оказались «Математические начала натуральной философии» Ньютона. С позиций будущих достижений в естествознании начинающего философа Иммануил Кант очень многое почерпнул из прочтения Ньютона, а отдельные критики уверены, что натуральная философия Ньютона оказала пагубное влияние на метафизику Канта.

Одно неоспоримо: философия Канта не вызвала задержек в развитии математической астрономии Ньютона.

Вполне возможно, что в результате сосредоточенного изучения «Начал» Кант создал в 1755 году знаменитую небулярную гипотезу происхождения Солнечной системы. Эта смелая догадка стала высшей точкой его философской карьеры, и он подошел к ней с подобающей серьезностью. Все, что хоть в некотором приближении способно было испытать ее на прочность, находилось далеко за пределами возможностей математики времен Канта и даже, очевидно, наших дней. Лаплас, выдающийся астроном и математик XVIII века, также предлагал небулярную гипотезу, но с одним весьма существенным отличием. Он понимал, что у него нет ее научных обоснований, и преподнес его в виде почти шутки. Этот эпизод вторжения Канта в естествознание воспроизведен, чтобы проиллюстрировать тот факт: сделать предположение, не подтвержденное признанными научными методами, легче, чем старательно выстраивать факты и жестко тестировать гипотезы, как принято у профессиональных ученых. Хотя непроверенное предположение, подсказанное интуицией, может устроить всех, оно не может относиться к разряду правдивых и наиболее доверенных истин, а скорее напоминает научные гипотезы, предложенные в понедельник и забытые уже в среду.

Академическое образование Кант получал необычайно извилистым путем для человека столь высокой и признанной гениальности. После смерти отца материальное положение молодого человека изменилось настолько, что он был вынужден на девять лет заняться частным преподаванием. Благодаря поддержке друзей, которые видели его предназначение и верили в него, он в конце концов получил возможность вернуться в университет, где защитил докторскую диссертацию в возрасте тридцати одного года. Затем последовал испытательный срок в течение пятнадцати лет в Кенигсбергском университете в должности приват-доцента – неоплачиваемой должности преподавателя, который много работает, но деньги получает только от добровольных взносов студентов. Кант предлагал занятия по подготовке к экзаменам практически по всем предметам в курсе обучения для любого, кто готов был платить. Он также писал многочисленные работы по тем темам, которым владел. Вся эта неблагодарная, тяжелая, монотонная работа, без сомнения, дала положительные результаты для медленно вызревавшего философа. По крайней мере, она дала ему полный обзор и понимание уровня человеческого знания, каким оно представлялось в то время. Широта и разбросанность подготовки Канта в области философии напоминает более

жизнерадостную попытку Платона самообразовать себя для столь сложной и трудно-постижимой профессии.

Университетское начальство оценило талант Канта и попыталось облегчить условия его существования. Пошли даже на экстремальные меры: в 1762 году ему была предложена должность профессора поэзии. Кант знал свои возможности, ему хватило здравого смысла отказаться. В следующем году он принял более подходящую должность ассистента библиотекаря. Наконец в 1770 году, когда ему уже исполнилось сорок шесть лет, Кант был назначен на желанную должность профессора логики и метафизики, которую ему следовало бы занять на двадцать один год раньше. Следующие одиннадцать лет поглотило напряженное сочинительство его шедеврального произведения «Критика чистого разума», изданного в 1781 году.

Спустя одиннадцать лет Кант позволил себе ввязаться в единственную серьезную склоку за всю свою смиренную жизнь. Философ вышел из нее моральным победителем, но проиграв как человек. Его единственным достижением стало то, что он доказал друзьям и себе, что он, бедный и болезненный профессор, имеет больше твердости, чем все поборники веры в Германии, включая короля Пруссии.

Хотя еретиков больше не подвергали пыткам и не заставляли покупать индульгенцию, Кант рисковал не меньше, чем Галилей или Бруно. Какие-то административные гении придумали, что инноваторов можно изжить без публичной казни, отлучив их от кормушки. В случае с Кантом было бы достаточно отстранить его от профессорства. Если бы он был изгнан из университета как опасный радикал или богохульный атеист, его академическая карьера тотчас бы закончилась. Он был пригоден только для университетской жизни или частного преподавания, и было почти невозможно представить себе, что в Пруссии 1790-х годов так уж легко было найти солидного человека со столь либеральными взглядами, чтобы он доверил образование своего сына развенчанному профессору. Прекрасно осознавая, что его ждет и каков может быть конец, Кант сражался за свое свободомыслие.

Основная схватка продолжалась в течение пяти лет. «Критика» выдержала священную войну, более жестокую, чем обычно. Оторванный от жизни метафизик, еще молодым студентом сменивший теологию на изучение математики и философии, оказался достаточно оптимистичен, чтобы вообразить, что он сможет создать «религию в рамках разумного» и в то же время удовлетворить всех ортодоксальных лютеран в Германии. Ошибка Канта стала определенно усовершенствованным вариантом XVIII века того заблуждения, которое сбило с пути Августина и его последователей в их попытке подчинить бога нумерологии. К своему ужасу, Кант осознал, что спустил с цепи дьявола.

Кажется, ныне общепризнано, что религия полностью в рамках разумного не так уж желанна, как представлял себе лишенный эмоций Кант. Он храбро сражался за свою бескровную веру, а его противники, включая болезненно набожного короля, были слишком многочисленны и слишком хорошо организованы, чтобы разбить даже самого рассудительного ученого. Почти против воли, вынужденно начав отражать более грозную полемику, Кант не мог позволить себе, чтобы его заставили замолчать. Смерть короля через пять лет после того, как Кант поклялся себе не возбуждать враждебности большей, чем необходимо для защиты своей интеллектуальной целостности, развязала язык философу. Он мог бы сказать многое. Но пять лет угроз и репрессий повлияли на Канта, и война потеряла смысл. То, что он узнал об ортодоксальном мышлении, царившем в Пруссии того времени, видимо, лишило его желания предпринимать дальнейшие попытки ее просвещения. Он продолжил свою работу, для которой был создан, адресуя критику в дальнейшем нескольким достаточно спокойным ученым, чтобы распутать лабиринты своего мышления.

Попытки Канта решить раз и навсегда проблему статуса математической истины – это единственная представляющая для нас практический интерес деталь его системы. Но следует при этом помнить, что математика для Канта была почти так же важна, как и для Платона. Поэтому если он ошибся в своей оценке математики, то, следовательно, возможно, что он был внутренне не прав и в остальных деталях своей обширной системы. Точка зрения Канта

на природу математики изложена в «Элементах трансцендентализма», в начале второй части «Критики» и наиболее ясно в «Трансцендентальной эстетике». Видимо, у него были определенные сомнения, сумел ли он изложить материал ясно и понятливо, как того хотелось бы ему самому и его «пытливому читателю», которому он предназначал свои выводы. Чтобы донести свое осознание, он придумал пояснительное продолжение, рассчитанное, в частности, на преподавателей, которые окажутся достаточно квалифицированными, чтобы предложить «Критику» в качестве учебного пособия. Продолжение названо весьма скромно: «Введение в изучение каждой будущей системы метафизики, которая может претендовать на место науки».

В «Век разума и просвещения» были гиганты. Среди «Главных вопросов», затронутых и, по общему мнению, решенных в «Введении», приведем здесь два: «Возможна ли вообще метафизика?» и «Возможна ли чистая математика?». Ответ Канта на первый вопрос, как и следовало ожидать: «Да». Экстремальный позитивист-логик XX века утверждает, что правильный ответ: «Нет».

Вопрос Канта о чистой математике не потерял актуальности. Полностью неправильное понимание природы математики достаточно наглядно отражено в его ложном предположении, которое он высоко ценил, что геометрия состоит из «синтетических суждений априори». Достаточно описать, что он имел в виду, и указать, почему математики знают (а это вопрос знания, а не мнения), что высказывание ошибочно. Предположительно, Кант был введен в заблуждение различием (не безусловно признанным на момент написания им «Критики», но теперь общеизвестным фактом) между геометрией как абстрактной дедуктивной системой и геометрией как частично эмпирической наукой, используемой для изучения физической вселенной. Сходное заблуждение Канта касалось арифметики и, что правда, то правда, всех других направлений математики. Как Эйнштейн сформулировал различие между прикладной и чистой математикой: «В той части, где теоремы математики касаются реальности, они не верны, в той части, где они верны, они не о реальности».

Мы не хотим дискредитировать Канта за то, что он просмотрел фундаментальное отличие. За исключением похороненной геометрии Саккери, о существовании которой Кант просто не знал, хотя ее отдали в набор за сорок восемь лет до того, как опубликовали «Критику», математики едва ли к тому времени предоставили философам достаточно материалов, на базе которых можно было бы сформировать разумное мнение. И мы видели, как сами математики медленно приходили к пониманию важности неевклидовой геометрии Лобачевского, опубликованной четверть века спустя после смерти Канта. Только в конце XIX века профессиональные математики начали серьезно интересоваться сущностью математики, а затем начали понимать то, что их предшественники от Фалеса до Пуанкаре (жившего в 1854–1912 годах) реально совершили.

Было бы справедливо послушать самого Канта, прежде чем переходить к опровержениям. Достаточно и нескольких выдержек. Он начал с объяснения: «Я вспоминаю все доклады, где нет ни слова объяснения восприятию понятия «чистая». Чистая форма всех чувственных интуиций, та форма, в которой просматриваются несколько элементов этого феномена, выстроенных в определенном порядке, априори должна быть найдена в разуме. И эта чистая форма чувственности может быть названа чистой интуицией». После ряда дальнейших толкований определений Кант декларирует: «В ходе данного исследования станет ясно, что существуют две чистые формы чувственной интуиции как принципов априорного знания, Пространство и Время. Что такое, – спрашивает он дальше, – Пространство и Время? Они реальны? А если нет, они формы или отношения вещей, но такие, какие присущи им, даже если они перестанут восприниматься? Или они есть формы или отношения, присущие исключительно форме интуиции и, следовательно, субъективной реальности нашего разума, без которых такие понятия, как пространство и время, никогда не получится отнести к чему-либо?»

Прежде чем услышать ответы Канта на данные вопросы, обратимся за двумя разъяснениями к словарю. «Кант… считал, что априорное знание состоит из конкретных

«допущений» (как пространство и время) и принципов понимания, которые предположительно необходимы, чтобы опыт в целом стал интеллигибельным (постижимым умом)». Это устанавливает постоянно циркулирующую a priori, к которой обращается Кант. Другое техническое слово «аподиктический», которое означает «вовлекающий или выражающий неопровержимую истину, абсолютно верную, а также способную быть продемонстрированной ясно и удобно». Считая, что эти смысловые определения ясны (хотя едва ли такие четкие, как те, что приняты в элементарной геометрии, к которой адресует их Кант), постараемся понять, что же он хотел сказать. Ниже мы приводим изложенные Кантом выводы в четырех обобщенных предположениях, из которых нам необходимо взять только основное.

1. «Пространство не есть эмпирическое понятие, которое появляется из опыта… Образно пространство не может быть взято через опыт из отношений внешнего феномена, но, напротив, внешний феномен становится возможным только через представление о пространстве».

2. «Пространство есть априорное необходимое представление, фомирующее каждое обоснование всех внешних интуиций… Пространство, таким образом… есть условие возможности феномена, а не… форма созданного ими. Это априорное представление, которое необходимо предвосхищает внешний феномен».

Поскольку следующий текст достаточно сложен и ложен в деталях в свете современного знания, то приведем его полностью.

3. «По этой необходимости априорного представления пространство противостоит аподиктической несомненности всех геометрических принципов и возможности их априорного создания. Если интуиция пространства стала концепцией, полученной апостериори (a posteriori), только из общего внешнего опыта, первые принципы математических дефиниций становятся не чем иным, как перцепциями. Они будут распространены на все издержки перцепций, и, например, существование только одной прямой линии между двумя точками станет не необходимостью, а только чем-то полученным из опыта в каждом конкретном случае. Что бы ни было получено из опыта, оно будет обладать только соответствующей обобщенностью, основанной на умозаключении. Таким образом, мы не сможем сказать больше, поскольку до настоящего времени никакое пространство еще не найдено, кроме трехмерного».

Мы еще вернемся к некоторым положениям. Четвертый и последний вывод Канта мало что добавляет к первым трем.

4. «Пространство есть… чистая интуиция… Интуиция, которая априори не основана на опыте, должна сформировать обоснование всех концепций пространства. Тем же путем все геометрические принципы (например, «любые две стороны треугольника вместе больше третьей стороны») никогда не могли быть получены из общей концепции стороны или треугольника, но формируют интуицию, и это априорно с аподиктической верностью».

Это (по Канту) восприятие пространства и геометрии, с его априорными интуициями и его аподиктическими истинами, длительное время воспринималось как окончательное среди многочисленных метафизиков. Кант сформулировал похожую доктрину чисел и арифметики. Обе не заслуживают внимания в данной работе, поскольку не имеют ничего общего с математическим фактом. Его априорное «время» пошло путем его геометрии и арифметики, не потому, что конфликтовало с математикой, которая не связана с рассуждениями на тему природы времени, а потому, что оно опровергается современной экспериментальной и теоретической физикой. Здесь остановимся только на том, что имеет отношение к геометрии Канта.

Кант был уверен, что геометрия состоит из положений (декларативных суждений), которые не зависят от опыта (являются априорными), необходимо справедливых (аподиктичных) и которые содержат фактический материал (то есть синтетичны). Что таких положений нет в математике (или где-либо еще, насколько это известно человечеству) – одно из простейших заключений математической логики наших дней. Ошибка Канта

произошла от его непонимания разницы двух абсолютно разных вещей. Читатель придет в замешательство от бесплодной борьбы Канта за объяснение обоих вещей одновременно и одними и теми же словами, если не поймет, что он говорит не об одном понятии, а сразу о двух. Его пара – «физическая геометрия» и «математическая геометрия».

Физическая геометрия в своем прикладном варианте только отчасти эмпирическая наука, созданная затем, чтобы дать связное описание мира чувственного (и научного) опыта. Математическая геометрия – это система постулатов и дедуктивных выводов из них, созданная безотносительно к чувственному опыту или намеренно соотнесенная с ним. Как определяет одна из современных школ математической философии, в математической геометрии «истина» представляется как устойчивая логическая последовательность (свобода от противоречий внутри системы), в физической геометрии «истина» включает приближенное соответствие с наблюдаемым феноменом. Досконально проанализированные предположения математической геометрии «истинны» просто как форма логических предположений. Такие предположения именуются «аналитическими», например: «Сейчас идет дождь» или «Сейчас не идет дождь». Но «Сейчас идет дождь» либо конкретно «фактически истинно», либо «фактически ложно», и какое оно, можно определить, выглянув на улицу. Это предположение имеет фактическое содержание. А первое его не имеет, поскольку ничто не говорит о фактической погоде.

Отличие физической и математической геометрии можно проиллюстрировать неудачным примером Канта в его третьем общем выводе, процитированном выше. Если «прямая линия» определена четко, из этого не следует, что через две точки можно провести единственную прямую ни в математической, ни в физической геометрии. Определение Евклида гласит: «Прямая линия – это линия, которая ровно соединяет крайние точки». И, судя по всему, Кант мог иметь в виду именно это нечеткое интуитивное понятие. После минутного раздумья понимаем, что предполагаемое определение Евклида ничего не определяет вообще. Как часто указывают в школьных геометриях: «Прямая линия есть кратчайшее расстояние между двумя точками». Это определение интуитивно удовлетворительно и полезно, а данное чуть позднее «точке» и «расстоянию» – дается ясное численное определение. Чтобы избежать загадок там, где ничего таинственного нет, «прямая линия» заменяется на «геодезическую». Геодезическая в «пространстве» может быть малым и большим расстоянием между двумя точками в пространстве. (Это достаточно близко к четкому математическому определению для конкретных целей этой книги.) Если пространство рассматривать как поверхность сферы (не то, что поверхность включает, а ее саму), диаметрально противоположные точки могут быть соединены бесконечным множеством таких геодезических прямых (дугами больших окружностей на сфере). «Случайности восприятия», на которые намекает Кант, кажется, создают для него иллюзию, что Земля плоская. Его второй пример: «никакое пространство еще не найдено, кроме трехмерного» – очень давно потерял смысл вместе с появлением возможности строить пространство любой размерности. Наиболее известен пример пространства, имеющего более трех измерений, – полезное в научном плане четырехмерное пространство из теории относительности.

То, что Кант воспел евклидову геометрию как единственно верную истину, оказалось неудачным для продвижения его метафизики. Следствием создания неевклидовых геометрий стало разграничение математической и физической геометрий. Каждая из этих геометрий, в том числе геометрия Евклида, когда устранены очевидные недостатки, самосогласованна, и они не конкурируют между собой. Каждая математически «истинна». А которая физически «истинна»? Как оказалось, для научных задач применение нескольких геометрий вполне разумно и достаточно, но иногда отдельная геометрия полезнее всех остальных для решения конкретной задачи. Каждая «истинна», то есть самосогласованна в абстрактном, логическом или математическом смысле, одна из нескольких «истинна» в физическом смысле для определенного набора задач, но, будучи не согласованы между собой, две не могут быть истинны для того же круга задач. Когда во всем этом разобрались, в начале 1900-х годов,

отдельные ученые и математики совместили понятие «истины» с применимостью. Но не было никакой необходимости вносить очередную путаницу в область, из которой наконец-то, после почти двух тысяч лет неверного толкования, была исключена путаница.

Было бы интересно познакомиться с нумерологией Канта, особенно по его знаменитой таблице из двенадцати категорий, представленной в виде четырех триад, каждая из которых находится в кардинальных точках. Но мы не будем занимать место для того, чтобы продемонстрировать или обсудить его самые интересные трихотомические ветвления, в которых философ впервые отказался от пифагорейского «деления на два», дихотомии и отважно разделил все на три. Вместо этого перейдем к словам Гаусса (выдающегося математика и современника Канта, уже упомянутого как одного из трех величайших математиков в истории), которыми тот охарактеризовал математическую философию Канта и других любителей математики. Для начала несколько слов о самом Гауссе.

Гауссу (1777–1855) исполнилось двадцать семь лет, когда Кант умер. К тому времени он уже был признан ближайшими соперниками выдающимся математиком в мире. Если Кант и слышал что-нибудь о Гауссе, то не придал этому значения. Оба, математик и философ, были известными домоседами. Самое длинное путешествие Канта составило сорок миль от Кенигсберга, рекорд Гаусса составлял двадцать семь миль от Геттингена, и для каждого из них столь далекое путешествие оказалось единственным приключением. Во всем остальном «величайший философ со времен Платона» и «величайший математик со времен Ньютона» были удивительно не похожи. Здоровяк Гаусс, всю свою жизнь обладавший крепким здоровьем, был законченным ипохондриком. Миниатюрный и хрупкий Кант поддерживал в себе жизнь только благодаря жесткой самодисциплине и постоянной заботе о здоровье. Но они были схожи в боязни собственной смерти. Когда они теряли друзей, то бывший друг вычеркивался из списка живых, и его было запрещено даже упоминать. Гаусс никогда не добивался почитания и, хотя всегда был полностью уверен в своем огромном вкладе в развитие современной математики, никогда не проявлял признаков самолюбования. Кант к старости несколько утомлял окружающих, уверовав в свою первосвященническую безгрешность. Интеллектуальные способности у метафизика ухудшались с возрастом, а у математика оставались все такими же полноценными и мощными вплоть до самого смертного часа. Интерес представляет радикальное отличие Канта и Гаусса. Если сравнение между такими несоизмеримостями, как метафизика и математика, возможно, то допустимо утверждать, что Гаусс лучше разбирался в метафизике, чем Кант – в математике. После окончания университета Кант не имел даже слабого представления о том, что происходит в жизни математики. Гаусс же всю жизнь продолжал прилежно изучать философию. Свободное владение языками позволяло ему не отставать от событий в мире философии не только Германии, но и других стран. Разумеется, он всегда считал себя лишь заинтересованным любителем, не претендуя на сколь-нибудь значимую роль в философии. Но любитель уровня Гаусса вполне может «стоить трех» профессионалов, особенно в философии математики. Пожалуй, в этом случае у Гаусса явное преимущество. Будь он честолюбив, он, а не Лобачевский получил бы титул «Коперника геометрии». Его интерес к фундаментальной геометрии возник еще в возрасте двенадцати лет. Когда умер Кант, Гаусс уже сделал некоторые шаги к неевклидовой геометрии, но нарочно отложил эти исследования, чтобы избежать бесполезных словесных препирательств с фанатиками от математики и профанами от метафизики. Поэтому нет ничего удивительного, что Гаусс не испытывал симпатий к философии математики Канта. Хотя Кант и читал работы Ньютона, а может быть, и из-за того, что он их читал, математические инструменты Канта, применяемые им при изучении проблемы математической истины, были так же стары, как и Евклидовы. С точки зрения математики «Критике» вместо XVIII века следовало появиться в IV веке до н. э.

Кант мог бы чему-нибудь научиться у «Аналитика» Беркли, если бы он не унял чувства, подозрительно напоминающие профессиональную ревность к своему сопернику-идеалисту. Возможно, он ничему не научился бы и у Гаусса, поскольку «принца математиков» никогда сильно не интересовало научить кого-то чему-то. Гаусс ненавидел

любые формы наставлений, его шедевры были вполне законченными, но трудно читаемыми. Сравнительно мало людей разбирались в них, а еще меньше постигали всю глубину написанного. В своих опубликованных произведениях Гаусс всегда был взыскательно справедлив или холодно уважителен по отношению к предшественникам или современникам. Но в своих письмах к верным друзьям он бывал по-крестьянски резок. Не слишком грубый пример 1844 года рассказывает нам, что Гаусс действительно думал о математиках-любителях, когда те берутся разъяснить математику, что показывает его точку зрения на одну из кардинальных идей метафизики Канта: «Вы видите все то же самое [математическая некомпетентность] у современных философов (Шеллинга, Гегеля, Нес фон Эзенбека) и их последователей. У вас волосы не встают дыбом от их определений? Почитайте в истории древней философии, что великие люди той эпохи (Платон и другие (я исключаю Аристотеля) приводили в качестве доказательств. Даже у самого Канта зачастую не лучше. С моей точки зрения, его различия между аналитическими и синтетическими суждениями либо тонут от тривиальности, либо ложны».

Что называется, профессиональное знание против мнения любителя. Но и знание, и мнение могут меняться.

Не все идеи Канта о природе математики противостояли прогрессу, каким его понимали в начале XX века. Мы упоминали в предыдущих главах многообразие школ интуиционистов в философии математики, начало которым положил Брауер около 1912 года и которые медленно развивались под влиянием Вейля и др. В связи с математической бесконечностью было отмечено, что Брауер вслед за Кронекером, жившим в 1823–1891 годах, отказался признавать, что предположение либо истинно, либо ложно до тех пор, пока не найдется какой-нибудь способ подтвердить либо то, либо другое. Интуиционисты отрицают закон Аристотеля об исключенном третьем, где подобные средства отсутствуют. Между прочим, это отрицание оставляет за бортом многое из давно признанного «доказательства существования» классической математики, как чистой, так и прикладной. Это, однако, не является предметом сиюминутного интереса. Именно философия интуиционистов приводит нас обратно к Канту и «интуиции» в математике, на которой он настаивал. Сначала Брауер вообразил, что его философия вытекает из философии Канта, но позднее решительно отверг любую связь и заимствование и отрекся от Канта и почти всей его математической метафизики. Поскольку только создатель современного интуиционизма, как никто другой, может сказать, что вдохновило его, несерьезно оспаривать вопрос.

Математика для интуиционистов сродни (интуитивно?) «точной части нашего мышления» и является предшествующей как для логики, так и для философии. Источником математики декларировано «интуитивное предположение, которое представляет существующие математические концепции и подразумевает, что они для нас сразу ясны». Имеет место отрицание факта, что интуиция в любых отношениях мистична, для них она просто «способность рассматривать раздельно конкретные концепции и умозаключения, появляющиеся регулярно в общественном сознании». Интересно слегка дополнить данное отрицание и утверждение тем, что словарь определяет как понятие «мистицизм»: «Доктрина или вера в то, что прямое знание Бога, духовных истин и высшей реальности и так далее доступно через посреднические институты, предвидение или просветление, способом, отличным от обычного чувственного восприятия и логического рассуждения». «Объекты», с которыми имеют дело математики-интуиционисты, содержатся непосредственно в мысли. Напоминает «априорно синтетическую» геометрию Канта, но, в отличие от нее, эти объекты интуиционистов не зависят от опыта и не существуют вне мысли.

Античные и средневековые догмы заново появились также и в интуиционистских утверждениях о способности человека представить последовательность «четких, отдельных объектов», полученных путем неограниченного присоединения объектов к тем, что уже представлены. Начиная с «единицы» и концептуальной процедуры по «добавлению единицы», интуиционист таким образом постигает интуитивно бесконечную последовательность натуральных чисел 1, 2, 3… бесконечным повторением процедуры. Эта

способность интуитивно постигать бесконечную последовательность чисел, как мы видим, далеко не универсальна как среди примитивных, так и среди цивилизованных людей, если, конечно, эта «способность» по умолчанию, согласно гипотезе, латентна, хотя и ненаблюдаема. Бескомпромиссный финитист (такой, как Кронекер) начнет утверждать, что бесконечность интуиционистов имеет только не имеющее смысла устное существование или на бумаге, а не интуитивное существование в уме человечества. Финитист отрицает бесконечность как обман, унаследованный от вышедших из моды философий и осмеянных теологий, поскольку может существовать и без них.

Пребывая в благоговейном страхе перед Кантом, Брауер придерживался мировоззрения Канта в отношении пространства и времени. Позднее (1912) он избавится от априорного пространства, но более преданно воспримет априорное время. Год 1912-й вспомнили, чтобы подчеркнуть тот факт, что математический интуиционизм старше на четырнадцать лет, чем современная квантовая теория физики. Эта теория и последующее развитие атомной физики побудили физиков-теоретиков как минимум очистить свои интуитивные познания «пространства», «времени», «числа» и «идентичности» до концепции, адекватной для описания всех наблюдаемых физических явлений, особенно тех, за которые, как утверждалось, были ответственны атомные ядра. Ситуация в философии в определенном смысле аналогична той, которая последовала за появлением неевклидовой геометрии в описании природы после успеха общей теории относительности. Почти как в классической геометрии (евклидовой), были найдены положения, неадекватные конкретным научным задачам, поэтому традиционное «время» и все остальное требовали пересмотра, чтобы соответствовать идущей вперед науке. Казалось, если математика не вернется к стерильному формализму, ей придется обратиться к науке, где ею пользуются и продолжают оживлять.

Хотя ядра атомов слишком малые частицы, чтобы оказаться поводом для встречи с несколькими величайшими в истории философами-математиками, по меньшей мере трое из них объединились на этой почве. В процессе приспособления к современному научному окружению Пифагору, Аристотелю и Канту пришлось отказаться от некоторых своих самых бережно оберегаемых убеждений. Пифагор отбросил универсальное «число», Аристотель – «тождество», а Кант – свое «время». На макроскопическом (большого масштаба) уровне нет проблем с идентификацией и счетом обозреваемых объектов. Например, каждый камень в куче может быть идентифицирован и отличается от соседнего, а все вместе камни легко пронумеровать: один, два, три… пока куча не будет пересчитана. Это иллюстрирует одну из четырех вообразимых возможностей в плане идентификации и счета. А что три оставшиеся? Физики нашли примеры для двух. Приведем только выводы: квант света нельзя идентифицировать и посчитать, электроны нельзя идентифицировать и посчитать. Таким образом, как минимум в физике древнее понятие «число» лишилось своего универсального значения. Что касается «пространства» и «времени», то они тоже потеряли свою традиционную универсальность, когда перешли к жизни атомных ядер, если вообще не утратили значения, став второразрядными и искусственными «конструкциями», применяемыми из экономии языка для математического описания наблюдаемых явлений. Еще один-два шага в указанном направлении, и, может быть, обнаружится, что эти мнимые «неизбежности» мысли оказываются даже не «применимостями», а вышедшими из моды препятствиями, мешающими пониманию явления.

Чтобы завершить перечень главных изменений, происходящих с базовыми рассуждениями в попытке объяснить природу математики, приведем вердикт по традиционной философии, вынесенный современным логиком и математиком. В 1933 году Рудольф Карнап, позднее присоединившийся к знаменитому Венскому кружку, в своей работе оценил ситуацию следующим образом: «Большинство философов уделяют ей скудное внимание [новой логике, созданной математиками с 1854 года и, особенно, примерно с 1890 года]. Подозрительная сдержанность, с которой они подходят к этой новой логике, немного удивляет.

Математические одеяния, в которые она рядится, действительно пугают, но она

побуждает и более глубокую враждебность, которую мы начинаем ясно различать. Недоверие порождено опасностью, которая угрожает позициям старой философии. И действительно, каждая философия, в старом смысле слова, относится ли это к Платону, святому Фоме Аквинскому, Канту, Шеллингу, Гегелю, или к появившимся новым «метафизикам сущего», или к «диалектической философии», подвергается неумолимой критике со стороны новой логики как доктрины, не ложной по содержанию, но логически несостоятельной, а потому лишенной смысла».

Достаточно красноречиво. Поскольку мы завершили рассуждения о великих философах математики Кантом, мы вынуждены воздержаться от удовольствия открыть для себя гениальные мысли Гегеля по вопросам естествознания и математики. Чтобы компенсировать это упущение, опять же процитируем Карнапа: «Поскольку все законы логики тавтологичны и пусты [без фактического наполнения], они ничего не могут нам сказать о реально существующем мире. Любая диалектическая метафизика (и больше всего у Гегеля) по этой причине нелегитимна».

Естественно, не все философы едины во мнении по данному смертному приговору. Но только единицы из числа философов и прочих бросят вызов пророчеству (1925) философа из Оксфорда Жоада (C.E.M. Joad): «Если господин [Бертран] Рассел прав, большая часть философии лишена всякого смысла, если он не прав, мы можем продолжать надеяться выявить истину о вселенной методами, которые философия традиционно использует. Но прав он или нет, ясно, что человечество будет продолжать философствовать, хотя бы из-за одного только облагораживающего и расширяющего познание влияния философских размышлений на интеллект и глубоко запрятанный инстинкт любознательности, к которому они взывают». Не согласны были только те научные деятели, историки культуры и обозреватели человеческой природы, которых волновал вопрос «облагораживающего и расширяющего познание влияния философских размышлений на интеллект». Но в данной работе, как это часто случалось во время путешествия из прошлого в настоящее, несогласие может корениться во мнении, а вовсе не в знании.

Кто-то может разглядеть в этом беспрерывном потоке изменений теорий и убеждений безрадостную картину нестабильности и бесполезной борьбы. Их можно заверить, что наиболее стабильное состояние покоя – это смерть. Другие заметят, что каждое изменение замещает старое знание на новое, что вчера было истинно, больше таковым не является, и что должно наступить, возможно, будет отлично от всего, что существует сейчас. За исключением предположения о будущем, все остальное – исторический факт, и назовем мы это прогрессом или проклянем как регресс, мы не в силах исключить это из истории. Те же, кто принимает изменения, останутся довольны, а кто нет – опечалятся. Конечно, в изменениях нет такой уж трагедии, как пытаются представить нам те, кому они во вред и кто помешал бы им, если бы сумел. По крайней мере, это не стагнация. Если какая-то вечная истина из прошлого теперь становится ложной и невечной, будет только лучше, потому что устранятся сразу две ошибки. И если ни естествознание, ни математика не могут нигде найти конечность, то это философская истина. Пока еще ни одно из трех не было признано бесполезным. Кто возжелал стабильности в чем-либо, он должен ее искать где угодно, но только не здесь, если он, конечно, не нумеролог или математик-реалист. Остальные последуют за изменяющимся рисунком в калейдоскопе времени, поскольку каждый легкий поворот в ходе событий меняет цвета в новом и непредсказуемом сочетании, чуть замысловатее или красивее по сравнению с тем, что было ранее, или наоборот.

Что же сталось с математиком-реалистом, с которым мы начали данное путешествие в прошлое? Для него никаких значительных изменений не произошло. Все, что сегодня реально, практически осталось таким же, каким было в начале времен. Где-то и как-то числа и математические истины существуют, как они существовали раньше и как будут существовать всегда. Это не злое искажение верований реалиста. Только за первые четыре десятилетия XX века можно привести в пример сотни конфессий, уверенных в себе.

До сих пор слово имели только ученые мужи, давайте дадим возможность женщине

высказать авторитетное мнение и процитируем отрывки из содержательного обращения (1925) выдающейся англичанки, геометра Хильды Фоэб Хадсон (Hilda Phoebe Hudson):

«Для всех нас, христиан, вера в то, что Бог есть истина, все, что истинно, есть факт в пользу Бога, а математика – лишь раздел теологии…»

«Старик грек, французский ребенок, индус-самоучка, каждый находит для себя одну и ту же теорию геометрических конических фигур. Простейший, а потому наиболее научный способ описания этого состоит в признании, что они открыли, а не создали геометрию, которая существует сама по себе вечно, одна для всех, одинаковая для учителя и для обучаемого, одинаковая для человека и для Бога. Истина, единая для человека и для Бога, есть чистая математика, которая отличается от прикладной…»

«И что бы мы ни думали о небесах, трудно представить астрономию и ботанику неизменными, при этом сохранившими интерес или значимость… С другой стороны, также тяжело представить себе, что чистая математика не выжила. Законы мысли, и особенно чисел, останутся на прежнем, высоком уровне на небесах, не важно, место это или состояние ума, поскольку они не зависят от конкретной сферы существования, неотъемлемы от самого Сущего, законы Его разума принадлежат Богу и нам, прежде чем мы о них узнали. Таблица умножения заслуживает признания и на небесах…»

«Бог сияет сквозь свои труды так же ясно в логике, как и в сущности».

«Вся геометрия так пропитана славой Божьей, что никто не знает, где начать говорить о ней».

«Два основных направления математики, анализ и геометрия, соотносятся с некоей точностью в двух великих таинствах христианской веры: Троице и Инкарнации».

Глава 27
Возвращение учителя

Первые четыре десятилетия XX столетия запомнятся как начало революции в мире мысли, революции не менее основательной, чем сопутствующий политический и социальный переворот. Старые идеи, за которые по необходимости цеплялось рациональное мышление на протяжении столетий (пространство, время, числа, причинно-следственная связь), были изменены до неузнаваемости в течение десятилетий перед разразившейся Второй мировой войной. Традиционная универсальность математических «истин», так же как положенная необходимость в них, при тщательном рассмотрении исчезли или стали больше походить на один из многих аспектов человеческого знания. Мы проследили за этим изменением; теперь мы обратим внимание на все, что заменило их в науке XX века.

К середине 1930-х годов стало очевидно, что Пифагору с Платоном удалось выполнить свою договоренность о встрече в 1920 году. Довольно любопытно, но Кант тоже дал о себе знать, хотя ни тот ни другой из вернувшихся античных ученых не приглашал его участвовать в омоложении науки. Хотя математики уже давно отреклись от мудреца из Кенигсберга, он нашел неожиданный прием у некоторых из видных пифагорейцев того времени. Его «аподиктические истины» математики и его «синтетические априорные суждения», которые не существуют в области математики (что было к тому времени уже установлено) и которые часть современных логиков объявили не существующими нигде, внезапно материализовались в новых обличьях в физике.

Платона встречали почти так же, как Канта. Возвращение великого философа не стало новостью для

математиков-реалистов, коль скоро они пребывали в уверенности, что он никогда и не исчезал далеко. Но в целом компания ученых была несколько удивлена увидеть его снова. Они по ошибке вообразили, будто навсегда оставил их территорию ради своей же (впрочем, и их тоже) пользы еще в конце XVI столетия.

С самим Пифагором все обстояло много лучше. Он надеялся, но серьезно не ожидал найти математику столь же примитивной, такой, какой он ее оставил в VI веке до н. э. Не

случилось. Одного изумленного взгляда, брошенного мельком на мерцающее пространство математики XX века, оказалось достаточно, дабы убедиться, что даже его гибкие во всех отношениях числа нельзя растянуть настолько, чтобы охватить все увиденное. Будучи до некоторой степени человеком практического ума, несмотря на всю свою нумерологию, Учитель благоразумно решил забыть свои нумерологические безрассудства и посмотреть, нельзя ли что-либо сделать в области, принесшей ему первую большую известность. К своей неописуемой радости, он обнаружил, что несколько выдающихся математических физиков и теоретических астрономов продолжили с того места, где он остановился. Он немедленно присоединился к ним. Натуральные числа 1, 2, 3… и их «отношения» (рациональные числа) вскоре снова завоевали всеобщую благосклонность как универсальные факты физической вселенной.

Все, что он всегда хотел сделать сам, но так и не сумел воплотить в одиночку, теперь с легкостью удавалось, словно сквозь решето сочувствующих современных умов просыпались лишь его мысли, очищенные от всяких ненужных примесей. Достаточно долго и упорно размышляя о числах, только числах и ни о чем более, Учитель делал самые поразительные научные открытия без единого наблюдения, без единого опыта. Для того, кто оглашал все эти великолепные новые эпистемологические требования, это было несущественно. Он, Пифагор, знал, что ему, и только ему одному принадлежало упоение от создания их лишь чистым разумом и что он наконец распрощается со своими чувствами и навсегда отвяжется от колеса рождения.

Но даже в момент своего триумфа Учитель был печален. Он краснел при воспоминании о том, как перебирал струны арфы. Как можно было так недооценивать творческую мощь своего собственного разума? Конечно, теперь, спустя почти двадцать четыре столетия, когда уже слишком поздно хоть как-то повлиять на репутацию, он разобрался, что закон музыкальных интервалов есть не что иное, как эпистемологический трюизм, неизбежный результат применения метода, посредством которого рациональный ум передает содержание своего чувственного опыта. Почему он не заметил этого еще тогда, в Кротоне? Неужели он действительно был так глуп в том скандальном воплощении, когда пытался цивилизовать Милона и его жену? Вспыхнув от стыда, он внезапно понял, почему тот неуклюжий атлет и его ничем не примечательная маленькая жена так странно смотрели на него, когда застали за измерением длины вибрирующей части струны монохорда. На какой-то момент он представил их в своем простоватом невежестве принявших его за ненормального. Теперь, слишком поздно, спустя все те злополучные столетия, он понимал, что они промолчали из вежливости. Они не стали насмехаться над гостем, который выполнял всю эту ненужную работу, дабы обнаружить неизбежный результат простого рассуждения, который они-то знали интуитивно с младенческих времен, они лишь стояли, замерев, в дверном проеме, не произнося ни слова из опасения больно задеть чувства своего ненормального гостя. Как далеко зашло их гостеприимство! «Неудивительно, – простонал Учитель, – почему колесо погрузило меня во все безумие средневековой нумерологии. Я явно заслужил не меньше». И случилось то, что уже не раз случалось в истории развития естествознания, математики и философии: методы, идеи и представления, которые светила одного из направлений человеческого знания отставили в сторону, охотно подхватили видные представители другого. Такие возвраты к прошлому не обязательно подразумевают бесплодие или упадничество. Но беспристрастный наблюдатель задавался вопросом, знают ли новые сторонники древних кредо, сочтенных несостоятельными, хоть что-нибудь из прошлого, что вызывает у них прилив воодушевления. Возможно, это и к лучшему, что порой они ничего и не знают, – нет более эффективного средства, оказывающего парализующее действие, чем знание.

В частности, большая часть научной философии современных пифагорейцев, по всей видимости, проистекает из античного смешения чистой математики, которая является абстрактной логической системой, свободной от фактического содержания, и прикладной математики, которая частично предназначена для согласования с видимым и поддающимся

наблюдению фактом и которая в этом смысле является эмпирической наукой. Тавтологическая пустота чистой математики перешла, возможно подсознательно, к математически сформулированным гипотезам и «законам» естественных наук; и с этой фактической пустотой, иллюзией либо непреложной неотвратимости, либо надуманно априорного характера математических истин, переплавляется во «все законы природы, которые обычно классифицируются как фундаментальные».

Эта цитата – читатель, вероятно, узнал ее – взята у Эддингтона и приводится в самом начале книги. Мы теперь вернемся к нашей отправной точке и вспомним несколько исторических деталей, которые, возможно, частично лежат в основе поразительного заключения, что те самые фундаментальные законы природы «можно предсказать целиком путем эпистемологических рассуждений. Они соответствуют априорному знанию и поэтому полностью субъективны». Кант, как мы видели, придерживался подобного мнения относительно математических истин, особенно таковых из геометрии; а теологические логики Средневековья почти так же воспринимали логику и зачатки естественных наук Аристотеля. Мы видели также, что математики XIX и XX столетий отказались от подобных убеждений по вполне обоснованной причине, что им противоречит современное знание. Это, однако, не должно вызвать предвзятое отношение к научному пифагореизму. Компетентные эксперты все еще продолжают свои споры, и, скорее всего, споры эти продолжатся еще долгие годы. Давайте, перед тем как перейти к выводам, раз и навсегда остановимся на том, что, если современные пифагорейцы правы, это наименее ожидаемое и предельно недосягаемое научное достижение за все двадцать пять столетий.

Фалес, Пифагор и их преемники, видимо, в конечном счете ответственны за уверенность наших современников в возможности открыть все фундаментальные законы физики только силой мысли. Их элементарная геометрия вышла из обобщения или идеализации чувственного опыта и самого простого наблюдения мира вокруг себя. Потом, как мы видели, они обнаружили, что истины геометрии выводимы из нескольких постулатов, или, как их стали называть позднее, «общих понятий». Постулаты оказались необходимыми, не просто достаточными для последовательного понимания физической вселенной. Аналогично логика в процессе дедукции была неизбежной. Для метафизических наблюдателей естественно было делать вывод, что «законы мысли» и «конституция разума» делают все обращения к чувственному опыту не только лишними, но и вводящими в заблуждение.

Впечатленные триумфами геометров, философы воздвигают свои собственные постулаты (или иногда скрывают их) и переходят к рассуждениям о строении и основных законах вселенной, природе божественного и об отношении человеческой души к тому и другому. Простые постулаты снова казались необходимыми для их изобретателей или исследователей, и снова сопутствующее дедуктивное рассуждение оказалось столь же непреклонным, как судьба, если не самой судьбой.

Философы даже более, нежели математики, оказались убеждены в очевидной правильности их умозаключений, поскольку в целом нельзя было очевидно сопоставить дедукцию с наблюдением. В тщательно аргументированной абстрактной науке, порожденной математикой и философией, было бы вполне реально проверить некоторые выводы фактами. Но более влиятельные лидеры безоговорочно доверяли своим рассуждениям. Эта несомненная уверенность в чистом разуме как необходимом и достаточном орудии понимания и открытия перешла из греческой науки и философии в ортодоксальные научные методики средневековых европейцев.

Немалые услуги, которые классическое дедуктивное рассуждение оказало средневековому богословию, помогли этому методу получить ложный престиж в науке. «Все святые и мудрецы», распознавшие в банальных мелочах элементарной арифметики типичный образец вселенной, с готовностью обнаружили все тайны природы в духовной нумерологии Священного Писания. Поскольку материальный мир не представлял большой важности для ревностных мыслителей, обеспокоенных прежде всего спасением собственных

и других душ для нематериального загробного мира, наука была подчинена богословию в работах новых Учителей. Если наблюдение и опыт противоречили разуму, тем хуже для наблюдения и опыта. Логика и богословие объединились в подтверждении вердикта Пифагора, что число управляет вселенной.

Ближе к завершению этого золотого века абсолютной веры доктринеры и более просвещенные адепты превосходства и вседостаточности чистого разума нашли симпатичное подтверждение их верования в древних (и уже поэтому уважаемых) идеях платонистов. Очищенная от богословской незрелости, нумерология больше не подозревалась в нелепости, противоречащей образованному уму. В обработке Платона древняя магия чисел превратилась в самую сущность естествознания, как засвидетельствовано уважаемыми представителями науки. Потом, чуть ли не в один день, с появлением современного научного метода в конце XVI века, даже философская нумерология прекратила сковывать инициативных людей науки, и основательное изучение физической вселенной пошло намного быстрее, чем в любые предыдущие эпохи.

Намеки на то, что античная нумерология лишь временно находилась в состоянии бездействия, появились к концу XVIII столетия в торжественном заявлении Лапласа. Этот величайший ученик Ньютона в области математической астрономии не был ни эмпириком, ни в малейшей степени критическим математиком. На самом деле, если бы изредка говорить правду о великих покойниках не считалось биографическим богохульством, можно было бы откровенно сказать, что вне собственной конкретной области Лаплас – человек и математик – был наивен, как ребенок. Нет, не возмутительно интеллектуально наивен. Этот великий математический астроном обставлял свою частную жизнь с практичным цинизмом французского крестьянина. Порой он настолько умно и ловко декорировал и приспосабливал свои убеждения к политическим веяниям момента, что самому нечем уже было прикрыть реальные убеждения, если таковые имелись. Частично этот практический оппортунизм, возможно, продиктовал его публичные высказывания по вопросам «возвышенной науки», на роль преданного и бескорыстного слуги которой он претендовал. «Истина, – заявлял он беспечно, – мой единственный Учитель». Вполне допустимо, что он, скорее всего, искал возможности произвести впечатление на публику, далекую от математики, важностью своих личных исследований, когда заявлял, что его уравнения содержат всю прошлую историю существования и непреклонно диктуют будущее «мира», то есть Солнечной системы. Поскольку закон тяготения Ньютона был объявлен всемирным, или универсальным, из этого следовало, что вся вселенная являлась механически определенным целым, управляемым исключительно непреложной математикой XVIII столетия. Пространство было Евклида; гравитация всюду и всегда Ньютона; логика по большей части Аристотеля; математика же стояла на пороге самого творческого периода за всю историю. Лаплас был помолвлен.

Не все выдающиеся математики XVIII столетия были настолько довольны собой и своими работами, как Лаплас. В величайшем из них, Лагранже, убедительные достижения сочетались с умеренным скептицизмом. Как следствие ему не принадлежат никакие громкие декларации о судьбе вселенной. Когда его пытались раззадорить и спровоцировать объявить себя пророком, Лагранж обескураживал приставучих простым заявлением «Я не знаю». Лаплас был более известен тем, что не завоевывал общественное мнение и предоставлял другим свергать себя с пьедестала, если у тех на то хватит сил. У некоторых хватало.

Один из тех, кто пошатнул его понтификат, сэр Джордж Биддель Эйри (1801–1892), заслуживает бессмертия за свое глубокое наблюдение, что вселенная является вычислительным устройством на вечном двигателе, чьи шестерни и маховики представляют собой бесконечную систему саморешаемых дифференциальных уравнений. Каждый атом во вселенной существует исключительно потому, что уравнения вселенной обеспечивают его существование. Взамен этого неопределенного дара существования атом в своем блуждающем движении уничтожает уравнения, удостоверяющие его существование. Романтичная математика космоса Эйри была версией XIX века древнего мифа математического постоянства, замаскированного под чувственный опыт как хаотический

поток. Пифагор стоял на пороге возвращения.

Именно физика наконец сделала пифагореизм приемлемым для конкретного типа современного научного мнения. Чтобы увидеть, как это случилось, мы должны кратко рассмотреть некоторые из наиболее захватывающих предсказаний физики и астрономии XIX и XX веков. Существуют три вида предсказания математической физики и астрономии.

Первые относятся к известному явлению и предсказывают, каково будет его численное измерение при некоторых предписанных условиях. То есть предсказание количественно в отношении чего-то уже известного качественного.

Многие из опытов на любом хорошем лабораторном оборудовании в кабинете физики средней школы разработаны, чтобы скрыть этот тип предсказания от учащихся. Новичок знает, например, что свет отражается от простого плоского зеркала и от него требуется проверить «закон», что угол падения равен углу отражения. Если бы он был знаком с математической теорией света, он обошелся бы без лабораторного опыта, но тогда в нем не было бы ничего от экспериментального физика. Этот первый тип предсказания определяет «меру» (число) качественного явления.

Во втором и более редком виде предсказания явления, до настоящего времени ненаблюдаемые, исходят из математической формулировки теории. Предсказание в этом случае качественно, и ни теория, ни соответствующая математика недостаточно развиты, чтобы предвидеть меру нового явления. Волновая теория света, например, на более ранних стадиях могла предположить некоторые из наблюдаемых фактов, связанных с поляризованным светом, но не смогла снабдить их последующим количественным счетом.

Третий и редчайший тип предсказания объединяет в себе первые два. Что-то качественно новое предсказано, и одновременно дана количественная оценка ненаблюдаемого явления. Когда такие допущения проверены в лаборатории, они кажутся почти столь же удивительными и чудесными, как успешные усилия древних пророков. В подобных случаях чистый разум, видимо, показывает современному пифагорейцу такие факты относительно физической вселенной, в открытии которых чувственный опыт не имел к этому никакого отношения. В этом и заключена основная суть спора.

Действительно ли даже самые загадочные из предсказаний третьего вида были полностью независимы от предыдущего опыта, полученного чувствами в мире чувств? Тут мнения разделяются.

Пифагорейцы утверждают, что предсказания независимы от чувственного опыта: разум, создавая их, просто получает обратно от гипотетической внешней вселенной то, что сам разум и поместил в эту воображаемую вселенную, пребывая в заблуждении, что наблюдает нечто независимое от себя. Другая сторона подозревает, что без некоторых, полученных из наблюдений пусть и весьма тривиальных, на которых базируется математическая (или эпистемологическая) теория для любого диапазона, явлений эта теория была бы обязательно поверхностна без наблюдаемого и фактического содержания. На что пифагорейцы отвечают, что ученый-экспериментатор, обладающий якобы эмпирическим знанием фактов, знает не больше о «реальном мире», чем котенок, гоняющийся за своим хвостом. «Вы можете забрать только то, что вы ранее положили, – повторяют они, – не больше и не меньше. Так почему же столько шумихи вокруг того, что вы в состоянии обнаружить вашими чувствами больше, чем сумели бы отыскать в ходе своих собственных рассуждений?»

Почему, действительно, если мы помним несколько триумфов очевидно чистого разума? Позвольте нам вспоминать только пять, три из которых уже были описаны. Эти предсказания третьего типа были отобраны из многих, поскольку они предлагают последовательность возрастания неожидаемости. Они расположены по возрастающей удивительности в их исторической последовательности.

Первым приведем предсказание (1832) Гамильтона, вскоре подтвержденное лабораторным путем, конической рефракции. Долгое время было известно, что некоторые кристаллы дают двойное лучепреломление: луч света, проходя через кристалл, расщепляется

и, как правило, появляется два луча. Гамильтон предсказал, что при определенных исключительных условиях, которые он задал, случайный луч должен появиться как конус лучей – не просто как двойное преломление, но как некая бесконечность. Его теория систем лучей и геометрии волновой поверхности в среде, дающей двойное преломление, привела его к этому заключению и позволила ему вычислить угол конуса на стадии возникновения.

Следующее (1846) предсказание существования планеты Нептун, возможно качественно и не столь же новаторское, сколь открытие Гамильтона, было столь же замечательно количественно. Этот успех Д.К Адамса и У. Леверье обсуждался в предыдущих главах.

Третье предсказание имело совсем иной порядок. Чтобы оценить его специфическое значение для революции XX века в физике, мы должны вспомнить, что вторая его половина XIX столетия была великой эрой механических моделей физической вселенной. Свет, например, представлялся как трансверсальная вибрация эластичной среды (эфир), заполняющей все пространство, хотя ни единый опыт не завершился успешно обнаружением какого-либо свидетельства существования этой гипотетической среды вне субъективной реальности. По мере того как одна за другой части этой модели рушились под воздействием нового знания, изобретательные механики чинили повреждение, заменяли детали, и агрегат обновленной версии вселенной начинал скрипеть дальше. Каждая переделка была немного сложнее и надуманнее, чем предыдущая. Никто и не думал о простом пересмотре неуправляемой путаницы глубокомысленной математики и наскоро состряпанных гипотез. Скорее всего, даже сам Максвелл не задумывался над этим, когда спокойно игнорировал данный вопрос в своих уравнениях электромагнитного поля (1861, 1864). Уравнения не только описывали широкий диапазон известных явлений; они также предсказали существование радиоволн. Новый уровень значимости, не полностью оцененный в то время, состоял в полнейшем отсутствии научной мифологии для обоснования уравнения. Строгое математическое описание функционировало; зачем было изобретать механическую модель, чтобы объяснить явление? Несколько академических попыток пристроить теорию Максвелла к механической физике того времени потерпели неудачу. Не добавляя ничего к описательным или предсказательным возможностям чистых уравнений, все эти академические попытки разрушить простоту (включая одну попытку самого Максвелла) были скоро забыты. Скептики, которые чувствовали себя комфортно с теорией только тогда, когда она была тесно увязана и ограничена ньютоновской механикой, подозревали плодовитые уравнения Максвелла в некоторой скрытой ошибочности.

Двум поколениям предстояло смениться прежде, чем революционное отступление Максвелла от привычного было признано ознаменованием наступления новой эры. В 1925 году, застав научный мир врасплох, современная квантовая теория преднамеренно отказалась от всех моделей (кроме математической) физической вселенной. Если возможно практически применимое математическое описание некоторой части физики, этого уже достаточно. Как первым настаивал Эйнштейн, измышление сложнейших «ненаблюдаемых», чтобы сосчитать «наблюдаемых» природы, – пустая трата ума и таланта. Все прекрасно формулируется в уравнениях, и они единственные объекты вычисления и измерения. Если кинуть взгляд в прошлое, это игнорирование недосягаемой «абсолютной реальности», столь революционное на момент его провозглашения молодыми пророками, со всем пылом юности желавшими крестовым походом спасти мир для здравомыслия, сейчас воспринимается не чем иным, как давно запоздалой данью здравому смыслу.

Тихое восстание Максвелла также предвещало возвращение Пифагора. Вероятно, никто в 1860-х годах не мог предсказать, что, отвернувшись от одной научной мифологии, физика столкнулась лицом к лицу с другой. Уравнения, которые Максвелл вывел после долгого размышления и скрупулезного изучения экспериментальных исследований Фарадея по электричеству и магнетизму, выводятся простым индуктивным методом из опыта. Индуктивное умозаключение здесь отрицательно. То, что обнаружил Фарадей, теперь знакомо каждому новичку в физике. После многочисленных неудачных попыток создать

электрическое поле внутри полого проводника, заряжая внешнюю поверхность проводника, был выдвинут постулат, абстрагированный от опыта, что никакой заряженный полый проводник не может заключать в себе электрическое поле.

Этого постулата достаточно для выведения уравнений Максвелла. Исходя из этого постулата и определенных знаний математики, можно среди многих других явлений предсказать существование электромагнитных волн.

Достаточно искушенные умы способны увидеть в постулате неотъемлемую часть метода, посредством которого разум должен соотнести свое чувственное восприятие «пространства» (в данном случае пустота внутри замкнутой поверхности) с «реальной геометрией» вселенной. Но в настоящее время обычный научный ум расценивает постулат как идеализацию чувственного опыта и полагает, что на него наткнулись как раз в тот момент, когда первые геометры пришли к своим идеальным прямым линиям: путем абстракции от опыта. Однако в отличие от платоновских геометров ортодоксальный физик не воспринимает электрический постулат как тень Вечной идеи. И не приписывает его созданию человеческого разума, как последователи Канта и некоторые современные пифагорейцы.

Четвертый и пятый примеры качественных и количественных научных предсказаний уже были упомянуты, но их стоит упомянуть здесь, поскольку один ускорил возвращение Пифагора, а другой вынудил его задержаться на неопределенное время.

Релятивистская теория гравитационного поля (1915–1916) предсказала (среди многого другого), что линии в спектре света, испускаемого от массивной звезды (например, Солнца), должны быть перемещены к красному концу спектра на расчетное число, в то время как соответствующие линии в спектре света, произведенного в физической лаборатории, не показывают подобного изменения. Предсказание было подтверждено наблюдаемым фактом.

Аналогично для предсказания (1927) ортоводорода и параводорода в соответствии с современной квантовой теорией. Хотя и достаточно сложная, квантовая теория предлагает один из самых простых и наиболее вероятных доказательств, что законы природы могут быть выведены полностью эпистемологическими рассуждениями. Ведь зависимость квантовой теории от эмпирической очевидности ее основных постулатов, несомненно, настолько мала и фактически настолько неуловима, что любой, кто желает не придавать ей значения, может сделать это, никак серьезно не потревожа свою научную совесть.

Факты в этом вопросе похожи на те, что были в случае рождения постулата о электрически заряженном полом проводнике. Один из постулатов в квантовой теории утверждает, что невозможно одновременно измерить точно и импульс, и координаты перемещающейся частицы. Если одно измерение сделано точно, другое обязательно становится соответственно сомнительным или неточным. Они любопытно связаны числовой формулой (еще один постулат), которую нет смысла приводить здесь. Этот «принцип неопределенности» является результатом многочисленных неудач при выполнении или представлении опыта, в котором и импульс, и координаты пытались измерить одновременно.

Нумерология Канта – Пифагора включает эту неспособность вообразить желательный опыт в своих постулатах относительно природы человеческого сознания. Для них это потребность в способе, которым разум должен передать содержание чувственного опыта. Другие классифицируют это как индукцию (умозаключение) от эмпирической очевидности, равную всем научным индукциям. Они отрицают, что чрезвычайно абстрактные общие принципы современной физики не загрязнены наблюдением и опытом, но допускают (как и все остальные), что выводы (дедукция) путем математических рассуждений из этих самых утонченных абстрактных принципов множественны, чаще не соответствуют наблюдениям, а иногда и потрясающе неожиданны. Им также трудно поверить, что возможно получить нечто из ничего, средствами математики или любыми другими средствами, доступными человечеству. С этим пифагорейцы соглашаются, добавляя, что взять следует лишь столько, сколько вложено… разумом.

Без математических формальностей нельзя показать пределы и действенность таких

простых постулатов современной физики, как, например: «Если система тел (скажем, скопления звезд) перемещается с постоянной скоростью в некотором направлении, невозможно обнаружить движение наблюдениями, выполненными полностью в пределах самой системы (и поэтому независимо от внешних тел)». Это – один из постулатов специальной теории относительности (частной теории относительности). Знакомая иллюстрация – идеальный железнодорожный вагон, перемещающийся с неизменяющейся скоростью по прямому пути. Если все шторки закрыты, пассажиры не в состоянии определить, находится ли вагон в покое или в движении. Но стоит применить торможение или рельсы уйдут в сторону – ответ будет получен немедленно.

Прокручивая в уме этот релятивистский постулат снова и снова, мы легко убедим себя, что это трюизм (банальность), возможно необходимое логическое последствие простых значений ключевых слов «направление» и «постоянная скорость». Поверив этому, мы увидим, что постулат – более или менее вопрос грамматики и синтаксиса или, если кому-то больше нравится, семантики. О чем это говорит? На самом деле это ничего не говорит о мире чувственного опыта, кроме, возможно, утверждения, согласно которому «его невозможно обнаружить». Последнее подразумевает наблюдателя или «обнаруживателя», который, как предполагается, пытается что-то сделать. Игнорируя «наблюдателя» (ему придется проводить наблюдения до скончания века, чтобы установить «невозможность»), сделаем следующий очевидный шаг и идентифицируем правильный синтаксис с правильным рассуждением. Тогда становится ясно (возможно, обманчиво), что постулат являлся потребностью разума; строение нашего разума таково, что не представляется никакой альтернативы. Поэтому можно справедливо полагать, будто мы обнаружили один из «эпистемологических принципов» физики.

Продолжая подобным образом постигать все признанные фундаментальными законы физики, мы обнаружим, что еще несколько из них легко представить (в интересах экономии мысли) как потребность для любого последовательного рассуждения относительно «внешнего мира». Но если оглянуться на историю физики со времен Галилея и Ньютона, то можно вспомнить, что все чрезвычайно значимые законы были выведены только после десятилетий кропотливого наблюдения и утомительных опытов. Теперь, когда вся тяжелая работа успешно осталась позади, мы признаем, словами пифагорейцев, ее полную ненужность. Если бы наши предшественники достаточно занимались самоанализом и вникали в суть, они упрятали бы подальше и все эти наблюдения, и все эти опыты. Правда (не эпистемологический трюизм), состоящая в том, что некоторые греческие ученые и философы, да и немало средневековых логиков именно этим и занимались и открывали немногим меньше тех, кто подтверждал все чувственным опытом, стоит особняком. Возможно, современники будут более успешны, если только не постфактум.

Даже если эпистемологическому методу в науке не суждено найти ничего нового, это, по крайней мере, покажет, что кое-что из старого более очевидно, нежели предполагалось. Любое сокращение лишних гипотез можно считать удачей. Но похоже, слишком оптимистично ожидать, как больше чем полдюжины ведущих ученых за каких-то тысячу лет достаточно усовершенствуют самосозерцательную технику, чтобы делать новые научные открытия. В конце концов всеобщая теория относительности (без сопровождающего математического аппарата) могла бы быть высказана еще Пифагором. И все же Платон просмотрел ее, и Аристотель, и Ньютон, и Максвелл, и сотни других, кто мог, но не сумел.

Окончательная цель современных пифагорейцев по существу та же, какую преследовали их древние предшественники. Они стремятся обнаружить систему вполне математических утверждений, подводящих итог всего узнаваемого о физической вселенной, и способную к предсказанию всех физических событий. В данном случае термин «физический» используется, чтобы исключить все живое. Чем меньшее количество утверждений потребуется, тем лучше; одно – это идеал. Весь «внешний мир» будет тогда навсегда уменьшен до одной великой математической формулы. Это объединяет мечту Пифагора и амбиции Лапласа. И ничего больше не надо будет ни открывать, ни выдумывать.

Но имеется различие, которое Кант оценил бы: комплексная формула должна быть найденной в самом разуме. Все законы неодушевленного мира будут тогда очевидны интуитивно без обращения к чувствам. Не зря же жил Платон.

Предвкушение, каким может быть результат, появилось у Эддингтона в 1936 году, в его впечатляющей и наводящей на размышления «Теории относительности протонов и электронов». Поскольку доказательство (329 страниц) техническое, мы можем представлять только несколько заключений, выбрав интересные с точки зрения формирования независимого мнения о самой работе. Начиная с 1936 года появились существенные модификации теории, но ни одной, имеющей целью уничтожить характерные особенности. Новые открытия легко добавлять там, где необходимо квалифицированное дополнение.

Эддингтон обращает внимание, что имеются некоторые признанные «мировые константы» для описания природы, семь из которых обычно считаются фундаментальными для физики и космологии. Три: масса протона, масса электрона и заряд электрона – пожертвованы атомной физикой; одна – постоянная Планка – квантовой теорией; и еще три: скорость света, «гравитационная постоянная» и «космическая постоянная» – релятивистской физикой и космологией. Математические выражения этих семи констант содержат буквы, обозначающие произвольные единицы «длины», «времени» и «массы». Элементарной алгеброй эти произвольные три легко исключены. Семь констант, таким образом, производят простые, и только «четыре» из чистых чисел, напоминающих нам о Пифагоре и Эмпедокле. Одно из этих четырех – большое число N, которое декларировано как «число частиц во вселенной». Другое, очень известное, является главным числом 137, основа «тонкоструктурной постоянной» спектроскопии. Мы возвратимся к 137 через мгновение. Еще одно число – отношение массы протона к массе электрона, это – рациональное число. Протон и электрон – элементарные частицы, из которых, как полагают, состоят атомы. Оставшееся чистое число, предоставленное фундаментальными константами природы, столь же интересно, но уже скорее технически.

Огромное число N частиц во вселенной, конечно, еще не было проверено наблюдением. Другие три чистых числа довольно малы, и все известны. Таким образом, проверка наблюдением для трех из четырех мировых констант выполнима. Проверка – это хорошо, даже лучше чем хорошо. Эддингтон отмечает, что «все четыре константы получены вполне теоретическим вычислением». Далее он замечает, что число (четыре) из измерений пространство-время (строение физической вселенной, согласно теории относительности) может рассматриваться как пятая фундаментальная мировая константа. Даже это число (утверждает он) найдено, чтобы быть однозначно детерминировано, исходя из эпистемологического принципа, что мы можем только наблюдать отношения между двумя объектами, – принцип, который почти каждый из нас мог бы признать потребностью рациональной мысли или значимого языка.

Указав на замечательное соответствие между собственными эпистемологическими выводами и результатами, предварительно известными из наблюдения и опыта, Эддингтон отмечает, что, «если бы все пошло иначе, это привело бы к замешательству, но теория не опирается на проводимые наблюдения». Далее, если теория права, «станет возможно судить, правильны ли математическая обработка и решения, не ожидая найти ответ в книге природы. Моя задача состоит в том, чтобы показать, что для вычисления точного значения констант наши теоретические ресурсы достаточны и наши методы вполне результативны, и наблюдение тогда станет лишь разновидностью формальной проверки, которую мы применяем иногда к теоремам в геометрии».

Из отдельных деталей эпистемологической теории судьба 137, возможно, наиболее интересна. Эта тонкоструктурная константа была предметом многих экспериментальных определений (как прямых, так косвенных) прежде, чем Эддингтон взялся получить ее из эпистемологических рассуждений. Он получил результат 137 в качестве числового значения этой константы, но знаменательно разнящийся с результатами, полученными экспериментально. Несоответствие между теорией и наблюдением было слишком малым,

чтобы счесть это более чем случайным совпадением. Кто-то из компетентных экспериментаторов повторил свою работу с дотошной тщательностью, кто-то изобрел и применил новые методы проверки 137. Пока теория не предсказала, что константа должна быть целым числом, и заявила 137 как целое число, никто и не подозревал, что константа могла быть целым числом. Пифагор подсказал бы экспериментаторам, что их результаты ограничатся целым числом, когда они научатся точным измерениям. Так и случилось. К 1942 году было общепризнано, что число 137 верно.

Выстоит ли эпистемологическая теория в той или иной форме, останется ли она неизменной, или претерпит изменения, или сдаст окончательно свои позиции, число 137 всегда будет делать ей честь. Теория освобождается от своих научных обязательств, когда она провоцирует новую экспериментальную работу большой научной ценности по любому признанному стандарту. То, что предсказание было выверено, могло оказаться лишь удачным совпадением. Но раз уж тому суждено случиться, это не умаляет положительное достижение. И не в первый раз в истории науки, когда ошибка одного человека стоила больше, чем правота другого.

Когда новый пифагореизм впервые появился в 1920 году, он игнорировался всеми (кроме нескольких физиков) как безобидная мистика, не представляющая никакого значения для науки. К 1937 году пифагореизм собрал уже столько последователей среди тех, кто уже был отмечен за свои успешные научные достижения, что их нельзя было уже игнорировать. Пришло время достоверно убедиться, какова она, эта «эпистемология», предназначенная для традиций Галилея и Ньютона. Представители и старого и нового согласились на дебаты, чтобы научная публика узнала, за что выступает каждая сторона, и получила возможность сформировать собственное мнение. Все участники были признанными учеными и имели право ссылаться на свой авторитет. В качестве прощальной дани уважения к Учителю мы предлагаем несколько из наиболее интересных мнений.

Дебаты открыл астроном-теоретик Эдуард Артур Милн, автор знаменитого «Космологического принципа», который он предложил в качестве замены теории относительности Эйнштейна. Согласно Милну, «получить законы динамики можно рационально… не прибегая к опытам». Как мы помним, эти законы составляют основу физики, согласно Галилею и Ньютону, которые вывели их индуктивным методом из опытов.

Выдающийся астрофизик и философ физики Герберт Дингл возглавлял противоположную сторону. «Для аристотелианцев [ошибка, для платоновых пифагорейцев] человеческий ум имел сверхчувствительное знание принципов, которым повиновалась природа, или, как альтернативный вариант, разум был способен отдельно от органов чувств диктовать течение опыта; для Галилея природа была независима, и ум мог лишь наблюдать и пробовать описать в общих выражениях процессы, в ней происходящие, кроме того, разуму было дано стремиться коррелировать результаты чувственного отражения в логическую систему». В отличие от них новый пифагореизм возвеличивает «космолатрию – культ, в котором «Вселенная» – это божество [которое] выше наблюдения и не может быть получено только из наблюдения; она господствует там, где бессилен опыт. Эта космолатрия, как стоило ожидать, выведена метафизикой из математики… Таким образом, мы встречаем среди широкой публики смутную веру, что физика есть учение о Вселенной, а в научном мире массовые публикации бесхребетной риторики, нелогичность которой затенена дымовой завесой математических символов».

Язык участников дебатов должен был неизбежно стать даже еще проще. Время от времени снисходительная ремарка, какую и сам Пифагор мог бы вставить, возвращала спор на безличный уровень, общепринятый в современных научных дискуссиях. Следует процитировать одну такую реплику Поля Адриена Дирака, одного из создателей новейшей квантовой теории, как образчик того, что эпистемологически достижимо. Число 1039 – это единица с 39 нулями. «Мы можем принять за общий принцип, – утверждал Дирак, – что все большие числа порядка 1039, такие как 2 × 1039, 3 × 1039…, обращаясь к общей физической теории, не говоря уж о простых числовых коэффициентах, равны t, t × t…, где t есть

современная эпоха, выраженная в атомных единицах. Простые числовые коэффициенты, встречающиеся здесь, должны быть детерминированы теоретически, когда мы имеем всестороннюю теорию космологии и атомарности. Таким образом, мы избегаем потребности в теории для детерминирования чисел порядка 1039».

Возможно, именно этот таинственный намек на появление новой теории, способной заменить и физику и нумерологию, вызвал самые острые возражения за все время и без того оживленных дебатов. Не давая заманить себя в туманное будущее приманкой несуществующей, но «всесторонней теории космологии и атомарности», Дингл напомнил участникам основную тему дискуссии. «Но сейчас мы пытаемся ответить на вопрос, – напомнил он своим оппонентам, – что должно стать основой научных знаний: наблюдение или изобретение. Ньютон не страдал недостатком воображения, но он предпочел изучать гальку, а не следовать за гадаринскими свиньями, даже если океан пред ним и был истиной. Милн же, как и Дирак, напротив, с головой погружается в океан «принципов» собственного творения и либо совсем игнорирует гальку, или относится к ней как к помехе. Вместо того чтобы выводить принципы из явлений, нам преподносят псевдонауку бесхребетной косМИФологии и приглашают совершить самоубийство, чтобы избежать необходимости смерти. О, что за гордые умы сражены, надежда и цвет державы, которая еще недавно была так радостна, но в которой сейчас столько гнили, что самый совет по выборам [в Королевское Лондонское научное общество] должен был бы разорвать свою хартию и думать, что он делает это ради пользы науки».

На случай, если аллюзии в этом несколько агрессивном обвинении пифагорейцев ускользнули от понимания, вернемся к ним. Океан и галька, к которым отсылает слушателей Дингл, – это все из ньютоновского рассуждения в конце жизни, когда он оценивал себя: «Я не знаю, какое впечатление я произвожу; но самому себе я кажусь похожим на маленького мальчика, играющего на берегу. Я изредка забавляюсь тем, что нахожу особенно гладкую гальку или особенно красивую ракушку, тогда как великий океан непознанной истины простирается передо мной». Гадаринские свиньи, согласно святому Марку, «неистово бежали вниз по крутому склону в море и утонули там», после того как «все бесы», которых Иисус предварительно изгнал из бесновавшегося, получили от него разрешение «переселиться в свиней». Но шекспировский клинок разит больнее. Эффект был бы сильнее, если бы Дингл включил еще одну строфу. Физик-эпистемолог – это сумасшедший Гамлет, который только что объяснил Офелии (предположительно, экспериментальной науке): «У нас не будет больше свадеб… К монашкам, в монастырь ступай!» На это смущенная и расстроенная Офелия отвечает: «О, что за гордый ум сражен! <…> Цвет и надежда радостной державы…» Или это Милн и/или Эддингтон, который перестал быть «самым наблюдательным из всех наблюдателей» («the observed of all observers»), и есть Гамлет? «В которой сейчас столько гнили» конечно же попало в физику из «Гамлета» через «Датское королевство», родину Нильса Бора, одного из самых бесстрашных новаторов в теоретической физике XX века. Хотя не совсем понятно, кто есть кто и что есть что в обвинении Дингла, но любой ценитель должен восхититься этим небольшим шедевром высокохудожественного проклятия. И не только потому, что это «послание галатианцам» с «двадцатью девятью особыми проклятиями» спрессовало в столь малом объеме столько негодования. То, что человек науки может вкладывать столько души в чисто научный вопрос, является хорошим знамением для будущего науки. Физика не умрет от чрезмерной вежливости, пока ее почитатели волнуются о ней и выражают себя так же экспрессивно, как они обсуждают ошибки своих партнеров по бриджу.

Игнорируя «свиные» выпады в свой адрес, Милн опять спокойно отстаивал свою позицию. Рассказывая о своей теории, заменяющей теорию относительности, он утверждал, что «удивительно, но исключение дополнительных эмпирических обращений вполне выполнимо, как бы несовершенна ни оказывалась теория в своем нынешнем состоянии. Никто не был больше удивлен этому, [чем я сам]. Это – не априорная вера, над которой насмехаются; это полученный из опыта факт, с которым нужно считаться, что, когда мы

таким образом устраняем подобные эмпирические обращения, выявляются закономерности (как логическое следствие [моей] гипотезы), которые выполняют роль тех самых законов природы, которые продолжают наблюдаться и соблюдаться. Эти закономерности имеют логический статус теорем, а итоговая логическая структура имеет статус (или получит таковой, если окажется безукоризненной) абстрактной геометрии, основанной на аксиомах».

Внимательный слушатель мог бы расслышать легкие приглушенные аплодисменты по крайней мере двоих экспертов в аудитории, которых никто официально не приглашал, но которые сами вызвались оценить полемику сторон. «Я всегда говорил им это», – прошептал Платон, одновременно с Кантом, произносившим ту же фразу. Из уважения к их общему ученику они прекратили шептаться, поскольку Милн продолжил анализировать проблему «происхождения законов природы».

«Эмпирическая физика, – заявил Милн, – не в силах взяться за эту проблему». Проблема появляется с «убеждения, что вселенная рациональна». Следовательно, это современное эхо мечты Пифагора. Милн объяснял свое понимание реального решения проблемы. «Под этим я под разумеваю, что, получив простую формулировку в ответ на вопрос «Что такое?», можно путем умозаключений легко вывести законы, удовлетворяющие условию. <…> Мы можем проверить это убеждение только путем отрицания, исследуя возможность выведения из некоторого принятого описания, каков характер законов, которым подчиняется «Что такое?», избегая, насколько возможно, всех обращений к опытным путем установленным законам. Законы природы были бы тогда не более случайны, чем геометрические теоремы. Создание Бога оказалось бы подчинено законам, которые не находятся в распоряжении Бога. Законы стали бы отражением мирового порядка». Несомненно, мы уже частично слышали это от последователей Аристотеля, логиков Средневековья.

Как и ожидалось, гадаринцы Дингла отказались «тонуть в море» без сопротивления. Конечно, некоторые из них отважно боролись и благополучно достигли суши. После любезного признания «занимательного выступления Дингла» Эддингтон «немного убавил риторику», перед тем как попытался совсем отказаться от нее. Эддингтон – физик, и в его ответе речь идет о Галилее и его взглядах, но никак не о галилеянах, жителях Галилеи, как в тех первоисточниках, из которых Дингл почерп нул свое нелестное сравнение. «Моя точка зрения, – объяснил Эддингтон, – представляет определенный контраст представлениям Галилея; и я чувствую большое удовлетворение оттого, что потряс несгибаемых последователей [Дингла] школы Галилея <…> После довольно обширного ряда исследований я обнаружил, что большая часть современной физики выводима априорным доказательством и потому не составляет знание реально существующей вселенной».

Ропот одобрения, который раздался на этой словесной дани «априорному», шел от Канта. Это прошло незамеченным, поскольку Эддингтон перешел к N – внушительному числу 2.136 × 2256, которое он вывел в 1937 году на основе своих эпистемологических принципов в качестве общего количества частиц во вселенной. «Когда квантовый физик выражает числом количество частиц в системе, не важно, малое или большое, он дает число, на которое рассчитывает квантовая арифметика. Мировая константа N – число квантовой арифметики; она не могла бы иметь никакого другого значения, поскольку арифметика Пифагора не участвует в этом заезде. <…> Мы обнаруживаем, что в соответствующей [квантовой] арифметике целые числа начинаются только от 1 до 2.136 × 2256. Таким образом, мы можем получить число «всех частиц, которые существуют» из нашего априорного знания арифметики, которая используется для их подсчета. С философской точки зрения мы развенчали N».

Пифагор мог бы ответить, что, хотя его арифметика (или нумерология) и «не участвует в забеге», по существу, именно он с постоянством легко выигрывает в любом состязании с соперниками, не важно, чемпионами или неудачниками, как только что продемонстрировал выдающийся ниспровергатель.

Чрезмерно самоуверенный тон ведущих пифагорейцев не проходил незамеченным

даже для сочувствующих им, и кое-кто попытался слегка умерить их пыл. Так, способный коадъютор Эддингтона, релятивист Уильям Хантер Маккри, возможно почувствовав нарастающую напряженность дискуссии, спросил: «Тогда получается, что мы можем вообще обойтись без всяких других гипотез, то есть что все остальные гипотезы будут появляться в соответствии с соглашениями мысли или выражения мысли? Теорию Эддингтона… назовем ее так, фактически можно расценить как усилие, предпринятое в этом направлении. Боюсь, однако, что я, возможно, безрассудно вторгся в сферу, куда и ангелы боятся ступить».

Менее робкие новые участники рвались участвовать в полемике, и ветераны стали выступать по второму разу. Из тех, кто еще не выступал, биолог-марксист Джон Бердон Сандерсон Холдейн внес одну из наиболее интересных тем на обсуждение, вероятно, потому, что он видел пифагореизм с выигрышной позиции, недоступной физикам. Будучи квалифицированным специалистом в области математической генетики и столкнувшись с пределами использования математического умозаключения в биологических науках, Холдейн более объективно судил об использовании математики в науке, чем те, у кого отсутствовал подобный опыт. Биолог отверг эпистемологическую физику и астрономию, заметив, что гипотеза Милна «показалась бы фантастической Аристотелю, Птолемею и святому Фоме».

За Холдейном выступил Гарольд Джеффрис, известный своей работой по научным умозаключениям, который предложил сдержанный диагноз современного пифагореизма в целом. «Я полагаю, – отважился заявить он, – что источник всех бед состоит в убеждении, что у математики имеется некоторое особое преимущество. Вместо того чтобы быть оцененной такой, какова она есть, а именно инструментом для суждений слишком сложных, чтобы быть переданными без нее, математика окружена эмоциями до такой степени, что многие думают, будто ничто, кроме математики, не имеет никакого смысла; тогда как, по мнению некоторых из лучших чистых математиков, характерной особенностью математики является то, что она сама по себе имеет смысл…Ее назначение – соединить постулаты с наблюдением». Но, как мы видели, другие «лучшие чистые математики» по-прежнему верят, что «математическая реальность лежит вне нас».

Диагноз Джеффриса был детализирован Луи Наполеоном Георгом Файлоном, математиком и физиком более старой традиции: «Настоящим бедствием оказывается тот факт, что вместо того, чтобы начинать с наблюдательных фактов и затем постепенно выстраивать методом индукции частные законы, которые либо окажутся, либо не окажутся в дальнейшем связаны между собой, некоторые представители науки, вероятно, думают, будто они в состоянии объяснить все глобальные вопросы природы с помощью некоторой комплексной математической интуиции. На самом деле они не природу изучают, а исследуют возможности человеческого сознания». И затем живительный ироничный штрих: «Я, кажется, припоминаю фразу, которую лицемерно произносили по поводу гипотез, «раздробленных в тиши уединенных кабинетов». Судя по той научной литературе, которая публикуется в наши дни, что-то, видимо, случилось с нашими дробильными машинами».

Профессиональному астроному, Ральфу Аллену Сэмпсону, оставалось только напомнить пифагорейцам, что логика (их или таковая кого-либо еще) малозначима для реального мира. «Ибо там, где действует логика, – заметил Сэмпсон, – она предлагает нам сообщить, что случится в другом времени и месте, о котором, в соответствии с гипотезой, мы не имеем никакого представления. Конечно, большая часть логики является объяснительной [аналитической, по Канту], простым подробным разъяснением подразумевающегося в утверждениях. Возьмите, к примеру, математику. Утверждения, найденные у Евклида, содержатся в определениях, постулатах и аксиомах. Это – простые утверждения. Ни одно из них не может быть доказано или опровергнуто, и интерес к ним зависит от того, как они согласовываются с внешним миром. Все остальное – процесс подробного разъяснения, и так для других случаев – все следуют по одинаковой схеме. <…> Самая большая ошибка состоит в том, что математика затуманивает различие между прошлым и будущим – количества, которыми она апеллирует, бесконечны».

Философы, которые рискнули принять участие в дискуссии, были вызывающе резко встречены выдающимся математическим физиком Чарльзом Галтоном Дарвином – почти столь же неучтиво, сколь до этого появление классических метафизиков встречали современные символические логики. Дарвин был даже прямолинейнее, чем Карнап. «Факт остается фактом, – указал он. – Только естествознание, а не философия несет в себе смысл.

Большинство естествоиспытателей не считает нужным тратить время на чтение работ метафизиков. Разве тот факт, что ни один профессиональный философ не в состоянии написать книгу по философии, которую ученый захочет прочитать, не говорит сам за себя? Разве не следовало бы появиться здесь метаметафизику, который выступил бы с утешительным призывом больше не беспокоиться о нашей философии (большинство из нас уже давно повинуется такому призыву), поскольку мы можем продолжать наше дело без оной? Книга на эту тему показала бы, как много там описано из того, что на самом деле не несет в себе никакого смысла, и она имела бы то преимущество, что афортиори ни у кого нет необходимости ее прочесть».

Что ж, возможно. В любом случае философы, без сомнения, не станут себя ценить меньше в будущем, чем они ценили себя в прошлом.

Дебаты закончились вничью. Подводя итоги, Дингл заявил, что «критерий отличия смысла от бессмыслицы в значительной степени утерян: наш разум готов принять любое утверждение, каким бы нелепым оно ни было, если только оно исходит от человека, пользующегося известностью, и сопровождается множеством математических символов по типу Кларендонской ассизы… если подобный настрой существует среди людей науки, то каково будет настроение публики, наученной измерять ценность идеи в показателях ее непонятности?..». И, словно Кассандра XX века, разочарованный астрофизик в тот момент почти предсказал результат: «Времена царят не настолько благоприятные, чтобы мы могли безмятежно почивать в атмосфере умствования, в которой самыми живучими оказываются не те идеи, которые стоят в наиболее рациональном отношении к опыту, но те, которые могут рядиться в самые броские наряды псевдоглубины. Есть достаточно свидетельств на континенте [Европы] эффекта доктрин, полученных «рационально, без обращения к опыту». Мне кажется, возникла настоятельная потребность очистить воздух».

Это предвидение датировано июнем 1937 года. Это может быть только совпадением, но ветер очищения, который в 1937 году казался настолько необходимым, чтобы развеять глупость, задул в полную силу с континента в сентябре 1939 года. Конечно, нельзя доказать, что отказ от опыта и последовательное возвращение к доктринам, полученным без обращения к опыту, имели какое-нибудь значение в мире практических дел и грубого опыта. Те, кто настаивают, что вся наука, кроме той, что служит в механическом цеху и арсенале, имеет чисто академический интерес и не представляет никакой ценности для человечества, могут быть правы. Но, если прошлое существенно, это кажется маловероятным.

Ветер нарастал, но воздух не очищался. Вслушиваясь в приближающийся шторм, Пифагор вспоминал Кротон и Сибарис. Он был подавлен. Мечта, которую он пронес через чистилище, казалось, вот-вот навсегда унесется назад в прошлое.

Но стиралось не все. Математика, которую он лелеял как росток, стала теперь бурно разросшимся деревом, бросающим тень на поля брани и фабрики, выпускающие снаряжение для армии. Без математики нет других наук; без наук нет оружия; без оружия нет рабства, возможно более деградирующего, чем то, которое собственная ничтожная наука состарившегося Учителя могла бы отменить.

Он снова привязан к Колесу жизни. На последний виток? «Кротон и Сибарис, Сибарис и Кротон, прощайте и снова здравствуйте!»

Мир, утомленный прошлым,
Суждено ли ему умереть или, наконец, отдохнуть?